斯蓋尼
新解析幾何學習題詳解

編演者 郭曉嵐

北京科學社印行

1939

斯 蓋 尼

新解析幾何學習題詳解

編 演 者　郭 曉 嵐

北京科學社印行

1939

斯蓋尼新解析幾何習題詳解

全一册　實價一元二角
編演者　郭曉嵐
發行者　北平科學社
社址　北平德勝門內菓子市十號
電話　東局2993
電報　掛號4430
中華民國二十八年十月四版

序

原書中等學校採爲教本者甚多，以其簡要明瞭頗宜於初學也，而尤以其中題目頗多，學者練習甚便，其中多數題目雖皆簡易，但亦不乏相當複雜者，普通只揀其易者作之而已。今作者將前數年學習時所作之解整理，並將較難之題皆補出之，對於習原書者，或不無小補也。

作者識

1935.1.9.

斯　蓄　尼

新解析幾何學習題解答

問　題　　　　第14頁

1. 求以下諸三角形之周界:

(a) (3, 0), (5, 2), (7, 6).　　答. 14.51.

(b) (2, 1), (7, 3), (5,-4).　　答. 18.5.

(c) (3, 3), (-3,4), (-4,-3).　　答. 22.38.

(d) (-1,4), (-4,-2), (3,-4).　　答. 22.93.

(e) (2,-3), (-6,-3), (5, 4).　　答. 28.66.

2. 試定以下諸三角形，何爲不等邊三角形，等腰三角形，等邊三角形:

(a) (2, 6), (6, 2), (—3,—3).　　答:等腰三角形.

(b) (-3,-6), (-6,5), (—3,5).　　答:不等邊三角形.

(c) (3, 0), (-3,0), $(0,-3\sqrt{3})$.　　答:等邊三角形.

(d) (2, 2), (-2,-2), $(2\sqrt{3},-2\sqrt{3})$.　　答:等邊三角形.

(e) (3, 0), (6, 4), (—1, 3).　　答:等腰三角形.

3. 諸點 (3, 2), $(1, 2\sqrt{3})$, (-2,3), $(-2\sqrt{2},-\sqrt{5})$ 在以原點爲圓心之一圓上乎?

答: 各點距原點之距離均爲 $\sqrt{13}$，故各點皆在以原點爲圓心以 $\sqrt{13}$ 爲半徑之圓上:

4. 設 (b,4)至 (0,—2) 之距離爲 10 單位長，則 b 之值爲何?

解: $\sqrt{b^2+6^2}=10$.　　$\therefore b=\pm 8$答.

5. 求問題 1 諸三角形各邊之中點:

答. (a) (4, 1)(5, 3)(6, 4). (b) (4.5, 2)$(3\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$$(6,-\frac{1}{2})$.

(c)$(0,3\frac{1}{2})$,$(-\frac{1}{2},0)$$(-3\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.(d)$(-2\frac{1}{2},1)$,(1,0)$(-\frac{1}{2},-3)$

(e) (-2,-3) $(3\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.

6. 設一線之一端爲(—1,2)，且其中點爲 (2, 1).則他端之坐標爲何?

設他端之坐標爲 (x,y)，則

$\frac{x-1}{2}=2$,　　$\frac{y+2}{2}=1$.　　故此點之坐標爲 (5,0)

7. 求某點之坐標:此點等於第一點至第二點之距離三分之二，其各點如下:

(a) $(-2,-1)$; $(3,2)$.

解: $p_1p=2.pp_2$. $\therefore$ $\frac{-2+2.6}{1+2}=1\frac{1}{3}$, $\frac{-1+2.2}{1+2}=1$.

故此點為 $\left(1\frac{1}{3},1\right)$.

(b) $(3,-4)$, $(-1,5)$. 答. $(\frac{1}{3},2)$.

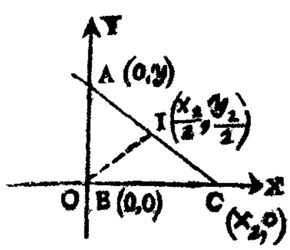
(c) $(0,0)$, $(-21,6)$. 答. $(-14,4)$.

(d) $(2,6)$, $(8,9)$. 答. $(6,8)$.

8. 以坐標方法,證直角三角形弦上之中點,至其三頂點等距離.

證: 設三角形之端為 $A(0,y_1)$, $B(0,0)$, $C(x_2,0)$, B為直角.

AC 之中點為 $p\left(\frac{x_2}{2},\frac{y_1}{2}\right)$ 則得



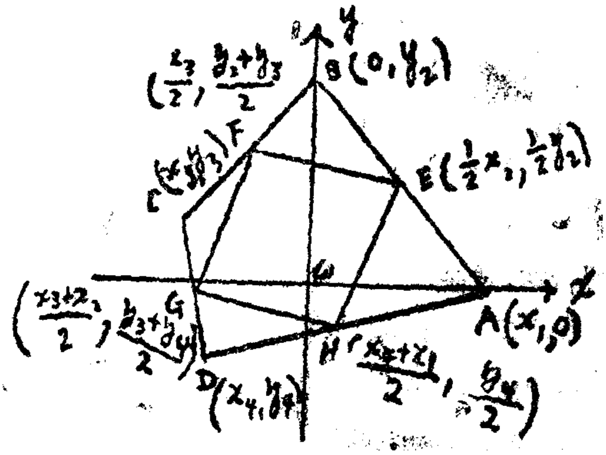
$$PA=\sqrt{\left(\frac{x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1}{2}\right)^2},$$

$$PB=\sqrt{\left(\frac{x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1}{2}\right)^2},$$

$$PC=\sqrt{\left(\frac{x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1}{2}\right)^2}. \quad \therefore PA=PB=PC.$$

9. 以解析方法,証連任意四邊形各隣邊之各中點,又作成第二四邊形,其週界等於前四邊形對角線之和.

証: 設 ABCD為一任意四邊形,各端之坐標為$A(x_1,0)$, $B(0,y_2)$, $C(x_3y_3)$, $D(x_4y_4)$; 則各邊之中點之坐標為 $E\left(\frac{x_1}{2},\frac{y_2}{2}\right)$, $F\left(\frac{x_3}{2},\frac{y_2+y_3}{2}\right)$, $G\left(\frac{x_3+x_4}{2},\frac{y_3+y_4}{2}\right)$, $H\left(\frac{x_4+x_1}{y},\frac{y_2}{2}\right)$, 則得各二對角綫.



$$EF=\sqrt{\left(\frac{x_1-x_3}{2}\right)^2+\left(\frac{y_2}{2}\right)^2},\quad FG=\sqrt{\left(\frac{x_4}{2}\right)^2+\left(\frac{y_2-y_4}{2}\right)^2}$$

$$GH=\sqrt{\left(\frac{x_3-x_1}{2}\right)^2+\left(\frac{y_3}{2}\right)^2},\quad HE=\sqrt{\left(\frac{x_4}{2}\right)^2+\left(\frac{y_4-y_2}{2}\right)^2}$$

$$\therefore\ EF+FG+GH+HE=\sqrt{(x_1-x_3)^2+y_3^2}+\sqrt{x_4^2+(y_2-y_4)^2}$$

$$=AC+BD$$

10. 諸線順次連(1,1)(3,7)及(5,—3)諸點,過最後諸點而達於其長之三倍處.求所達諸點之坐標.

解:(a) 設$P_1(x_1y_1)$爲所達之點,則 $pp_1=2\cdot p_2p$

故 $3=\dfrac{x_1+2\cdot 1}{1+2}$, $7=\dfrac{y_1+2\cdot 1}{1+2}$, $\therefore$ p_1 爲 (7,19).

(b) $5=\dfrac{x_1+2\cdot 1}{1+2}$, $-3=\dfrac{y_1+2\cdot 1}{1+2}$ p_1 爲 (13,—11).

11. 二點之坐標爲何?此二點將連 (5,10) 與 (—2,3) 之線分爲3:4.

解:$x=\dfrac{5-\frac{3}{4}\cdot 2}{1+\frac{3}{4}}=2.$ $y=\dfrac{10+\frac{3}{4}\cdot 3}{1+\frac{3}{4}}=7.$

故此點爲 (2,7)

12. 俱諸頂點(2,1),(7,1),(9,3),(4,3)之四邊形之二對角綫,彼此互相平分乎?

解: AC之中點爲 $(\frac{11}{2},2)$, BD 之中點爲$(\frac{11}{2},2)$ 故彼此平分.

13， 試証諸點 (2,3)，(4,1)，(8,2)，(6,4) 爲平行四邊形之諸頂點.

證： 對角線 AC 及 BD 之中點爲七同點$(5,2\frac{1}{2})$，故彼此互爲等線分，而此四邊形爲一平行四邊形.

或$AB=CD=\sqrt{4^2+1}=\sqrt{17}$，$BC=DA=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，各對邊相等.

14． 以解析法，試証

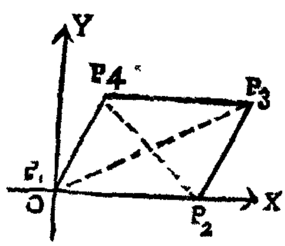
(a) 矩形之二對角線相等：

証： 設 $p_1(0,0_1)$，$p_2(x_2,0)$，$p_3(x_3y_3)$ 及 $p_4(0,y_4)$ 爲此矩形之四端.則 $x_2=x_3, y_3=y_4$. $p_1p_3=\sqrt{x_3^2+y_3^2}$, $p_2p_4=\sqrt{x_2^2+y_4^2}$

$\therefore$ $p_1p_3=p_2p_4$.

(b) 任意平行四邊形之二對角線彼此相互平分.

証： 設平行四邊形之端爲 $p_1(0, 0)$，$p_2(x_2, 0)$，$p_3(x_3,y_3)$ 及 $p_4(x_4, y_4)$ 如圖，則得



$y_3=y_4$, $x_1+x_3=x_2+x_4$

p_1p_3之中點爲$\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_3}{2}\right)$;

p_2p_4之中點爲$\left(\frac{x_2+x_4}{2}, \frac{y_4}{2}\right)$.

故彼此相重合.

(c) 連任意三角形二邊中點之綫等於第三邊之半.

證： 設三角形之各端爲 $A(0, 0)$，$B(x_1, 0)$，$C(x_2,y_2)$.

則 AB 及 BC 之中點爲$E\left(\frac{x_1}{2},0\right)$，$F\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_2}{2}\right)$.

$\therefore EF=\sqrt{\left(\frac{x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_2}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}$,

但 $AC=\sqrt{x^2+y^2}$, $\therefore EF=\frac{1}{2}AC$.

15. 設 (−1, 1) (4,−1)，(−2,−5)爲各邊之中點，求此三角形諸頂點之坐標.

解： 設 各 端 爲 $p_1(x_1, y_1)$，$p_2(x_2, y_2)$ $p_3(x_3, y_3)$ 則 .

$$\frac{x_1+x_2}{2}=-1,\qquad \frac{x_1+x_3}{2}=4,\qquad \frac{x_2+x_3}{2}=-2,$$

$$\frac{y_1+y_2}{2}=1,\qquad \frac{y_1+y_3}{2}=-1,\qquad \frac{y_2+y_3}{2}=-5$$

解之，則得

$$\begin{cases}x_1=5,\\ y_1=5,\end{cases}\qquad \begin{cases}x_2=-7,\\ y_2=-3,\end{cases}\qquad \begin{cases}x_3=\ \ 3,\\ x_3=-7,\end{cases}$$

16. 一點$(-4,3)$，將連$(1,-2)$與$(-6,5)$之線所分線段之比爲何？

解： 設此比值爲λ，則得

$$\frac{1+6\lambda}{1+\lambda}=-4,\qquad \therefore\ \lambda=-\tfrac{1}{2},\qquad \text{即爲 } 1:(-2).$$

或$-1:2$之比.

17. 以何代數方程示一點(x,y)至$(3,-2)$之距離爲 7 單位長？

解：

從(x,y)至$(3,-2)$之距離爲$\sqrt{(x-3)^2(y+2)^2}=7$，方之，

$x^2+y^2-6x+4y-36=0$. 即爲所求之方程.

18. 以何代數方程示其事實

(a) 一點(x,y)至$(3,5)$與$(-2,-4)$之距離相等？

解： 以方程 $\sqrt{(x-3)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(x+2)^2+(y+4)^2}$

表此事實，方之，得 $5x+9y-7=0$.

(b) 一點(x,y)至$(-2,-4)$二倍於至$(3,5)$？

由題意得 $\sqrt{(x-3)^2+(y-5)^2}=2\sqrt{(x+2)^2+(y+4)^2}$.

整理之，得 $3x^2+3y^2+22x+42y+46=0$.

19. 三角形之諸頂點爲(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3)，求此三角形各中線之交點之坐標．此點爲此三角形之重心.

解： 設此點爲(x,y)，則得 $AP=2\,PD$.

$$\text{故}\quad x=\frac{x_1+2\,\dfrac{x_2+x_3}{2}}{1+2}=\tfrac{1}{3}(x_1+x_2+x_3),$$

$$y=\frac{y_1+2\frac{y_2+y_3}{2}}{1+2}=\tfrac{1}{3}(y_1+y_2+y_3).$$

20. 以解析法，試證

(a) 連任意四邊形對邊之各中點之諸線，彼此互相平分.

(b) 連任意四邊形對邊之二中點之線，與連此四邊形對角線上諸中點之線，彼此互相平分.

(a) 證：設各端為 $p_1(0,0)$, $p_2(x_2,0)$, $p_3(x_3,y_3)$ 及 $p_4(x_4,y_4)$, 其中點為 $A\left(\frac{x_2}{2},0\right)$, $B\left(\frac{x_2+x_3}{2},\frac{y_3}{2}\right)$ $C\left(\frac{x_3+x_4}{2},\frac{y_3+y_4}{2}\right)$, $D\left(\frac{x_4}{2},\frac{y_4}{2}\right)$.

故 AC 之中點為 $\{\frac{1}{4}(x_2+x_3+x_4),\frac{1}{4}(y_3+y_4)\}$

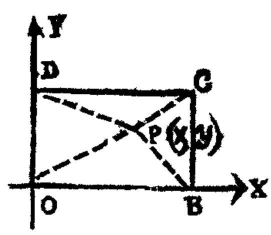
BD 之中點為 $\{\frac{1}{4}(x_2+x_3+x_4),\frac{1}{4}(y_3+y_4)\}$

中點相同，故彼此平分.

(b) 證： 如題(a)，對角線 p_1p_3 及 p_2p_4 之中點為 $\left(\frac{x_3}{2},\frac{y_3}{2}\right)$ 及 $\left(\frac{x_2+x_4}{2},\frac{y_4}{2}\right)$, 故聯此二點之線之中點為 $\{\frac{1}{4}(x_2+x_3+x_4),\frac{1}{4}(y_3+y_4)\}$. 故彼此平分.

21. 以解析法，試證任意矩形之二對頂點至任意一點之諸距離之平方和，等於此點至他二頂點之諸距離之平方和.

證：設此矩形之各端為 $A(0,0)$; $B(x_2,0)$ $C(x_3,y_3)$, $D(0,y_4)$, 其中 $x_2=x_3$, $y_3=y_4$. 而 $p(x,y)$ 為任一點，則得



$$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=x^2+y^2+(x-x_3)^2+(y-y_3)^2,$$

$$\overline{PB}^2+\overline{PO}^2=(x-x_2)^2+y^2+x^2+(y-y_4)^2.$$

故 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$.

22. 以解析法，試證由平行四邊形之一頂至相對邊中點之一線，與相對之對角線交於一點，此點可分任何一線為 1:2.

證： 設平行四邊形之各端為 $A(0,0)$, $B(x_2,0)$, $C(x_3,y_3)$, $D(x_4,y_4)$, 則得

$$x_3=x_2+x_4,\qquad y_3=y_4.$$

E為AD之中點，AC 為對角線，分 AC 如1:2之比之點為 $\left(\frac{x_3}{3},\frac{y_3}{3}\right)$

分 BE 如 1·2 之點爲$\left(\frac{x_2+x_4}{3}, \frac{y_4}{3}\right)$；故此點相重合，即彼此相交於分彼此爲 1:2 之點.

問　　題　　　　第19頁

1. 求通過以下諸點一線之斜率.

(a) (4,5) (7,8).　　答. 1.

(b) (4,7) (—3,—5).　　答. $1\frac{5}{7}$.

(c) (2·5,3·4), (—3,5·2)　　答. —0.36.

(d) (a,b) (c,—d).　　答. $\frac{b+d}{a-c}$.

(e) (—3,—7), (—5,4)　　答. $-5\frac{1}{2}$.

(f) (3,3), (5,5)　　答. 1.

2. 求通過以下諸點各線之斜角:

(a) (2,—2), (4,2).　　答. $m=2$, $\alpha=63°25'36''$.

(b) (1,1) (5,—5).　　答. $m=-1·5$. $\alpha=123°41'$.

(c) (5,8) (3,—4).　　答. $m=6$. $\alpha=80°37'$.

(d) (4,8) (—2,—2)　　答. $m=1·6667$. $\alpha=59°2'$.

(e) (2,3) (—6,7).　　答. $m=-·5$. $\alpha=153°26'$.

3. 平行於 x 軸及平行於 y 軸之線，其斜率及斜角爲何?

答: 設此線平行於 x 軸，則其斜率爲0，而其斜角爲零或180°，依此線之方向爲向右或向左定之.

設線與 y 軸平行，則$m=\infty$(或$-\infty$)，而斜角則爲 90° 或 270°，依線之方向向上或向下而定.

4. 求一線之斜率及斜角，此線垂直於通過以下已知點之線.

(a) (1,2), (—1,3)

解: $m=\frac{2-3}{1+1}=-\frac{1}{2}$ 設垂直通過所與之點之斜率爲 m_1，則

$m_1=2$，　而斜角則爲 $\alpha=\tan^{-1}2$.

(b) (5,—2) (5,4)

答. $m_1=0$，　∴ 故斜角爲 0° 或 180° 依此線之向右或向左定之.

(c) (3,7), (−2,7).

答. $m_1=\infty$.

(d) (5,4) (4,7).

答. $m_1=-\frac{1}{3}$, 斜角$=\tan^{-1}\frac{1}{3}$,

5. 以斜率之方法，判定具以下諸頂點之三角形，為直角三角形.

(a) (−2,9), (10,−7) (12,−5)

設 m_1, m_2, 及 m_3 為三角形各邊之斜率，則

$$m_1=\frac{9+7}{-2-10}=-\frac{4}{3},\quad m_2=\frac{9+5}{-2-12}=-1,$$

$$m_3=\frac{-7+5}{10-12}=1,$$ 式中 m_2 及 m_3 為負倒數，故為直角三角形.

(b) (2,1), (3,−2) (−4,−1).

解: $$m_1=\frac{1+2}{2-3}=-3,\qquad m_2=\frac{1+1}{2+4}=\frac{1}{3},$$

$$m_3=\frac{-2+1}{3+4}=-\frac{1}{7},$$ 式中 m_1 及 m_2 為負倒數故為直角三角形.

(c) (0,−1), (3,−4), (2,1)

解: $$m_1=\frac{-1-3}{4}=-1,\quad m_2=\frac{-1-1}{-2}=1,$$

$$m_3=\frac{-4-1}{3-2}=-5,$$ 式中 m_1 及 m_2 為負倒數故為直角三角形.

(d) (6,11), (−4,−9), (11,−4)

解: $$m_1=\frac{11+9}{6+4}=2,\qquad m_2=\frac{11+4}{6-11}=-3,$$

$$m_3=\frac{-9+4}{-4-11}=\frac{1}{3},$$ 式中 m_2 及 m_3 為負倒數，故為直角三角形.

6. 以下各組之三點在一線上否？

(a) (6,6), (4,7), (2,8)

解: 設 m_1, m_2 及 m_3 為任一通過二點之線之斜率，則得

$$m_1=\frac{6-7}{6-4}=-\tfrac{1}{2},\quad m_2=\frac{6-8}{6-2}=-\tfrac{1}{2},\quad m_3=\frac{7-8}{4-2}=-\tfrac{1}{2}.$$

故三點皆在一直線上.

(b) (1,5), (0 2), (2,8)

$$m_1=\frac{5-2}{1}=3,\qquad m_2=\frac{5-8}{1-2}=3.$$ 故不在一直線上.

(c) (3,—2), (5,1), (10,0)

$$m_1=\frac{-2-1}{5-5}=\tfrac{3}{2},\qquad m_2=\frac{-2}{3-10}=\tfrac{2}{7},$$ 故不在一直線上.

(d) (13,—2), (5,5), (—7,6)

$$m_1=\frac{-2-5}{13-5}=-\tfrac{7}{8},m_2=\frac{-2-6}{13+7}=-\tfrac{2}{5},$$ 故彼等不在一直線上.

(e) (a,—b+c), (b,c+a), (c,a+b)

$$m_1=\frac{b+c-(c+a)}{a-b}=\frac{b-a}{a-b}=-1,\quad m_2=\frac{b+c-(a+b)}{a-c}$$

$$=\frac{c-a}{a-c}=-1,$$ 故彼等皆在一直線上.

7. 求以下諸三角形之諸角:

(a) (0,1), (3,4), (2,—1).

解: $m_1=1,\ m_2=-1,\ m_3=5.$

$$\tan\theta_1=\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}=\frac{2}{1-1}=\infty,\qquad \therefore\ \theta_1=90^\circ.$$

$$\tan\theta_2=\frac{m_3-m_1}{1+m_1m_3}=\frac{+4}{6}=\frac{2}{3},\qquad \theta_2=33^\circ41'$$

$$\tan\theta_3=\frac{m_2-m_3}{1+m_2m_3}=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2},\qquad \theta_3=56^\circ19'.$$

(b) (7,—4) (1,1), (—5 —7).

解: $m_1=-\frac{5}{6},\quad m_2=\frac{1}{4},\quad m_3=\frac{4}{3}.$

$$\tan\theta_1=\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}=\frac{26}{14},\qquad \therefore\ \theta_1=53^\circ50'$$

$\tan\theta_2 = \dfrac{m_1-m_3}{1+m_1m_3} = \dfrac{39}{2}$ $\therefore\ \theta_2 = 87^\circ 4'$.

$\tan\theta_3 = \dfrac{m_3-m_2}{1+m_2m_3} = \dfrac{13}{16}$, $\therefore\ \theta_3 = 39^\circ 6'$.

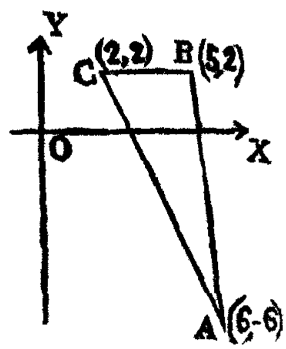
(c) (6,—6), (5,2), (2,2)

解: $m_1=-8$, $m_2=-2$, $m_3=0$.

$\tan\theta_1 = \dfrac{m_2-m_1}{1+m_1m_2} = \dfrac{6}{17}$ $\therefore\ \theta_1 = \tan^{-1}\dfrac{6}{17}$,

$\tan\theta_2 = \dfrac{m_1-m_3}{1+m_1m_3} = -8$. $\theta_2 = \tan^{-1}(-8)$

$\tan\theta_3 = \dfrac{m_3-m_2}{1+m_2m_3} = 2$. $\theta_3 = \tan^{-1}2$.



(d) (0,—2), (4,2), (0,6).

解: $m_1=1$, $m_2=-\infty$, $m_3=-1$,

$\tan\theta_1=1$, $\therefore\ \theta_1=45^\circ$.

$\tan\theta_2=\infty$ $\theta_2=90^\circ$.

$\tan\theta_3=1$. $\theta_3=45^\circ$.

8. 試證以下各組之諸點爲平行四邊形之諸頂點:

(a) (2,3) (4,1) (8,2) (6,4).

證: 依次聯各點之直線之斜率爲 $m_1=-1$, $m_2=\frac{1}{4}$,

$m_3=-1$, $m_4=\frac{1}{4}$,

故兩對邊平行,而此形爲一平行四邊形.

(b) (—4,—2), (2,0), (8,6) (2,4).

證: 聯相鄰二點之線,其斜率爲 $m_1=\frac{1}{3}$, $m_2=1$,

$m_3=\frac{1}{3}$, $m_4=1$.

四邊形之對邊互相平行,故爲一平行四邊形.

9. 以解析法試證

(a) 任意正方形之二對角線彼此互垂直:

證: 設正方形之各角爲 $(0,0)(x_1,0)(x_2,y_2)$ 及 $(0,y_3)$.

中 $x_1=x_2$, $y_2=y_3$, 及 $x_2=y_2$, 則對角線之斜率爲

$m_1=\frac{y_2}{x_2}$, $m_2=\frac{y_3}{x_1}=-\frac{x_2}{y_2}$, 故彼此垂直.

(b) 設一矩形之對角線彼此互相垂直,則此矩形爲一正方形.

證: 但 $x_1=x_2$, $y_2=y_3$, 及 $m_1=-\frac{1}{m_2}$, 即 $\frac{y_2}{x_2}=\frac{-x_1}{y_3}$

$=\frac{x_2}{y_2}$, 此分數與其倒數相等,故爲 1.

∴ $x_2=y_2$, 故四邊皆相等而爲一正方形.

(c) 一棱形之二對角線,彼此成直角互相平分之.

證: 設 $(0,0)$, $(x_1,0)$, (x_2,y_2), (x_3,y_3) 爲各頂

及 $y_2=y_3$, $x_1+x_3=x_2$, $x_3^2+y_3^2=x_1^2$,

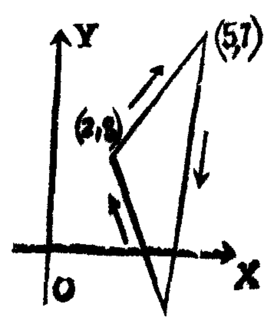
菱形乃一平行四邊形,故對角線平分,其斜率爲

$m_1=\frac{y_2}{x_2}$, $m_2=\frac{y_3}{x_3-x_1}$ ∴ $m_1m_2=\frac{y_2^2}{x_3^2-x_1^2}$

$=\frac{y^2}{-y_2^2}=-1$. ∴ $m_1=-\frac{1}{m_2}$, 此兩對角線互相垂直,故成直角平分.

問 題 第24頁

1. 求三角形之面積,其諸頂點已知爲以下各點.



(a) (2,3), (5,7), (4,—2).

解: $A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}(-14+10-12+28+15)=13.5$. 答.

(b) (1,3) (—5,—2), (7,1).

解: $A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -5 & -2 & 1 \\ 7 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}(-2-5+21+14+15-1)$ $=21$. 答.

(c) (5,5) (—6,7), (—7,—2).

解: $A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 \\ -6 & 7 & 1 \\ -7 & -3 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}(3.5+12-3.5+49+30+10)$ $=50$. 答.

(d) (3,3), (6,2), (8,—2).

$$解: A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 8 & -2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{vmatrix}=5. \quad 答.$$

(e) (—6,7), (—7,—2),(2,—4).

$$解; A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -6 & 7 & 1 \\ -7 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix}=41.5. \quad 答.$$

(f) (a,2) (0,c) (b,2).

$$解: A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ 0 & c & 1 \\ b & 2 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}(a-b)(c-2). \quad 答.$$

(g) (3,0), $(0,3\sqrt{3})$, $(6,3\sqrt{3})$.

$$解: A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 6 & 3\sqrt{3} & 1 \\ 6 & 3\sqrt{3} & 1 \end{vmatrix}=9\sqrt{3}. \quad 答.$$

2. 求四邊形之面積,其諸頂已知爲以下各點:

(a) (2,—1), (5,6), (3,8), (—4,4).

$$解: A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 6 \\ 3 & 8 \\ -4 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}(12+40+12+4-8+32-18+5)=39\cdot5 \quad 答.$$

(b) (0,2), (7,1), (12,4), (5,5).

$$解: A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 1 \\ 12 & 4 \\ 5 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}(28+60+10-20-12-14)=26. \quad 答.$$

(c) (—2,3), (—3,—4), (5,—1), (2,2),