

理论力学

周衍柏編著

江苏人民出版社

理论力学

周衍柏編著

江苏人民出版社

15484

• 內 容 提 要 •

本书内容包括理论力学、分析力学、连续媒质力学的基本理论,并扼要地增加了人造卫星、火箭、 α 质点的散射、拉莫尔进动、陀螺的应用、实验弹性力学、湍流等联系实际反映最新科学成就以及与物理学其他部分有关的内容。书中选载了大量习题并附有答案,在每章之后都有小结和补充例题,还附有复习思考题,在提高学习者的解题能力上有一定的帮助。

本书在第六次印刷时,作了一些修改和订正,调整了个别章节,抽换了部分习题,内容更臻完善。同时把部分次要内容,改排小一号字,用以分清主次。

本书可以作为高等学校物理各专业“理论力学”课程的教材,也可供从事教学或研究理论力学的工作人员参考。

理 论 力 学

周衍柏編著

*

江苏省书刊出版营业许可証出〇〇一號

江 苏 人 民 出 版 社 出 版

南 京 湖 南 路 十 三 号

江苏省新华书店发行 江苏新华印刷厂印刷

*

开本 850×1168 耗 1/32 印张 17 字数 435,000

一九六一年八月第一版

一九六四年七月南京第七次印刷

印数 47,301—55,800

序 言

理論力学是高等学校很多专业的基础課程。为了教学上的需要，这本理論力学曾以讲义的形式，在南京大学物理系試用过多次。鉴于同学在学习理論力学时，最大的困难在于透彻理解物理概念以及独立地演算习题，因此，除了在教学过程中着重这方面的訓練与培养外，又根据教学經驗，在每章后面逐渐增加了一些复习問題与补充例题，收效尚好。本书現在仍然保留了这一部分的内容。

从 1959 年春季开始，曾着手对原讲义进行了一次修改，增加了结合实际、反映尖端以及与物理学其他部分有联系的内容。例如人造卫星、火箭、 α 质点的散射、拉莫尔进动、陀螺的应用、实验彈性力学、亚声速流动与超声速流动、湍流、附面层、机翼举力等，都是在修改时增加进去的。此外，还根据教学經驗，修改了某些不太恰当的地方，并对同学最感困难的一些物理概念，作了更加深入的闡述。

1959 年秋季，这本修改后的讲义，又在南京大学物理系試用了两次，并再一次地吸取教学中的經驗，进行了修改。在这几次試用与修改期間，担任这門課程教学工作的教师范北宸、陈世民、包紫薇、俞超、蔣渭鑫、章肖融等同志以及学习这門課程的 1957 年和 1958 年入学的两个年級的同学，都曾提出过不少宝贵的意見，特此表示謝意。

本书在出版前虽曾多次修改，但由于編者水平不高，缺点或錯誤仍难免，希望讀者随时提出宝贵意見，以便改正。

周 衍 柏 1961 年 3 月于南京大学

目 录

第一部分 理論力学

緒論	1
第一章 质点运动学	7
1. 参考系	7
2. 运动方程 軌道	8
3. 速度及加速度	9
4. 直角坐标系中的速度及加速度	12
5. 平面极坐标系中的速度及加速度	16
6. 加速度本性方程	18
7. 柱面坐标系中的速度及加速度	19
8. 球面坐标系中的速度及加速度	20
第二章 剛体运动学	32
9. 剛体的自由度	32
10. 剛体的平动与定軸轉动	33
11. 剛体的平面平行运动	34
12. 轉动瞬心	37
13. 有限轉动与无限小轉动	40
14. 剛体繞固定点的轉动	43
15. 欧勒角	45
16. 用欧勒角及其微商表示角速度分量	46
17. 剛体的一般运动	47

第三章 相对运动	60
18. 作匀速直线运动的参考坐标系.....	60
19. 作匀加速直线运动的参考坐标系.....	62
20. 平面旋转参考坐标系.....	62
21. 空间旋转参考坐标系.....	65
第四章 质点动力学	76
22. 牛顿运动定律.....	76
23. 自由质点与非自由质点的运动微分方程.....	79
24. 本性方程.....	82
25. 质点的平衡方程.....	84
26. 动量定理与动量守恒律.....	86
27. 动量矩(角动量)定理与动量矩守恒律.....	87
28. 力做的功.....	90
29. 力函数.....	91
30. 势能.....	92
31. 动能定理与机械能守恒律.....	94
32. 质点的直线运动.....	95
33. 振动.....	100
34. 抛射体的运动.....	111
35. 有心力——离心力.....	114
36. 力与距离平方反比.....	117
37. 行星运动与开普勒定律.....	120
38. 两体问题——开普勒第三定律的修正.....	123
39. 人造卫星与人造天体.....	126
40. α 质点的散射.....	129
41. 单摆的运动.....	132
42. 惯性坐标系与非惯性坐标系.....	138
43. 非惯性坐标系动力学.....	138
44. 地球自转所产生的影响.....	142
45. 傅科摆.....	145

第五章 质点組动力学	175
46. 质点組的内力和外力	175
47. 质心	176
48. 动量定理	178
49. 动量矩(角动量)定理	182
50. 动能定理	186
51. 冲力与碰撞	189
52. 变质量物体运动方程	194
53. 火箭	195
第六章 剛体动力学	213
54. 剛体运动微分方程	213
55. 平面力系的合成	215
56. 力偶	217
57. 空間平行力的合力——重心	218
58. 任意力系的簡化——等效力系	220
59. 剛体平衡方程	221
60. 剛体的动量矩及轉动动能	223
61. 轉动慣量	224
62. 剛体的平动与繞固定軸的轉动	232
63. 剛体的平面平行运动	238
64. 剛体的定点轉动	241
65. 重剛体繞固定点轉动的解	244
66. 陀螺的应用	256
67. 拉莫尔进动	259
68. 剛体的一般运动	261
第七章 分析力学	284
69. 約束的概念和分类——自由度、广义坐标	284
70. 实位移与虚位移	288
71. 虚功原理	289
72. 拉格朗日未定乘数与約束反作用力	292

73. 达朗伯原理——动力学一般方程	294
74. 第一类拉格朗日方程	295
75. 第二类拉格朗日方程	297
76. 第二类拉格朗日方程的应用	302
77. 罗斯方程	307
78. 在广义坐标系中的平衡方程	308
79. 在平衡位置近旁的小运动	309
80. 哈密顿正则方程	320
81. 正则变换	325
82. 泊松括号与泊松定理	330
83. 哈密顿-雅科毕定理	334
84. 变分法概要	341
85. 哈密顿原理	346
86. 最小作用量原理	350
結束語	374
87. 力学与其他学科及生产建設的关系	374
88. 力学今后发展的展望	375

第二部分 連續媒质力学

緒論	377
第一章 彈性力学	380
1. 彈性体	380
2. 应变的分析	381
3. 应力的分析	389
4. 应力应变关系——彈性系数	394
5. 彈性体平衡方程	400
6. 梁的撓曲	403
7. 圓軸的扭轉	410
8. 彈性形变的能量	413

9. 实验弹性力学	415
第二章 流体运动学	431
10. 流体力学的研究方法	431
11. 軌道、流綫与流管	435
12. 速度的分析	437
13. 連續性方程	440
14. 无旋运动——速度势与流函数	444
15. 渦旋运动的基本性质	453
第三章 理想流体动力学	465
16. 理想流体中的应力	465
17. 流体静力学	466
18. 欧勒动力学方程	473
19. 欧勒方程沿流綫的积分——伯努利积分	476
20. 无旋运动中欧勒方程的积分——拉格朗日积分	481
21. 繞圓柱的流动	486
22. 亚声速流动与超声速流动——激震波	489
23. 渦旋基本定理	493
24. 馬格努斯效应与儒闊夫斯基定理——机翼举力	496
第四章 粘滯流体动力学	511
25. 粘滯流体中的应力——粘滯力	511
26. 粘滯系数	515
27. 粘滯流体在圓管中的流动——泊肃叶定律	516
28. 片流与湍流	520
29. 附面层	522
30. 物体在流体中运动时所受到的阻力、流綫体	523
結束語	530
31. 連續媒质力学和工业生产的关系	530
32. 今后发展的展望	532

第一部分 理論力学

緒 論

在沒有研究一門学科之前，很难对它下一个很完善的定义。不过概括地說起来，力学是研究物体运动所遵循的規律。这里又可分为两大門类：(1)已知作用于物体上諸力的性质，由力学定律来决定該物体运动情况或平衡位置；(2)已知物体的运动情况或平衡状态，由力学定律来推究作用于物体上諸力的性质。一般說来，理論力学中多半研究前一类的問題。

本书分两部分：第一部分是研究有限自由度的理論力学，第二部分則是研究无限自由度的連續媒质力学，后者是前者的延伸和发展，但两者所用的基本原理則相同。

理論力学是理論物理的一部分，它供給了理論物理其他部門許多基本概念和解決問題的方法，例如真空中电子束的軌迹可以应用力学的方法来进行計算。当然，我們并不是說物理学中其他部門，都可还原为力学問題，这是十九世紀科学家的幻想，也是机械唯物論者的錯誤看法。辯証唯物論者认为“运动是物质存在的形式”（恩格斯）^①，因而它包罗了宇宙間一切現象。但是，力学所研究的运动，却不是这种广义的运动，而只是最簡單形式的**机械运动**，它不能包括其他更高級和更复杂的运动，虽然力学所研究的运动形态，存在于这些

^① 恩格斯：《反杜林論》，第 60 頁（吳黎平譯，人民出版社 1956 年版）。

高級的和复杂的运动形态之中。

所謂机械运动，就是物体間在空間的相对位置随時間而变的現象。至于談到空間和時間，在辯証唯物主义者看来，是物质存在的客观形式，和运动是不可分开的，就象物质同运动不可分开一样。列宁曾經說过：“世界上除了运动着的物质以外沒有別的任何东西，而运动着的物质除了在空間与時間之內就不能运动。”^①

牛頓曾提出过所謂“絕對空間”，这种观点，是与事实不符合的，是形而上学的。依照牛頓的看法，这种空間是始終相同的、靜止的、不依賴于物质客体的。依此类推，在牛頓看来，時間也是一种絕對均匀地流逝，并完全不依賴于物体运动的純粹的持續性，这样空間和時間是彼此分割开的，而且和运动的物质也是分割开的。但是，我們知道，在机械运动中，并无所謂絕對不动的东西，通常所謂运动和靜止，都是相对于某一参考坐标而言，而这参考坐标，总是固着在某运动物体上的（因为世界上并沒有一样东西是絕對靜止的）。而且我們也不能說物体只在空間中或只在時間中运动的速度，只有空間特性和時間特性的总和，才能反映物体間真正的相对运动。現代物理学更証實了空間和時間跟运动物体有不可分割的联系，对那种近乎光速运动的物体，决不能把時間看作和物质过程毫无联系的純粹持續性。实验証明：介子生活時間是随着运动速度的增加而延长的。

空間、時間另一重要特性是它們的无限性。物质在空間上是无限的，在時間上是永存的。空間的无限性是說世界在一切方向上都有无止境的广延性，宇宙是沒有界限的；時間的无限性是說世界从来沒有开端，它的发展也永远不会有尽头。

至于說物质与运动的不可分性，更属明显。宇宙間沒有不运动的物质，也沒有无物质的运动，作为物质客体最重要的物理特性的质量，是反映着物质的慣性和引力的特性。由于經典物理学通常只研

① 列宁：《唯物論与經驗批判論》，第 203 頁（曹葆华譯，人民出版社 1953 年版）。

究速度不太大的运动，所以质量并没有显出自己对于物质运动的依赖性。现代物理学则已确定了物体的运动和物体质量之间很深的依赖性，物体的质量随着运动的速度而改变，物体运动的速度愈大，物质的质量也愈大，作为物体客体的根本特性之一的质量，是紧密依赖于该客体的运动条件的。

在沒有研究力学具体内容之前，有必要先介绍一下力学发展簡史。

力学是最古的科学之一，它的发展过程，也就是人类对于物体机械运动的認識过程，而这种認識，则是通过生产实践来实现的。

远在很古的时代，由于农业上的需要，人們使用了灌溉设备；由于建筑上搬运重物的需要，使用了杠杆、斜面和滑輪；由于长距离运输的需要而制造了車子；由于航运的需要而制造了船。这些生产工具的制造和使用，使得人类对于机械运动，有了初步的認識。但是，在很长久的一段时期內，人类的認識仅仅限于片断經驗的积累，而沒有能对它們加以去粗取精，去伪存真，由此及彼，由表及里的改造制作功夫，造成概念和理論的系統。直到公元前数百年內，經過了有系統的試驗与研究，才奠定了力学理論的一部分基础。

关于力学理論最早的記述，当推我国的墨翟（公元前468~382）。在他所著的《墨經》里，已对力和运动，下了适当的定义，而且对于杠杆平衡問題，有了理論的敘述。后来，希腊哲学家亚里斯多德（公元前384~322）也提出了杠杆平衡問題，而阿基米德（公元前287~212）在他的两本著作里，更用了明确而普遍的方式，敘述了杠杆平衡学說，奠定了几何靜力学和重心靜力学的基础。

在中世紀的漫长黑夜里，欧洲各国由于受了腐朽封建制度的桎梏，生产的发展停滞不前，因而一切的科学的发展趋于停頓，力学也不例外。直到文艺复兴时代，西欧封建制度內部发生和形成了資本主义（从15世紀中叶到18世紀下半期），而一切自然科学也在这个时期开始发展了起来。在社会政治运动方面，这时期大体上相当于

資產階級與封建主義之間的三次大搏戰的時代（16世紀初中歐的農民戰爭，17世紀中葉的英國資產階級的革命，18世紀末的法國資產階級革命）。自然科學的發展，是與當時從行會手工業生產轉變為工場手工業生產的工業相聯系。當時機械的運動（水能和風能，動物和人的肌肉能）是工業動力的基礎，研究機械的運動和尋找它的規律的任務被提了出來。例如，航海需要天文學（天體力學）的幫助；廣泛利用火藥效力的軍事（特別是在炮兵方面）提出了彈道學這一中心問題。隨著這類任務的解決，力學首先得到了發展。

在這個時期，意大利人芬奇（1451~1519）經過一系列研究之後，提出了力矩的概念；芬蘭物理學家史蒂芬（1548~1620）由斜面問題的研究，得出了力的合成與分解定律，即力的平行四邊形原理；法國科學家法利農（1654~1722）提出了力矩定理；潘索（1777~1859）提出了力偶的概念及有關的理論，於是靜力學的理論得到了進一步的發展。

至於動力學的理論，可以說是由哥白尼（1473~1543）開始，伽利略（1564~1642）奠基，而牛頓（1642~1727）總其成的。哥白尼的太陽中心學說，在科學界引起了宇宙觀的大革命；開普勒（1571~1630）根據哥白尼的學說以及別的一些天文學家的觀測資料，得出了行星運動三大定律，成為牛頓萬有引力的基礎。伽利略觀察了落體運動並實驗物體沿斜面的運動，從而提出了落體在真空中的運動定律，並引出了加速度的概念，奠定了動力學的基礎。他是用實驗及演繹的方法，研究動力學的創始人。此後，惠更斯（1629~1695）研究了擺的運動，並綜合了伽利略所引進的加速度的概念，給出了一串關於離心力的定律。

力學發展的新階段是從牛頓（1642~1727）開始的。他總結了以前無數科學家的成就，發表了著名的運動定律，創立了現代的經典力學，又與萊布尼茨同時創立了微積分，借助於這種新的數學分析方法，力學和數學都出現了輝煌的成就。

俄国数学家欧勒(1707~1783)提出了质点及刚体运动的一般微分方程;法国科学家达朗伯(1717~1783)提出了达朗伯原理,使有可能把动力学问题化为平衡问题来处理;而拉格朗日(1736~1813)建立了虚功原理的普遍形式(虚功原理是首先由伯努利提出的),并与达朗伯原理相结合,提出了广义坐标动力学。这些贡献,使得经典力学向着解析的途径发展,成为一门严密而完整的数理科学。在分析力学方面有贡献的,还有:拉普拉斯(天体力学创始人)、傅里叶、高斯、泊松、雅科毕、哈密顿、亥姆霍兹、赫兹等。

在十九世纪以前,运动学与动力学是不分开的。后来,由于研究机构与机器运动的需要,运动学才形成理论力学中一个独立部分。

至于我国,远在黄帝时代(距今约4600年),我们劳动人民就已经开始了耕作器械和车辆的制造与房屋的修建。到了战国时代,墨子在力学理论上的贡献,已如前述,而与墨子同时代的公输般(即鲁班),在机械制造及建筑结构上的成就,更是大家所熟悉的。这些,都说明了力学在我国的发生与发展是很早的,而且在最初阶段是超过西方的。

在墨子以后的两千多年中,我国在力学应用方面,有不少创造发明和著作。其中比较著名的是:秦李冰父子修造都江堰;汉张衡制地震仪;三国时代的马钧创造指南车与水车,并改造织机;南北朝时代的祖冲之造千里船和水碓磨;宋朝燕肃发明记里鼓车;李时珍著《营造法式》;元朝郭守敬在水利工程和仪器制造上有极大的成就;明朝王征制虹吸和自行车并著《诸器图说》;徐光启造天文仪器;宋应星著《天工开物》,这些创造发明和著作,对于力学在工程上的应用,都有重大贡献。

在十九世纪末叶至二十世纪初,随着其他科学的发展,积累了许多现象,不是以牛顿定律为基础的经典力学所能解释的,而进一步的研究表明,经典力学只能应用于这一类的物体,就是它们的尺度远远超过原子的尺度,而运动速度则大大地小于光速。对于速度很高

物体的运动問題，必須采用相对論的观点，才能完善地予以解釋；而对于尺度很小的物体(微观的)，例如原子构造理論，則須采用量子力学的观点。不过經典力学的定律，在通常情形下，是完全准确的，而且它在日常生活和生产实践中，具有十分广泛和重要的实践意义(比相对論力学和量子力学还要多得多)。我們知道：任何一門学科都有它的近似性和局限性，我們不能用經典力学来解决高速运动和微观粒子运动等問題，正是这种近似性和局限性的具体表現。因此，如果用辯証的观点来看問題，經典力学将永不丧失它的科学意义和实用价值。我們学习經典力学，还是必要的。它不但为以后专业课程打下基础，而最主要的是訓練我們如何把一个实际問題加以分析、簡化，然后运用力学原理并借助于数学分析来解决这个問題，最后，再对所得結果加以討論，并和实际情况相比較。在社会主义建設中，經典力学有它极大的作用，作为一个物理学工作者，对这些知識和技能，应当充分掌握才行。

第一章 质点运动学

1. 参考系 运动学是从几何观点来研究物体的运动,就是研究物体間在空間的相对位置怎样随着時間改变,它不考虑引起物体运动状态发生变化的原因。

物体的运动只能相对的了解。为了确定某一物体在空間的位置,我們必須首先找出另外一个物体作为依据的标准,这个作为依据标准的物体叫做**参考系**。参考系确定以后,我們就可在它上面选取适当的坐标系,来确定物体在空間的位置。

在很多实际問題中,一般物体所占的空間很小,以致我們可以把它看作一个几何的点,而不必考虑它的大小,它的质量(参看第22节)就集中在这点上,这种抽象化的模型叫做**质点**。事实上,只要物体运动的路徑比物体本身尺度大得很多的时候,就可把这物体当作质点看待,用以簡化問題。例如研究行星运动时,虽然行星本身很大,但是它的半徑比起它繞太阳运动时的軌道半徑小得很多,因此我們在这一类問題中,可以把行星看作质点。

要确定质点在空間的位置,須用三个数目(这和数学里确定一点在空間的位置相同)。如果用的是正交直角坐标系,则质点在各瞬間的位置,可以

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \\ z &= f_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

三个函数来表示。如果三个函数都是常数,則质点的位置永恒不变,我們就說质点是靜止的;反之,质点在空間的位置就要变更。质点的

位置也可用一个引自原点 O 的向徑矢量 $\mathbf{r}$ 来表示, 叫做**位矢**。如果 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 是沿 x, y, z 三正交直角坐标軸上的单位矢量, 則

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}。 \quad (1.2)$$

假如取用任意的坐标系, 則质点在三維空間的位置, 决定于三个数 q_1, q_2, q_3 , 这些数叫做质点的**曲綫坐标**, 且

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= q_1(t), \\ q_2 &= q_2(t), \\ q_3 &= q_3(t)。 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

在力学里, 常用的正交曲綫坐标系有柱面坐标系 (r, θ, z) 和球面坐标系 (r, θ, φ) , 我們将在第 7 节和第 8 节里, 对它們作詳細的說明。

如果质点恒在一平面上运动, 則只要两个坐标就可确定它的位置了。如果是正交的直角坐标系, 且假定质点恒在 xy 平面上运动, 則

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(t), \\ y &= f_2(t)。 \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

其矢量形式为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}。 \quad (1.5)$$

如为平面极坐标系, 則

$$\left. \begin{aligned} r &= r(t), \\ \theta &= \theta(t)。 \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

2. 运动方程 軌道 上节中的 (1.1), (1.3), (1.4), (1.6) 諸式, 給出了质点在空間或平面上任一瞬时 t 所处的位置, 所以它們表出了质点的**运动規律**, 通常我們把它們叫做质点的**运动方程**。因在同一時間內, 一个质点不可能占据两个不同的位置, 也不可能从空間某一位置突然变到另一位置, 所以这些函数都应当是 t 的单值的、連續的函数。另一方面, 这些方程式, 也是质点的軌道参变方程, 其中時間 t 是参数。所謂**軌道**, 是运动质点在空間(或平面上)一連串所占据的点形成的一个連續的一維流形, ——即一条連續的平面或空間曲綫, 在綫上任何一点可以作它的一条切綫, 也許有某些个特殊的