

018-202C₃

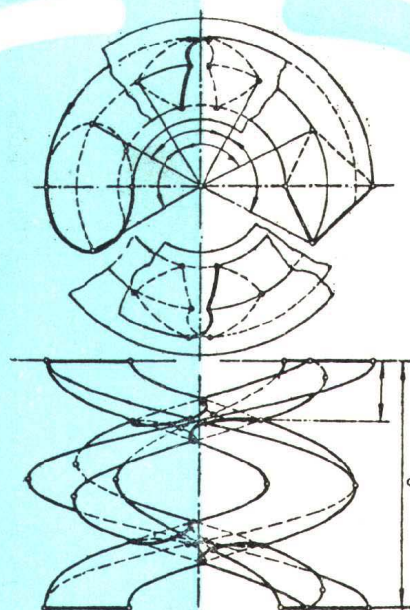
203169

苏联新
艺

画法几何 题册

〔苏〕A·B·布边尼柯夫 著

谭锁明 译



055

东南大学出版社

苏联新画法几何题册

[苏] A.B. 布边尼柯夫 著 谭锁明 译

东南大学出版社

内 容 提 要

本书译自 А. В. БУБЕННИКОВ 《НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ》(ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРАЖНЕНИЙ)莫斯科《ВЫСШАЯ ШКОЛА》1981。该书经苏联高等和中等专业教育部审定高等院校通用教材,并供函大、夜大使用。

全书分十二章 63 节,编入 1122 题。从理论体系、内容构成、题型设计、给题形式、教学方法直至使用功能,均别具一格,其中有 874 题作者已作出图解。作图规范,作法可看图自明。

本书可供我国开设《画法几何》及各类《工程制图》课程的高等院校师生、中专、技校、职中制图老师参考;对从事计算机绘图、造型、机械、电子、土建、水工,等各类工程设计的技术人员,可作为参考图集使用。也是无师自学者的的好读本。

苏联新画法几何题册

[苏]A.B. 布边尼柯夫 著

谭 锁 明 译

东南大学出版社出版发行

南京四牌楼 2 号

南京航空学院印刷厂排版

南京航空学院服务公司印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 18.5 字数 461.8 千字

1990 年 7 月第 1 版 1990 年 7 月第一次印刷

印数 1-2000 册

ISBN 7-81023-380-4

译者序言

本书译自苏联 А. В. 布边尼柯夫 (БУБЕНИКОВ) 1981 年著, 莫斯科高教出版社 (ВЫСШАЯ ШКОЛА) 出版的《画法几何题册》(НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРАЖНЕНИЙ)。原书经苏联高等和中等专业教育部审定为全苏高等院校(含夜大、函大)的通用教材。

全书分为十二章。内容包括: 中心投影及平行投影; 点及直线; 平面, 位置及度量问题; 投影变换; 多面体及其表面; 曲线; 曲面, 曲面的形成及给定; 平面及直线与曲面相交; 曲线及曲面与曲面相交; 曲面的切平面及曲面互切; 表面展开; 轴测投影等。在每章卷首均有关于本章习题有关的内容梗概、名称术语、解题指导、作图方法步骤等。言简意赅, 深入浅出。各章的自检题集中附于书末。全书 1122 道习题, 按章、节分编, 使用极为方便。且其中 874 题已作出规范化、标准化的图解。其解法可看图自明, 无任何文字性说明, 是无师自学的入门范本。

本书较系统而集中地反映出当今苏联在《画法几何》学科教学内容中发生的深刻变化; 同时也反映出该学科在苏联的发展概貌与趋向。无论是从学科内容改革, 还是教学法研究方面来说, 本书皆有可借鉴之处。

该书与同类书相比, 具有六个显著特点:

1. 新体系 本书突破了以初等几何理论为基础的画法几何体系, 结合苏联中学数学课程改革, 将初等几何、解析几何、微分几何、现代几何等基本理论融为一体, 构成了画法几何新体系。

2. 新内容 本书内容丰富, 大部分内容为同类书中罕见。如单面投影的可逆性、利用几何作图法作出各种二次曲线、奇异平面曲线、各种二次曲面的截交线、相贯线等, 既准确又迅速。

3. 新题型 作者吸收现代科技与工程发展的新成就, 精心构思设计了各种椭球面、双曲面、抛物面、回转面、螺旋面等新题型。造型新颖、优美, 富有时代感, 且作法简易。

4. 新形式 各种二次曲线、卵形线、旋轮线、奇异平面曲线、等距变换、保角变换等, 都同时给出了方程式和图式。做到“形”以“数”为据, “数”以“形”而示, 形数紧密结合。为计算机解题提供了方便。

5. 新方法 书中介绍的新教法, 作者认为可使读者用较少的时间, 掌握画法几何中更多的定位与度量问题, 即可获事半功倍之效。

6. 多功能 《题册》通常只是供学生学习作练习用, 而本《题册》除这个基本功能外, 它还可作为学生毕业后, 从事各种工程设计、计算机绘图、造型设计等的参考《图集》使用。

原书为黑、绿两色套印, 书中已解答题号为黑色。这类题, 读者应先进行分析, 弄清解题方法, 写出作图步骤。未解答题号为绿色(译本中题号下加波浪线“~~~”), 这类题应由读者独立完成作图解答。

原本文、图中译者已发现的错漏处(译本中用“★”号标出), 均作了补正。书中部分图上标出的字母“Н. В.”, 是俄文“НАТУРАЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА”一词的缩写, 意为“与原物等大”, 即“实长、实形、实距、实角等”。

本书在翻译出版中, 受到学校党政领导的极大支持, 学校有关老师和同志给了许多具体帮助。省内外许多图学教育家、教授给了热情鼓励与支持, 尤其是南京航空学院制图教研室主任周桂兴老师作出了极大的努力。最后在东南大学出版社和南京航空学院印刷厂的领导与工作人员的努力下, 本译著终究面世与我国读者见面。在此, 译者对他们一并致以最诚挚的谢意!

朱炜华、谭健、谭清等完成部分描图工作。

鉴于译者水平所限, 译文中的错漏乃至不妥之处, 在所难免, 敬请读者批评、指正。

译者

1990 年 3 月于连云港电大

前 言

高等技术院校设置基础数学课程,对培养未来的工程师具有头等重要的意义。数学课程的任务就是赋予受过高等技术教育的专门人才在解决工程问题时所必须的数学知识。

画法几何学如同应用数学科学一样,在设计实践中得到特别广泛地应用。那里众多的综合技术问题需要大量地运用数学工具去进行研究。

画法几何学是《工程语言》(图)的语法。

物体,即使根据对它的最详尽的描述,也不可能将它完整地想象出来。描述不能代替按特定几何法则作出的图。

画法几何学是发展人们空间想象力的最好手段,没有这种空间想象力,任何创造都是不可思议的。

工程师在自身的实践活动中,不可缺少这种科学知识。这种知识不仅在设计各种建筑物或机器时需要,在根据它们已完成的设计图进行施工时需要,而且在研究物体强度类型和解决具体的科学技术问题时也需要。

这本《画法几何题册》教材,旨在为高等技术院校的学生提供解题所必备的实际技能,帮助他们更深刻地理解画法几何学的理论基础。

本书所研究的习题与高等技术院校的工艺、机器制造、建筑和结构设计等专业的《画法几何教学大纲》相适应。

本教材可供各种教育形式,特别是高等技术教育的函授大学、夜大学以及有关系科的大学生使用。

学生在本书中见到的不仅有提出的各种具体几何问题,这些问题大多数是关于技术模型表面的形成、给定和画法问题,而且还有这些问题解法的研究。学生可以从中熟悉画法几何教程中每个课题典型题的解题过程。

凡要学生独立解答的习题都有答案。

学生根据画法几何教科书中有关课题学习后,应首先分析本书中这类课题已解的习题(黑色编号题),也就是指出已解题的作图顺序并写成解题计划。然后,在已知答案的条件下,让学生解题(绿色编号题)。

本教材提供了各种必须的作图法,故本书还可作为“图集”使用。

学生可以在已知图的范围,用辅助作图法来检验已解题的正确的解题过程。

上述教学方法,可以用最少的时间去研究教程中最大量的定位与度量问题,从而极大地提高对工程技术人员几何的和设计的训练水平。

手稿付印前,作者已考虑了B·C·列维茨基、H·H·雷若夫、П·A·索鲍列夫、Г·П·弗多托夫、Г·П·亚戈德金等教授、特别是著名书评家С·A·弗罗洛夫教授的和建议和意见。

在精选习题的最佳解题方案方面,全苏函授工学院(ВЗПИ)画法几何及制图教研室全体成员都曾给予作者很大帮助。特别是B·B·布尔迈杰夫、Л·A·科雷切夫、B·B·克雷洛夫、A·Ф·萨多夫尼奇等副教授及E·K·夏林斯卡娅老教师,他们都在自己的大学生教学班对题解作过检验。

作者对所有参加过本书编写、出版工作的人员表示衷心感谢!

作者将怀着感激的心情采纳所有对本书提出的改进意见和建议。这些意见和建议请寄“高等教育出版社”。地址:莫斯科 K—51, Неклинная ул., Д. 29/4。

作者

采用的标记与符号

1. $Oxyz$ ——自然坐标系。
2. 基本投影面体系的平面。
 Π_1 ——水平投影面(Oxy 坐标面)。
 Π_2 ——正面投影面(Oxz 坐标面)。
3. S ——投影中心。
4. $A, B, C, D, \dots$ 或 $1, 2, 3, 4, \dots$ ——点。
5. $a, b, c, d, \dots$ ——直线和曲线。
 (AB) ——经过点 A 和 B 的直线。
 $[AB]$ ——始点在 A 的射线。
 $\overline{AB}$ ——点 A 和 B 限定的直线段。
6. $\Gamma, \Phi, \Sigma, \Omega, \Psi, \Lambda, \dots$ ——平面和曲面。
7. $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varepsilon, \dots$ ——角。
 $\angle ABC = \widehat{ABC}$ ——角顶点在 B 的角。
 $\perp$ ——直角。
8. 辅助投影面体系中的辅助投影面。
 $\Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \dots$ ——辅助投影面。
9. 点、直线和曲线在投影面上的投影。
 A_1, a_1 ——在 Π_1 上的投影,
 A_2, a_2 ——在 Π_2 上的投影,
 A_3, a_3 ——在 Π_3 上的投影,
 A_4, a_4 ——在 Π_4 上的投影。
10. 几何形的顺序
 $A^1, A^2, A^3, A^4, \dots$ ——几何形的顶点,
 $a^1, a^2, a^3, a^4, \dots$ ——几何形的线,
 $\Sigma^1, \Sigma^2, \Sigma^3, \Sigma^4, \dots$ ——几何形的面。
11. 特殊直线和平面
 $a)$ 平行线:
 h ——水平线,
 f ——正平线。
 $b)$ 投射面(投影面垂直面)
 Γ ——水平投射面(铅垂面),
 Φ ——正面投射面(正垂面),
 P ——侧面投射面(侧垂面)。
 $B)$ 投射面的迹线
 Γ_1 ——平面 Γ 在 Π_1 上的水平迹线,
 Φ_2 ——平面 Φ 在 Π_2 上的正面迹线。
 投射面只用一条迹线表示,它是已知平面在它垂直的平面上的投影。
 $\Gamma) i, j$ ——旋转轴
12. 几何形的给定方法:
 (A, B) ——直线由它的两点 A 和 B 给定,
 (A, B, C) ——平面由它的三点 A, B, C 给定,
 $(a \times b)$ ——平面由相交直线 a 和 b 给定,
 $(a // b)$ ——平面由平行直线 a 和 b 给定,
 $(g \cdot A)$ ——平面由直线 g 和点 A 给定。
13. 符号
 $\times$ ——相交 $g = \Sigma \times \Omega$ ——直线 g 是平面 Σ 和 Ω 的交线,
 $//$ ——平行,
 $\triangle$ ——交错(不是相交),
 $=$ ——作用结果,相等,
 $\equiv$ ——重合、恒等,
 $\neg$ ——否定,
 $\in$ ——属于 $A \in g$ ——点 A 属于直线 g ,
 $\subset$ ——包含于(是子集),
 $a \subset \Sigma$ ——直线 a 包含在平面 Σ 内,或直线 a 的子集是平面 Σ 的点的子集。
 $\cup$ ——并集,
 $S \rightarrow$ ——平行投影,
 $\wedge$ ——命题合取,相当于连接词“与”,
 $\Rightarrow$ ——蕴涵——逻辑推论、意即:若……则……,
 如 $(a // c \wedge b // c) \Rightarrow a // b$, 若二直线平行于第三直线,则它们彼此平行。
 $\Leftrightarrow$ ——等价,
 $\forall$ ——全等量词,所有的,任何的
 $\forall (\triangle ABC) (\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ)$,
 对于所有的(任何的)三角形它的顶角之和等于 180° 。
 空间元素间的距离。
 $|AB|$ ——两点 A 和 B 间的距离(线段 AB 的长)。
 $|A\Sigma|$ ——点 A 至平面(曲面)的距离。
 $|ab|$ ——两直线 a 和 b 间的距离。
 $|\Sigma\Omega|$ ——两平面(曲面)间的距离。
14. Π' ——轴测投影和透视投影平面。
15. Π_0 ——标数投影的投影面。
16. X', Y', Z' ——轴测轴
 O' ——轴测轴原点
17. A', a', Σ' ——点、直线(曲线)、平面(曲面)的轴测投影和透视投影。
18. $A'_1, A'_2, A'_3, \dots, a'_1, a'_2, a'_3, \dots$ ——次投影。
19. u, v, w ——变形系数。
20. $A_{15}, B_{25}, C_5, D_0, E_{-10}$ ——标数投影中点到投影面的特征距离。
21. 基本运算
 $a \equiv b, A \equiv B$ ——几何形重合,
 $a \not\equiv b, A \not\equiv B$ ——几何形不重合,
 $A \subset \Sigma, A \supset a$ ——几何形互属,
 $a \times \Sigma$ ——几何形相交,
 $K = a \times \Sigma$ ——几何运算结果。

目 录

第一章 绪论 中心投影与平行投影	(1)
§ 1 中心投影	(3)
§ 2 平行投影	(5)
§ 3 平行投影的不变性	(7)
§ 4 根据物体的投影认知物体	(11)
第二章 点 直线	(13)
§ 5 坐标投影面 蒙日图	(15)
§ 6 点 点的投影	(19)
§ 7 直线 直线的投影	(21)
§ 8 分直线段成定比	(23)
§ 9 直线的迹点	(25)
§ 10 直线段的真长及其对投影面的倾角	(27)
§ 11 直线的相互位置	(29)
第三章 平面 定位问题与度量问题	(31)
§ 12 平面 蒙日图上平面的给定	(33)
§ 13 平面内的直线和点	(35)
§ 14 平面形的投影	(37)
§ 15 直线与投射面相交 平面与投射面相交	(39)
§ 16 直线与一般位置平面相交	(41)
§ 17 两一般位置平面相交	(45)
§ 18 直线平行于平面 平面相互平行	(49)
§ 19 直线垂直于平面 平面相互垂直	(51)
§ 20 相互垂直的一般位置直线	(55)
第四章 投影变换	(61)
§ 21 换面法	(63)
§ 22 旋转法	(69)
第五章 多面体 多面体的表面	(77)
§ 23 多面体及多面体表面的投影图	(79)
§ 24 平面与多面体相交 直线与多面体相交	(89)
§ 25 两多面体相交	(103)
§ 26 多面体展开	(125)
第六章 曲线	(127)
§ 27 平面曲线、曲率、曲线的渐屈线与渐伸线	(129)
§ 28 平面组合曲线 曲线的顶点	(131)
§ 29 自然坐标中平面曲线的给定	(135)
§ 30 二次曲线	(137)
§ 31 旋轮线	(151)

§ 32	平面曲线变换	(159)
§ 33	奇异平面曲线	(161)
§ 34	空间曲线 螺旋线	(163)
第七章	曲面 曲面的形成及给定	(165)
§ 35	单曲面 直线移动曲面	(167)
§ 36	旋转面	(169)
§ 37	螺旋面	(173)
§ 38	一般形式的二次曲面	(177)
§ 39	卡塔兰曲面	(179)
§ 40	具有导平面的直纹曲面	(181)
§ 41	具有三导线的扭柱状面	(183)
§ 42	移动曲面	(185)
§ 43	转动曲面与螺旋状面	(187)
第八章	平面与曲面相交 直线与曲面相交	(189)
§ 44	平面与单曲面相交 直线与单曲面相交	(191)
§ 45	平面与旋转面相交 直线与旋转面相交	(193)
§ 46	平面与螺旋面相交 直线与螺旋面相交	(199)
§ 47	平面与二次曲面相交 直线与二次曲面相交	(201)
第九章	曲线与曲面相交 两曲面相交	(203)
§ 48	曲线与曲面相交	(205)
§ 49	柱面(棱柱)与曲面相贯	(207)
§ 50	两直纹面相贯	(211)
§ 51	两旋转面相贯	(223)
§ 52	曲面与螺旋面相贯	(235)
§ 53	两二次曲面相贯	(237)
第十章	曲面的切平面 曲面互切	(239)
§ 54	曲面的切平面	(241)
§ 55	曲面互切	(245)
§ 56	作曲面外形线	(247)
第十一章	曲面展开	(249)
§ 57	单曲面展开	(251)
§ 58	不可展曲面的近似展开	(259)
第十二章	轴测投影	(261)
§ 59	轴测投影中基本的几何问题	(263)
§ 60	正等测投影	(267)
§ 61	正二测投影	(273)
§ 62	斜轴测投影	(277)
§ 63	轴测投影中的定位与度量问题	(281)
自我检查题		(287)
参考文献		(290)

第一章 绪论 中心投影与平行投影

人们渴望探求自然界的奥秘及其发展规律,研究自然界发生的一切事物的现象与进程,特别是在现代、在我们这个科学技术蓬勃发展的时代,是绝对必要的。

人们认识某种自然现象主要特性的方法之一,就是模拟试验法。人们在那里创设了物理的或者抽象的(数学的)模型。

物理模型可保持研究对象的主要特性在小范围内重现。

抽象(数学)模型是用不同方程的形式来表达被研究对象的基本属性的,方程的研究导致了对象属性的揭示。

在工程实践中我们遇到的几何模型可借助图来对它们进行研究。图,是人类在生产活动中交往的工具。

专门研究空间几何问题图示和图解方法的科学称为画法几何学。

画法几何学是高等技术学校十分重要的公共教学课程。

画法几何学的主要目的是培养在平面上画出几何形的各种组合以及对它们进行研究的能力,培养解决定位和度量问题的能力。

结构工程师将自己创造性的构思利用图表达出来,并把它传递给施工工程师、工艺员和工人。

无论是建造工程构造物、还是制造机器和机械,以及各种复杂装置,都要根据图样才能进行。

利用图可以看出并研究物体的形状,对于彼此分布在很远的原物,还可利用图直接进行比较,等等。

一种既能表达物体的几何性质,而又能对物体进行面面俱到地研究的图是没有的。可以确定物体要素相互联系(相互配合)的图称做总图。确定物体尺寸的图称固定测量图。

图,有立体的和表面(平面)的两类。

各类模型和雕塑品可归入立体图。

活动布景、油画、照片、素描和图样等可归入表面图。表面图中最不精致的是线条图。就是素描和图样,然而在实践中这些是常用的。

用徒手和目测画出的、物体各要素的尺寸和位置相对近似的图,称做素描。

根据特定的法则、借助绘图仪器、依据物体在空间的相应线段的尺寸和位置、准确地作出的物体的图,称做图样。

图样在表现任何物体时,与素描相比,都是我们最准确的表达者,在图样中反映了图示对象的几何性质。在工程中,图样是人类思想唯一的不可代替的表现手段。

表现人类各方面作用的图样,本身必需是多种多样的。它们不仅是应当确定物体的形状和尺寸,而且解决全面研究物体各部分问题的图解作图要相当简易和准确。

对图样的这些要求,导致了构成画法几何基础的图示理论的建立。

画法几何学阐述的成象法则的基础是投影法。因而成象的投影法就是画法几何的基本方法。

1. 中心投影

中心投影是各种物体在平面上投影的常用方法之一。

平面形的中心投影，其形状和尺寸的变化由平面形对投影面的方向、它与投影中心的相对位置、以及它本身的形状而定。

2. 平行投影

平行投影可看成是具有非固有中心的中心投影。

平面形的平行投影，其形状和尺寸的变化仅仅取决于投影面的方向。

物体在不改变投影方向的条件下，在给定方向的所有平面上具有相同的平行投影。

3. 平行投影的不变性

平面形与它的投影之间存在着恒定的几何关系，即属于原形的某些性质，当它的投影作任何改变时都保持不变。这样的特性就称做不变性（无关联的）。

性质 1. 若点分直线段成任意比，则点的投影分线段的投影成同样比。

性质 2. 相交直线的投影交点就是这些直线交点的投影。

性质 3. 平行的直线段的投影平行且方向一致，而它们在这里的长度比与线段本身的长度比相同。

性质 4. 两交叉直线段的投影，根据其投影方向，可能相交或平行。

性质 5. 两直线段彼此成直角，若它的一条边平行于投影面，而另一条边不垂直于它，在正投影中，它的投影（直角）保持不变。

4. 物体的一个平行投影，没有其它任何补充条件，不能表示出它的原形。根据这样的图不仅物体的形状和大小、而且它在空间的位置都不能确定。平行投影不具有可逆性。

正投影（相互垂直的）

正投影保证物体在两平面上的图形高度准确和便于度量。它是组成工程图样的基础。

轴测投影

轴测投影给出的是最直观的图形。在这里物体与空间三条相互垂直的坐标轴系联系在一起，物体与坐标轴投射在同一个平面上。

标数投影

在建筑工程中，工程施工现场的地面运输干线特别广泛地应用标数投影。标数投影法的根据是，几何形上所有点垂直投射在同一个水平面上，物体上的点到水平面的距离由图上的标数确定。

矢量投影（弗多洛夫投影）

矢量投影是几何形在一个投影面上的图样，点到投影面的距离是按给定的比例、用任意方向的线段（矢量）、从这些点的投影出发测定的。

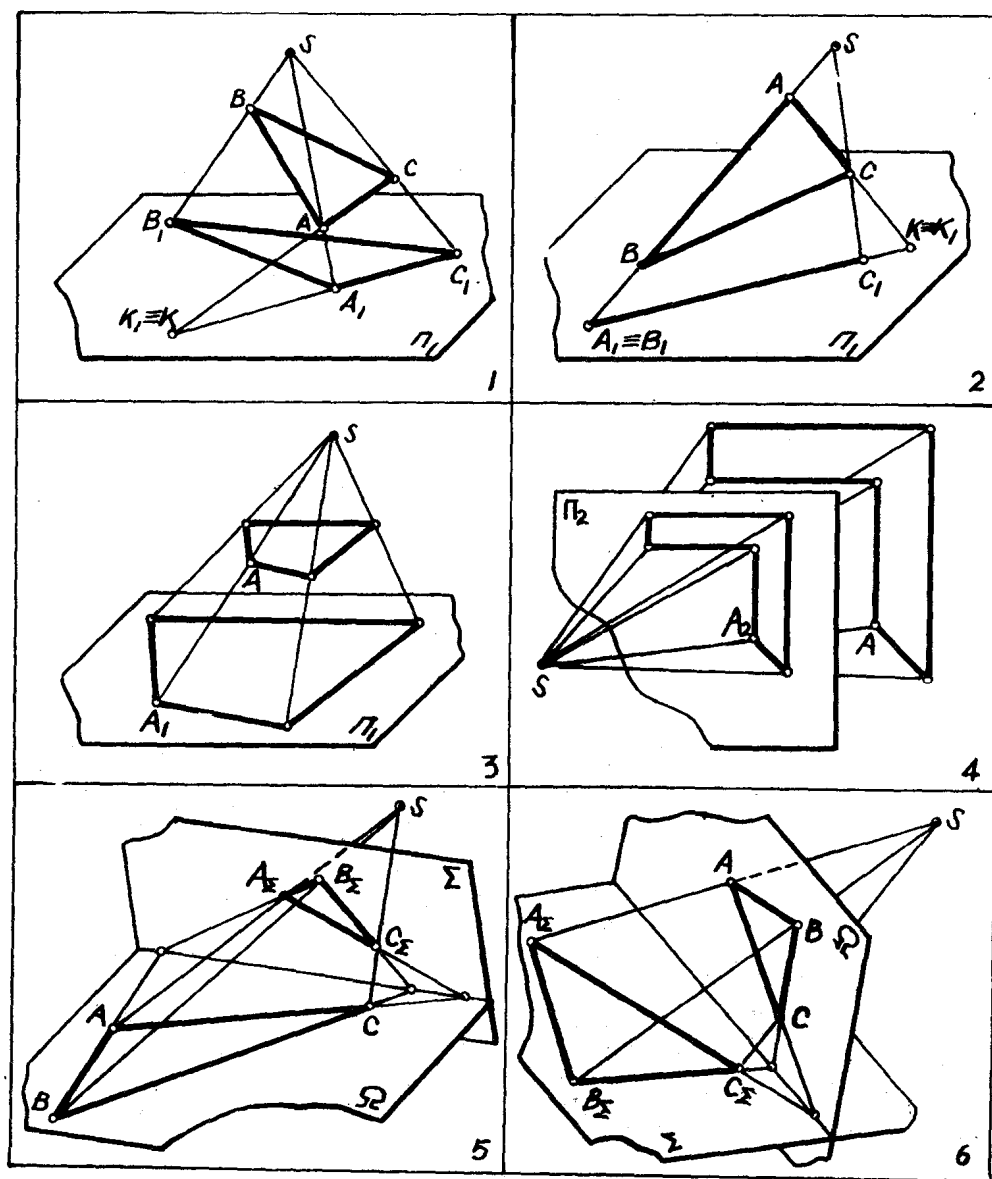
§ 1. 中心投影

1、2. 已知三角形顶点 A 、 B 的中心投影 A_1 、 B_1 和三角形边 AC 与投影面的交点 K ，由已知投影中心作出 $\triangle ABC$ 在水平投影面 Π_1 上的投影。

3. 平面形平行投影面 Π_1 ，已知投影中心 S 和平面形上点 A 的投影 A_1 ，作出该平面形在水平投影面 Π_1 上的中心投影。

4. 平面形平行投影面 Π_2 ，已知投影中心 S 和平面形上点 A 的投影 A_2 ，作出该平面形在正面投影面 Π_2 上的中心投影。

5、6. 在平面 Ω 内有一 $\triangle ABC$ ，已知投影中心和三角形顶点 A 在平面 Σ 上的投影 A_Σ ，平面 Σ 和 Ω 相交。在平面 Σ 上作出 $\triangle ABC$ 的中心投影。

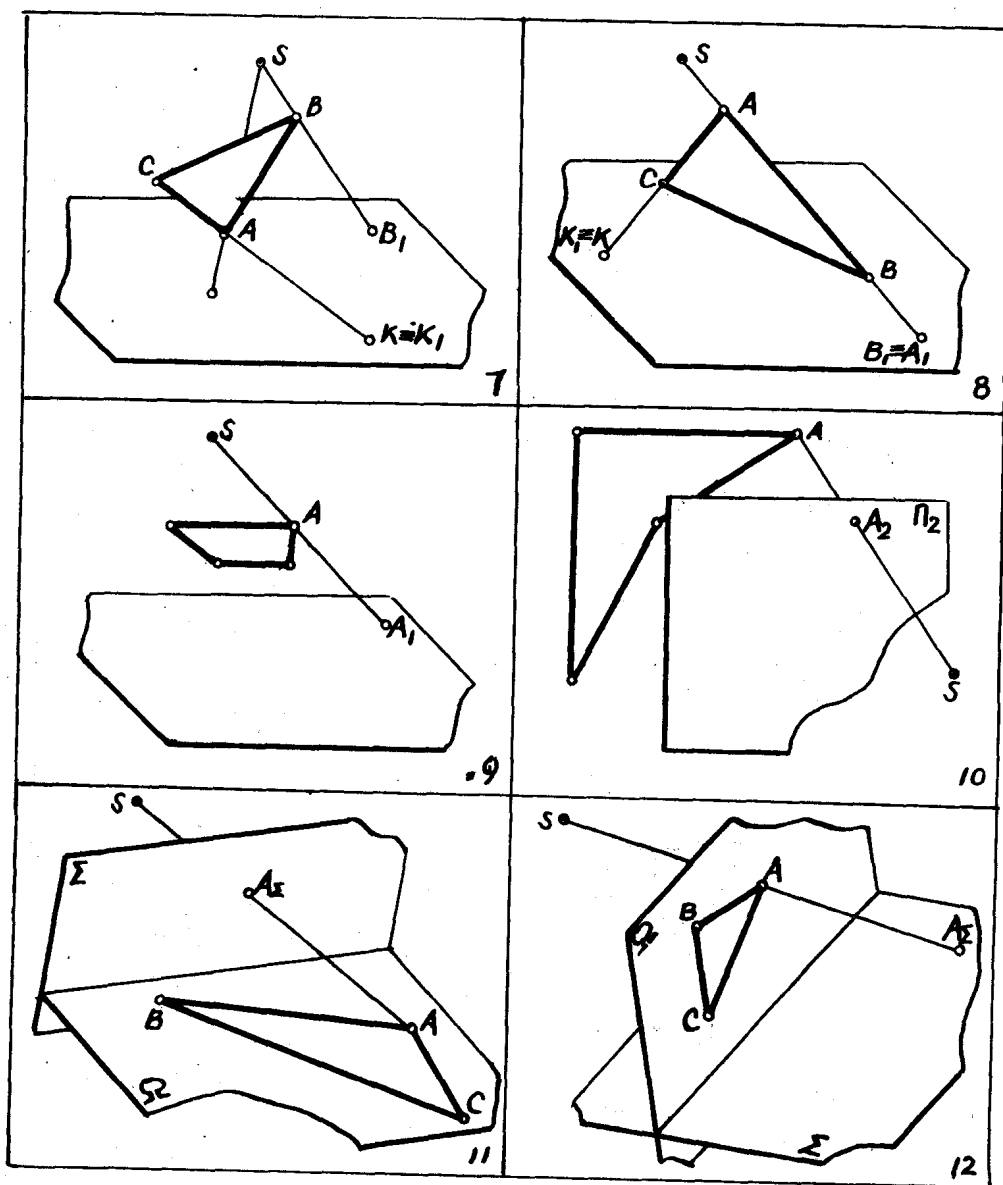


7、8. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 在水平投影面 Π_1 上的中心投影 A_1 、 B_1 ，以及该三角形的边 AC 与投影面 Π_1 的交点 K ，由已知投影中心 S 作出 $\triangle ABC$ 在水平投影面 Π_1 上的中心投影。

9. 平面形平行于水平投影面 Π_1 ，已知投影中心 S 和平面形上点 A 的中心投影 A_1 ，在水平投影面 Π_1 上作出该平面形的中心投影。

10. 平面形平行正面投影面 Π_2 ，已知投影中心 S 和平面形上点 A 的投影 A_2 ，在正面投影面 Π_2 上作出平面形的中心投影。

11、12. $\triangle ABC$ 位于平面 Ω 内，已知投影中心 S 和该三角形顶点 A 在平面 Σ 上的投影 A_Σ ，平面 Σ 和 Ω 相交，在平面 Σ 上作出 $\triangle ABC$ 的中心投影。



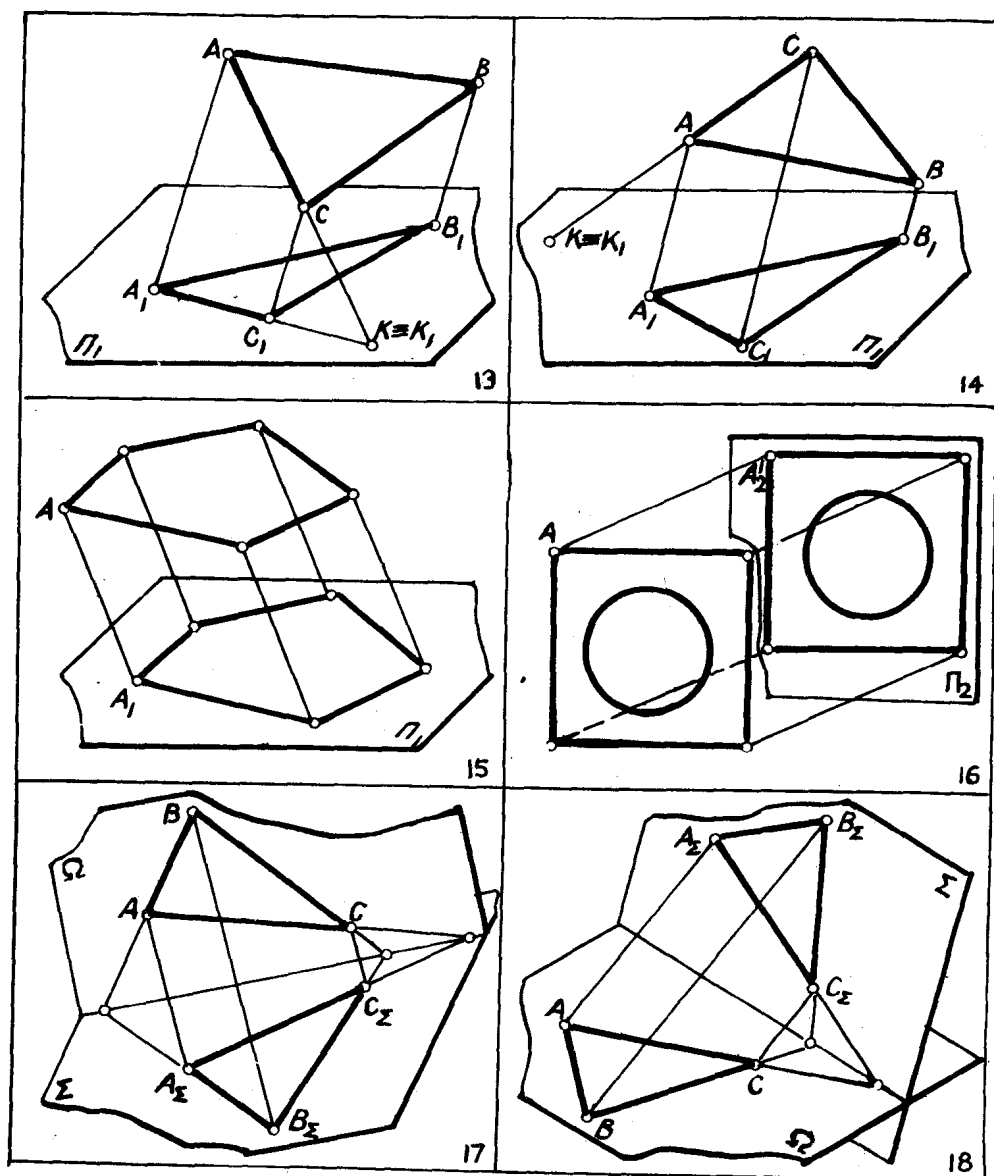
§ 2. 平行投影

13、14. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 A 和 B 在水平投影面 Π_1 上的平行投影 A_1 和 B_1 ，以及该三角形的边 AC 与投影面 Π_1 的交点 $K \equiv K_1$ ，在水平投影面 Π_1 上作出 $\triangle ABC$ 的平行投影。

15. 平面形平行投影面 Π_1 ，已知平面形上点 A 的平行投影 A_1 ，在水平投影面 Π_1 上作出平面形的水平投影。

16. 平面形平行投影面 Π_2 ，已知平面形上点 A 的平行投影 A_2 ，在正面投影面 Π_2 上作出平面形的平行投影。

17、18. $\triangle ABC$ 位于平面 Ω 内，已知三角形顶点 A 在平面 Σ 上的平行投影 A_Σ ，平面 Σ 和 Ω 相交，在平面 Σ 上作出 $\triangle ABC$ 的平行投影。

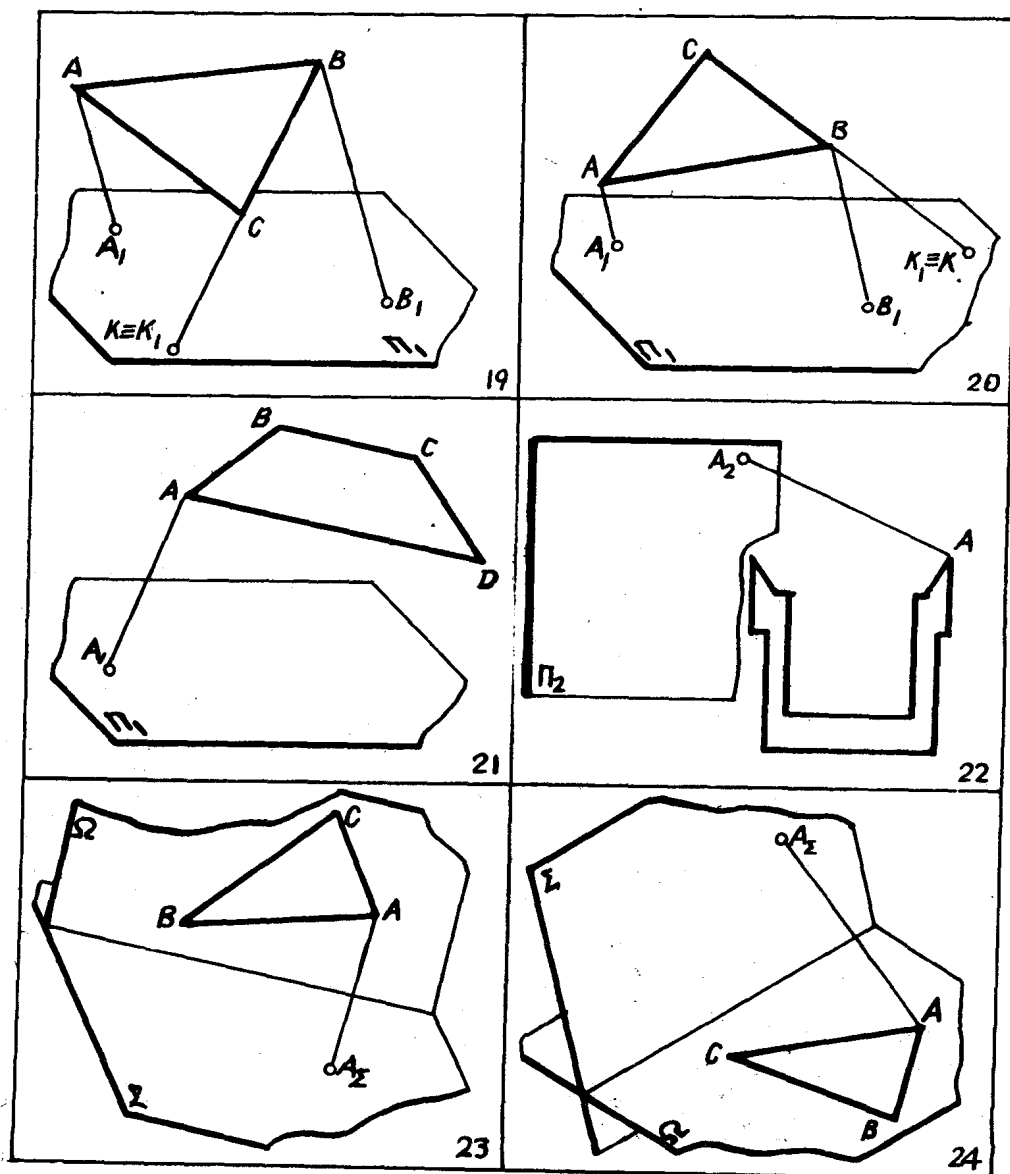


19、20. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点A和B的平行投影 A_1 和 B_1 以及三角形边AC与投影面 Π_1 的交点 $K \equiv K_1$ ，在 Π_1 上作出 $\triangle ABC$ 的平行投影。

21. 平面形平行投影面 Π_1 ，已知平面形上点A的平行投影 A_1 ，在水平投影面 Π_1 上作出平面形的平行投影。

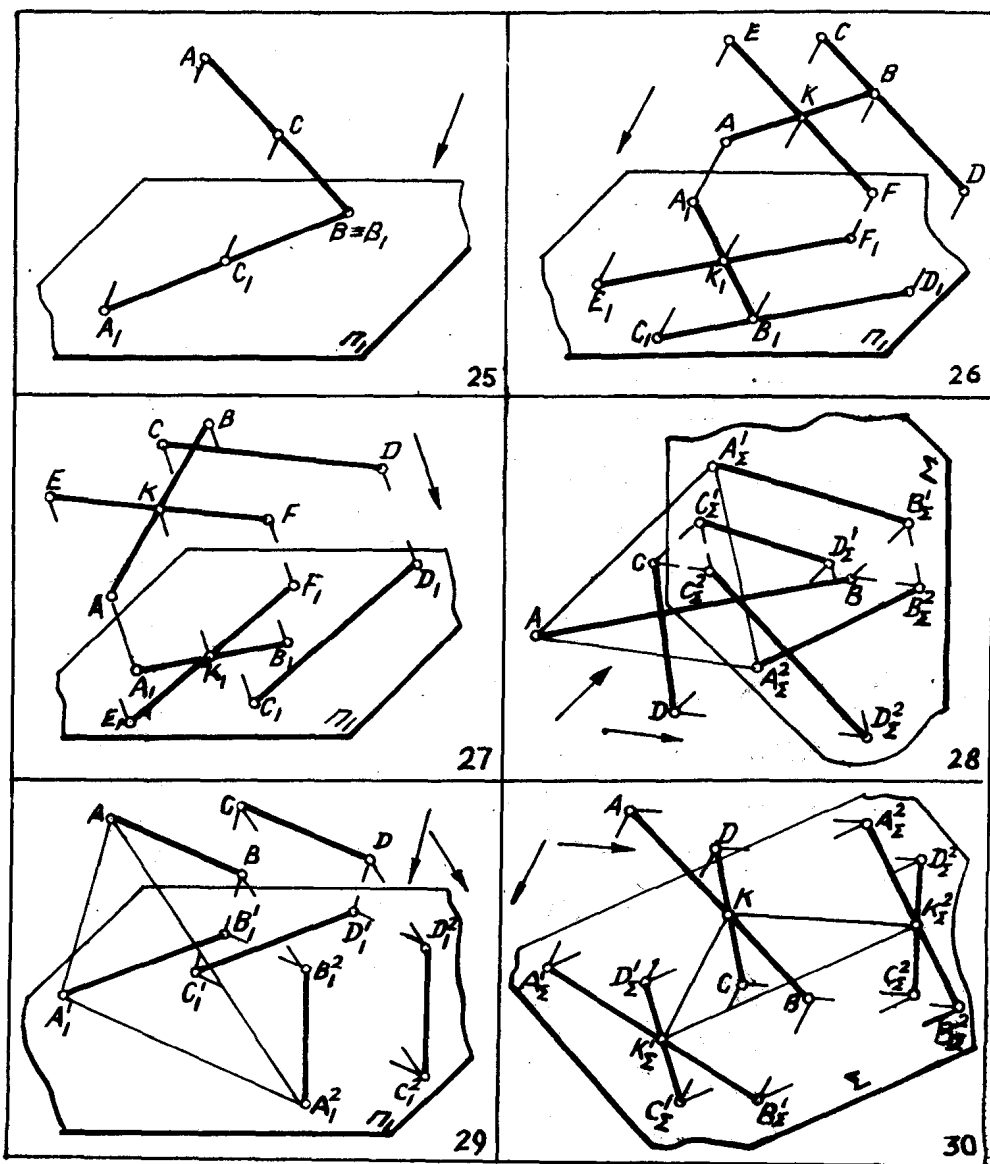
22. 平面形平行投影面 Π_2 ，已知平面形上点A的平行投影 A_2 ，在投影面 Π_2 上作出平面形的平行投影。

23、24. $\triangle ABC$ 位于平面 Ω 内，已知三角形顶点A在平面 Σ 上的投影 A_Σ ，平面 Σ 和 Ω 相交，在平面 Σ 上作出 $\triangle ABC$ 的平行投影。

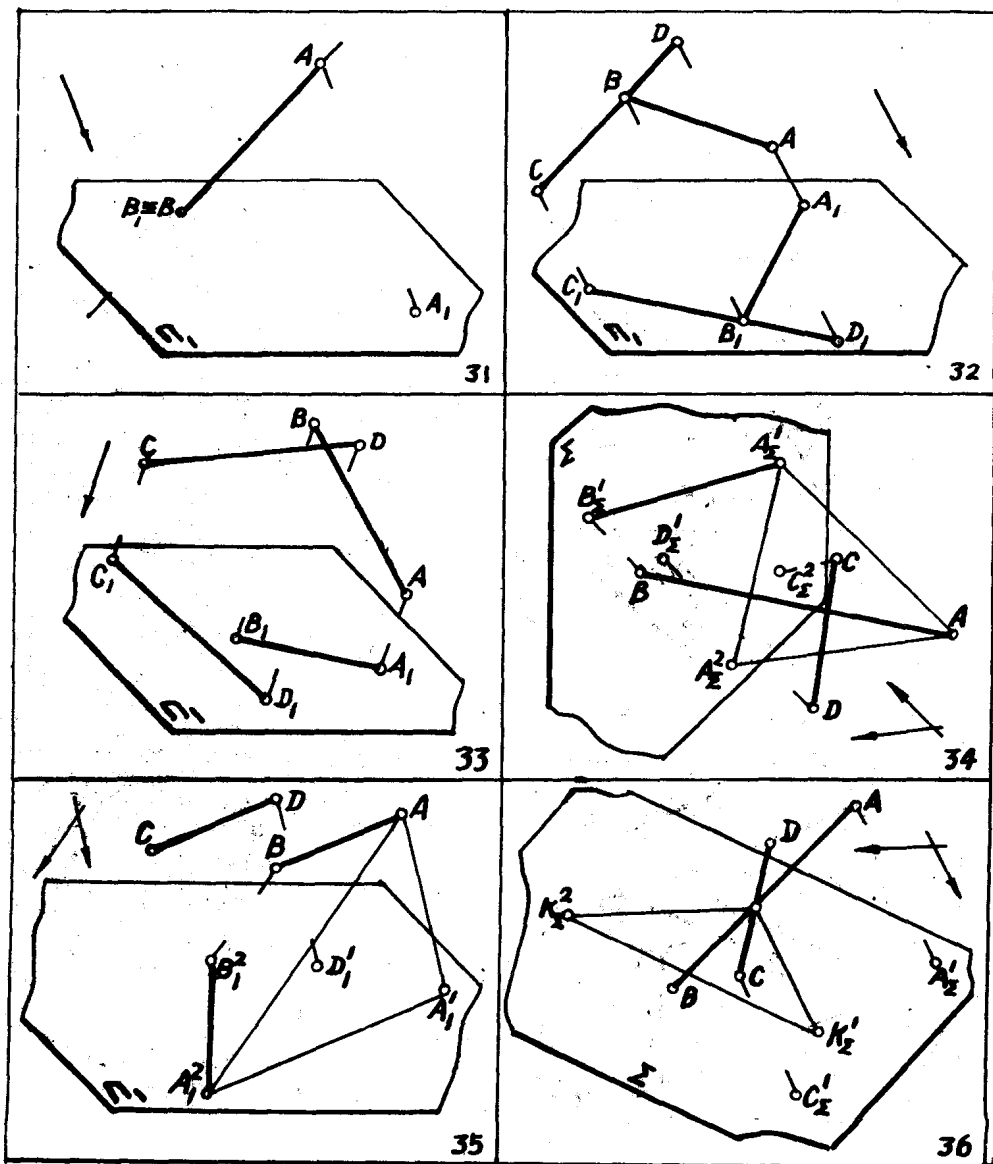


§ 3. 平行投影的不变性

25. 在平面 Π_1 上作出线段 AB 的平行投影并求出平分线段 AB 的点 C 。
- 26、27. 过线段 AB 的中点 K 作线段 EF 与已知线段 CD 相等且平行，线段 EF 在点 K 平分，在 Π_1 上作出 EF 的投影 E_1F_1 。
28. 按箭头所指的投射方向，在平面 Σ 上作出二交叉直线（不是相交） AB 和 CD 的平行投影。
29. 按箭头所指的投射方向，在平面 Π_1 作出平行线段 AB 和 CD 的两组平行投影。
30. 按箭头所指的投射方向，在平面 Σ 上作出相交线段 AB 和 CD 的两组平行投影。



31. 在平面 Π_1 上作出线段 AB 的平行投影并求出线段 AB 的平分点 C。
- 32、33. 过线段 AB 的中点 K，作线段 EF 与已知线段 CD 相等且平行，线段 EF 在点 K 平分，在 Π_1 上作出线段 EF 的投影 E_1F_1 。
34. 按箭头所指的投射方向在平面 Σ 上作出两交叉（不是相交）线段 AB 和 CD 所缺的两组平行投影。
35. 按箭头指定的投射方向，在平面 Π_1 上作出平行线段 AB 和 CD 所缺的两组平行投影。
36. 按箭头指定的投射方向，在平面 Σ 上作出相交线段 AB 和 CD 所缺的两组平行投影。



37、38. 已知直线 a 和 b 的平行投影 a_1 和 b_1 , 过点 c 作直线 a 与 b 相交。

39. 根据交叉直线 a 、 b 在 Π_1 上给定的两组平行投影 a_1^1 和 b_1^1 , a_1^2 和 b_1^2 , 已知直线 a 上的点 c 和它的投影 c_1^1 、 c_1^2 , 作出直线 a 和 b 。

40. 已知直线 a 上的点 c 及其投影 c_1^1 和 c_1^2 , 根据平面 Π_1 上给出的两组平行投影 a_1^1 和 b_1^1 , a_1^2 和 b_1^2 , 作出平行直线 a 和 b 。

41. 已知二直线的交点 K 及其投影 K_1^1 和 K_1^2 , 根据平面 Π_1 上给出的两组平行投影 a_1^1 和 b_1^1 , a_1^2 和 b_1^2 , 作出相交直线 a 和 b 。

42. 已知直角在平面 Π_1 上的正投影, 作出在顶点 A 的直角。

