

力学参考资料(五)

全息干涉法

在固体力学测试中的应用

科学技术文献出版社重庆分社

1977

全息干涉法在固体力学测试中 的应用(力学参考资料五)

重庆大学光弹性科研组 编辑
中国科学技术情报研究所重庆分所
科学技术文献出版社重庆分社 出版

(重庆市市中区胜利路91号)

新华书店重庆发行所发行
重庆新华印刷厂印刷

开本:787×1092毫米 1/16 印张:6.25 字数:20万
1977年12月第1版 1977年12月第1次印刷
印数: 2000

书号: 13176·20

定价: 0.70元

目 录

采用双折射涂层的全息干涉法应力分析.....	(1)
全息法测定平面模型中的主应力.....	(4)
用全息光弹性法测定热应力与温度分布.....	(13)
两次曝光偏光全息光弹性.....	(19)
全息光弹性中利用减速器分离等色等厚条纹图.....	(25)
全息振动分析方法.....	(30)
全息光弹性中确定绝对减速的单张全息图技术.....	(38)
全息光弹性图的新分析方法及其应用.....	(43)
利用全息干涉法的反射全息图和斑点相关测量表面位移.....	(49)
全息干涉法中直接测定应变和转角的完全定位法.....	(56)
主要用于完全分析三维应力状态的一种新的全息方法.....	(62)
对一张二次曝光全息图扫描以测量三维位移.....	(68)
全息摄影在振动测量上的应用.....	(73)
全息振动分析.....	(78)
用全息振动分析确定各向异性复合材料的弹性常数.....	(82)
全息干涉法在实际产品振动分析中的应用.....	(86)
用全息干涉法研究燃气涡轮发动机转子元件振动的经验.....	(99)

采用双折射涂层的全息干涉法应力分析

R. S. Sirohi, R. Krishnamurthy

〔摘要〕本文发展了关于物体双折射涂层的全息光弹性理论，证明了采用二次曝光全息干涉法时，可以同时获得变形、等色、等厚三种条纹图形。然而却不能同时观察到这三种图形，因为这要求双折射材料具有特殊的性能。

一、引言

一些研究人员已将全息干涉法应用于光弹性[1-7]。对各种不同负荷情况下的环氧树脂和其它双折射材料做成的某些简单物体都进行了研究。全息干涉法与其它方法(光弹性与波纹法)不同，可提供计算主应力大小的足够数据。由于可以获得等厚、等色两种条纹图形，在某种情况下只有等色条纹图；在另一种情况下等色条纹图与等厚条纹图相调制。因而这两种条纹图可以分开，并可用来计算出主应力和与主应力差。

这种研究主要局限于透明模型，使通过透明模型的散射波与全息干板上的参考波干涉。这些物体的反射图形由这样一张图形组成，其中的条纹是等光程变化的轨迹，可采用反射全息干涉法单独获得。利用在测试构件上涂以双折射涂层而通过反射来研究应力分布，这是非常重要的，因为涂层中的应力分布与测试构件上的应力分布是有联系的。由此，全息干涉法的论述已引伸到双折射涂层。必须指出，在极限情况下，这种论述可转变为相应于透射和反射全息干涉法的论述。我们采用了Powell等人提出的方法，这种方法采用三次曝光方案来选取有关测试构件的全部数据。

二、理 论

现考察一个涂有厚度为d的双折射涂层的测试构件。假定边界层是粗糙的，从而可以考虑从一点扩散出的散射。入射波一部分从涂层的前面反射出来，令其复振幅为 \hat{a}_c ，一部分经涂层的后面反射而出现，令其复振幅为 \hat{a}_o 。全部振幅均在全息干板上产生干涉。此外还加上振幅为 \hat{a}_r 的参考波。因此在全息干板上就可得到下列不同情况下的方程式：

情况I 物体空载——一次曝光

当对空载物体进行一次曝光，全息干板上的总振

幅为：

$$\hat{A}_H = \hat{a}_r + \hat{a}_o + \hat{a}_c$$

对于纯反射情况， $\hat{a}_o = 0$ ，因此

$$\hat{A}_H = \hat{a}_r + \hat{a}_c$$

而对于光弹性情况， $\hat{a}_c = 0$ ，因此

$$\hat{A}_H = \hat{a}_r + \hat{a}_o$$

情况II 物体加载——一次曝光

当物体加载时，涂层变成双折射，即入射波分解成呈正交偏振状的两束波。因此，此种情况下全息干板上的总振幅分布可由下式给出：

$$\hat{A}_{H'} = \hat{a}_r + \hat{a}_c' + \frac{\hat{a}_{o\parallel}}{2} + \frac{\hat{a}_{o\perp}}{2}$$

式中 $\hat{a}_{o\parallel}/2$ 、 $\hat{a}_{o\perp}/2$ ——与双折射介质中主应力轴之一平行和垂直的偏振波的复振幅。若令 $\hat{a}_{o\parallel}/2$ 、 $\hat{a}_{o\perp}/2$ 和 \hat{a}_c' 分别趋于零，则本情况同样可化为纯反射与纯透射的极限情况。

情况III 二次曝光

物体空载的第一次曝光和物体加载的第二次曝光就形成了本情况的一张二次曝光全息图。因而全息干板上的强度分布就是相当于情况I及情况II的强度的总合，即：

$$I = |\hat{A}_H|^2 + |\hat{A}_{H'}|^2$$

三、光程长度

表1中将出现的各种光程长度如下：

$$L_o = 2(n_m \cos \theta_m - n_o \cos \theta_o) d_o + L_c$$

$$L_{o\parallel} = 2(n_m \cos \theta_m - n_1 \cos \theta_1) d + L_c$$

$$L_{o\perp} = 2(n_m \cos \theta_m - n_2 \cos \theta_2) d + L_c$$

光程长度是从分光器经过物体到全息干板来量测的。 L_o ——从涂料前面反射的波的光程长度，而 L_o ——包括涂层的光程， $L_{o\parallel}$ 和 $L_{o\perp}$ ——在物体受应力时平行和垂直偏振的 L_o 值， n_m ——涂层材料的折射率， n_1 及 n_2 ——主折射率， d ——受应力试样(指涂

层*)的厚度。

四、分 析

情况I 一次曝光，物体未受应力

全息干涉板上的强度分布为：

$$I_{HS} = (\hat{a}_r + \hat{a}_c + \hat{a}_o)(\hat{a}_r + \hat{a}_c + \hat{a}_o)^* \quad (1)$$

式中

$$\hat{a}_r = a_r \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_r,$$

$$\hat{a}_o = a_o \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_o,$$

$$\hat{a}_c = a_c \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_c.$$

将这些振幅值代入方程式(1)，可得出强度分布 I_{HS} 为：

$$I_{HS} = a_r^2 + a_o^2 + a_c^2 + a_r a_c \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L_r - L_c) + a_r a_o \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L_r - L_o) + a_o a_c \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L_o - L_c).$$

假定曝光控制在 \hat{t} -E的直线区域，只考虑产生原象的这些项，则全息图的振幅透射比 t_{HS} 如下：

$$t_{HS} = \hat{a}_r \hat{a}_c \hat{a}_r^* + \hat{a}_o \hat{a}_r^*.$$

当用参考波询问全息图时，物象波为：

$$\hat{a}_r t_{HS} \hat{a}_c \hat{a}_r^* + \hat{a}_o \hat{a}_r^*.$$

因此就能获得物体前面和后面再现的两列波。如果照射光束倾斜，则将引起前后两面波的某种“分离”，而这种分离随照射波的倾斜度增大而增强。

情况II 一次曝光，物体加载

此种情况全息干涉板上的总振幅如下：

$$\hat{A}_{H'} = \hat{a}_r + \hat{a}_c' + \frac{\hat{a}_{o\parallel}}{2} + \frac{\hat{a}_{o\perp}}{2},$$

式中

$$\hat{a}_c' = a_c \exp \frac{2\pi i}{\lambda} (L_c + \Delta L_c)$$

$$\hat{a}_{o\parallel} = a_o \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_{o\parallel}$$

$$\hat{a}_{o\perp} = a_o \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_{o\perp}.$$

ΔL_c 项因物体加载后变形才会出现。物体平面上的强度分布等于 $\hat{A}_{H'}$ 与其复共轭的乘积。假定考虑全息图的振幅透射比有关的几项，则可求出再现原象波的振幅如下：

$$\begin{aligned} & \hat{a}_r t_{HS} \hat{a}_c \hat{a}_c^* \exp \frac{2\pi i}{\lambda} (L_c + \Delta L_c) \\ & + a_r^2 \frac{a_o}{2} \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_{o\parallel} + a_r^2 \frac{a_o}{2} \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_{o\perp}. \end{aligned}$$

象中的强度分布为：

$$\begin{aligned} I_{VS} = a_r^4 & \left[a_c^2 + a_o^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \right. \\ & + 2a_c a_o \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} + L_{o\perp} - \right. \\ & \left. \left. 2L_c + \Delta L_c \dots \right] \right] \end{aligned} \quad (2)$$

方程式(2)提示等色条纹图的形成及由于表面变形条纹图形所进行的调制。纯反射($\hat{a}_o = 0$)的单一情况仅再现原象，而纯透射($\hat{a}_c' = 0$)的情况就形成等色条纹图如下：

$$I_{VS}' = a_r^4 \left[a_o^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \right].$$

该表示式与参考文献[2, 3, 7]中提及的表示式类似，

情况III 二次曝光，物体加载

在这种情况下，第一次曝光系对不承受应力的物体进行，如情况I所示；而第二次曝光对受应力的物体进行，如情况II所示。因此总强度分布等于情况I和情况II中两次强度之和。假定曝光控制在 \hat{t} -E线性区，相应的感兴趣的波的振幅透射比为：

$$\begin{aligned} \hat{t}_{HD} = a_r a_c \exp & \frac{-2\pi i}{\lambda} (L_r - L_c) \\ & + a_r a_o \exp \frac{-2\pi i}{\lambda} (L_r + L_o) + a_r a_c \exp \frac{-2\pi i}{\lambda} (L_r - L_{o\parallel}) \\ & + a_r \frac{a_o}{2} \exp \frac{-2\pi i}{\lambda} (L_r - L_{o\perp}) + a_r \frac{a_o}{2} \exp \frac{-2\pi i}{\lambda} (L_r - L_{o\parallel}). \end{aligned}$$

再现原象的波的振幅在全息图被参考波照射时如下：

$$\begin{aligned} \hat{a}_r \hat{t}_{HD} = a_r^2 a_c \exp & \frac{2\pi i}{\lambda} L_c + a_r^2 a_c \exp \frac{2\pi i}{\lambda} (L_c + \Delta L_c) \\ & + a_r^2 a_o \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_o + \frac{1}{2} a_o a_r^2 \exp \frac{2\pi i}{\lambda} (L_{o\parallel} + \frac{1}{2} a_o a_r^2 \exp \frac{2\pi i}{\lambda} L_{o\perp}). \end{aligned}$$

象中的强度分布为：

$$\begin{aligned} I_{HD} = a_r^4 & \left[2a_c^2 + \frac{3}{2} a_o^2 + 2a_c a_o \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L_o - L_c) \right. \\ & + 2a_c^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L_c + 2a_c a_o \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L_o - L_{o\parallel}) \\ & \left. - L_c + \Delta L_c \right] + 2a_c a_o \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \\ & \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} + L_{o\perp} - 2L_c) + 2a_c a_o \cos \frac{\pi}{\lambda}. \end{aligned}$$

*译者注

$$\begin{aligned} & \left((L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} + L_{o\perp} - 2L_c + \Delta L_c) \right. \\ & \left. + 2a_o^2 \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} + L_{o\perp} - \right. \\ & \left. 2L_o) + \frac{1}{2} a_o^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

方程式(3)给出三种不同的条纹图：即等色、等厚与表面变形。这三种条纹图互相调制。很难同时观察到所有的条纹图，已经观察到等色条纹与等厚条纹一道的形式，但是变形图形却洗掉了。因此，要能同时观察到所有的图形，就要求一种具有特殊性能的材料。

不难证明，方程式(3)在 \hat{a}_o 的值为零时，可化为与纯反射情况相应的强度分布，即：

$$I_{VD} = 2a_r^4 a_c^2 \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L_c \right] = 4a_r^4 a_c^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} \Delta L_c$$

当 $L_c = (2m+1)\lambda/2$ 时，即出现强度最小值，当 $L_c = m\lambda$ ， $m = 0, 1, 2, 3 \dots$ 时，则出现强度最大值。很多研究人员探讨了从记录的条纹图形中计算 ΔL_c 的实用方法〔8—13〕。事实上， ΔL_c 已经得到沿x,y,z方向的三个分量，并且为了获得这三个分量已经提出一种三张全息图的方法〔11〕。最近已经发展了从一张二次曝光全息图计算出同面变形的方法〔13〕。

如将 $\hat{a}_c = 0$ 代入方程式(3)，就得到一种全息光弹性的情况。相应的强度分布如下：

$$I_{VD} = a_r^4 a_o^2 \left[3 + 4 \cos \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} + L_{o\perp} - 2L_o) \cos \frac{\pi}{\lambda} \right. \\ \left. (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) + \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (L_{o\parallel} - L_{o\perp}) \right].$$

上述表示式与参考文献〔2,3,7〕所报导的表示式相似。

这一方程式给出了互相调制的等色、等厚条纹图形。分离、解释这些条纹图的方法也已在上述参考文献中予以说明。

五、结 束 语

本文已经介绍了使用双折射涂层的全息光弹性的基本理论，这种理论包括变形及光弹性特性。为了能同时观察到表面变形、等色、等厚这三种条纹图形，

就必须研制一种具有特殊性能的涂料。如果涂料不是双折射的，则所观察到的仅仅是变形条纹图。另外，如果涂料是轻度双折射的，只能观察到等厚条纹图。对于同时观察到等色及表面变形条纹图并不困难。

这一技术对于证明用于结构分析中的虚功概念是有用的。在设计机器部件及结构时，有两种途径：一是基于材料的强度；另一是基于材料的刚度。换言之，这一方法提供了计算试验部件的强度及刚度的数据。

参 考 文 献

- [1] M. E. Fourney, Exper. Mech., 1968, 8, 33.
 - [2] J. D. Hovanesian等, Exper. Mech., 1968, 8, 362.
 - [3] M. E. Fourney 等, Exper. Mech., 1970, 10, 177.
 - [4] W. von Wetzel, Optik, 1968, 27, 271.
 - [5] E. von Hosp等, Materialprüfung, 1969, 11, 4096.
 - [6] R. L. Powell等, "Engineering Uses of Holography" Cambridge Press(1969).
 - [7] E. von Hosp等, Materialprüfung, 1970, 12, 13.
 - [8] K. A. Haines等, Appl. Opt., 1966, 5, 595.
 - [9] E. B. Alexsandrov等, Sov. Phys. Tech. Phys., 1967, 12, 258.
 - [10] A. E. Ennos, J. Sci. Instr., 1968, 3, 731.
 - [11] K. Shibayama等, Appl. Opt., 1971, 10, 2150.
 - [12] J. E. Solids, Appl. Opt., 1969, 8, 1587.
 - [13] P. M. Boone, Optics and Laser Technol., 1972, 4, 161.
- (译自《Optik》, 1974, 40, №3, 315—321)

全息法测定平面模型中的主应力

Erich Hosp, Günter Wutzke

〔摘要〕 测定主应力 σ_1 和 σ_2 的大小和方向是全面分析平面应力状态的必要前提。借助于光弹性模型技术，可用实验方法测定主应力差和主应力方向。由于全息照相还能测定平面模型中的主应力和，因此，与光弹性测量的方法一样，费时不多即可解决平面问题。

本文从基本方程出发，首先导出关系式，这些关系式是由主光束光路中一对折射模型的光的偏振状态给出的。试验程序用若干例子加以说明，并提供了这一方法实际应用的标准。

1. 导言

众所周知，在工作载荷情况下，结构零件中的应力状态，能提供结构失效的标准，并由此决定结构的改进。强度鉴定的出发点是：或用计算、或因构件的形状极其复杂而用实验方法确定主应力的大小和方向。例如通过光弹性模型法就能比较简单地首先测定主应力的方向。但是，另一方面，光弹性只给出主应力差的大小。这表明在大多数情况下，例如在机械制造中，并无值得提出的限制，因为几乎总是仅对边缘应力感兴趣。可是，如果要确定构件内部的应力状态，那末对于普通光弹性积分法是很必要的。为了避免与此相联系并往往很花时间的计算，人们早就试图在平面模型上，除了测定主应力差外，也能测定主应力和。

近来，确定 $(\sigma_1 + \sigma_2)$ 的实验方法日益不断发展，其中干涉法特别显得重要。但不足的是，这里由于对模型“光学”质量的要求，使其在工业强度研究的实际应用方面的效果，迄今还远远落后于光弹性。

采用全息照相测定主应力和与主应力差，这在不久的将来，可望取得进一步的进展，最后有可能不需用任何为此目的而装备的车间才能制作的应力光学模型。

因此，下面作者试图首先叙述全息测定等厚线（主应力和）与等色线（主应力差）以及两者组合的理论基础，并根据已知的平面应力状态讨论其结果。为了比较详尽地报导，引证了大量的专业文献〔1—9〕。

2. 基础

在光弹性中，一般利用处于平面应力状态的透明

的人造树脂模型的“应力双折射效应”。一个到达模型时具有线偏振状态的平面单色光波被分解成两个相互垂直的分量，这两个分量的方向和主应力方向一致，其传播速度分别为 v_1 和 v_2 ，根据麦克斯韦定律可写为：

$$\begin{aligned}v_1 &= v_0 + a\sigma_1 + b\sigma_2, \\v_2 &= v_0 + a\sigma_2 + b\sigma_1.\end{aligned}\quad (1)$$

式中 v_0 表示无应力介质中的光速。如把折射率 $n_i = \frac{c}{v_i}$ ($i = 0, 1, 2$; c ——真空速度)代入式(1)，并使

$$A = n_0 \cdot a / v_0, \quad B = n_0 \cdot b / v_0,$$

则在一级近似时为：

$$\begin{aligned}n_1 &= n_0 - A\sigma_1 - B\sigma_2, \\n_2 &= n_0 - A\sigma_2 - B\sigma_1.\end{aligned}\quad (2)$$

由此得到与光波波长有关的光程差：

$$(n_2 - n_1) \frac{d}{\lambda} = \frac{A - B}{\lambda} d(\sigma_1 - \sigma_2) = \delta_c. \quad (3)$$

通过变换，可得到“光弹性的基本方程”

$$\sigma_1 - \sigma_2 = S \frac{\delta_c}{d}, \quad (4)$$

为了简单起见，式中使 $S = \frac{\lambda}{A - B}$ 。

其中 δ_c ——等色线级数， S ——应力光弹性常数，其数值通常是根据一种弹性理论方面已知的应力状态由校准试验测定得出（例如径向受压圆盘）。因此，在厚度 d 为已知情况下，我们就可测定模型任何位置上的主应力差。

用线偏振光的透射模型，除产生等色线外，还可产生另外的条纹族，即等倾线，沿着等倾线主应力方向与线偏振光的偏振方向一致。在用圆偏振光（连接 $\frac{\lambda}{4}$ 波片）透射模型时，就可得到没有等倾线的等色线。

图。这里所说明的相互关系不仅在普通光弹性范围内适用，就是在应用光学干涉法时也同样适用[10—12]。

如上所述，把全息照相应用于光弹性试验技术[13—15]，便开辟了在主光束光程中存在双折射介质的情况下研究干涉现象的广阔可能性。在全息照相方面，激光的光束是借助分光镜分成两部分的：“主光束”和“参考光束”。主光束透过模型，而参考光束则从模型旁边穿过。其后，两光束在具有高分辨率的照相底板上产生干涉，并形成“全息图”，此时它将透过模型的波前按照强度和相位储存起来。其前提是绝对遵守干涉条件，即只有同一振动方向的分量才可能引起干涉。因此，在双折射介质的全息照相方面，出现在全息图底板上的光的偏振状态起决定性作用。

如同普通光弹性一样，也可产生全息的明场和暗场，也就是说既可用线偏振光，也可用圆偏振光[15]。下面，我们只叙述在主光束中存在双折射模型的情况下，出现在全息图底板上光的明场-强度分布的再现。

根据参考文献[15]，对圆偏振光有：

$$I_z^H = 2A_0^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos[\bar{R} - kd_0(n_1 - n')] + \frac{1}{2} \cos[\bar{R} - kd_0(n_2 - n')] \right\} \quad (5)$$

对线偏振光有：

$$I_l^H = 2A_0^2 \left\{ 1 + \cos^2 \varphi \cos[\bar{R} - kd_0(n_1 - n')] + \sin^2 \varphi \cos[\bar{R} - kd_0(n_2 - n')] \right\} \quad (6)$$

式中 $\bar{R} = kx(\sin \Theta_H - \sin \Theta_R)$ ，

Θ_H, Θ_R ——主光束及参考光束对全息图底板法线的入射角，

x ——全息图底板上的流动坐标。

在式(5)和(6)中，引入模型周围介质的折射率 n' ，在空气中试验时其值代为 1。这里所应用的较为普遍的关系式在以后是很重要的。模型厚度 d 是在所引入的平面应力状态 ($\sigma_3 = 0$) 作用下的厚度。因此在虎克定律有效的情况下，厚度由关系式：

$$d = d_0 \left[1 - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (7)$$

给出，式中 d_0 为无载模型的厚度。

参照式(2)、(3) 和(7)，并结合式(5) 和(6)，最后得到在全息底板上的强度分布（在略去高次项的情况下）为：

$$I_z^H = 2A_0^2 \left\{ 1 + \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n')] + kd_0 \left(\frac{A+B}{2} + \frac{\nu}{E}(n_0 - n') \right) \times (\sigma_1 + \sigma_2) \right\} \cos \pi \delta_c \quad (8)$$

和

$$I_l^H = 2A_0^2 \left\{ 1 + \cos^2 \varphi \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n')] + kd_0 (A\sigma_1 + B\sigma_2 + \frac{\nu}{E}(n_0 - n')(\sigma_1 + \sigma_2)) \right\} +$$

$$\begin{aligned} & \sin^2 \varphi \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n')] + \\ & kd_0 (A\sigma_2 + B\sigma_1 + \frac{\nu}{E}(n_0 - n') \times \\ & (\sigma_1 + \sigma_2))) \} \end{aligned} \quad (9)$$

由式(8)或式(9)得到在无载模型 ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$) 情况下全息底板上的强度为：

$$\begin{aligned} I &= 2A_0^2 \left\{ 1 + \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n')] \right\} \\ &= 2A_0^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \exp[i(\bar{R} - kd_0(n_0 - n'))] + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} \exp[-i(\bar{R} - kd_0(n_0 - n'))] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

由式(10)可以看出，无应力模型是作为“相位目标”而储存起来的。如果再现时，即仅用参考光束照明作为衍射光栅经过显影的全息底板时，+1级衍射光的振幅 a 与 $\exp i\bar{R}$ 项内的因子成比例，即

$$a \sim \exp[-i(\bar{R} - kd_0(n_0 - n'))]$$

因此，通过用共轭复数相乘，可得到再现象的强度分布。

相位关系如果能证明为 \bar{R} -相关的调幅，则它就能显现出来。通过全息图的两次曝光，这是可能的，只要在两次曝光之间出现例如主光束的相位变动。对于这一点，在第四节和第六节中还将详细加以研究。

3. 试验设备

优质全息图的制作，在有关文献中[8, 15]（在[9]中文献资料尤为丰富）已详尽地予以描述，因此在这里只简要提及与已知试验程序不同的摄象技术。

如图 1 所示，在下述研究中利用的一种光路，除有干涉光学元件外，还有习用的成象系统。由激光发

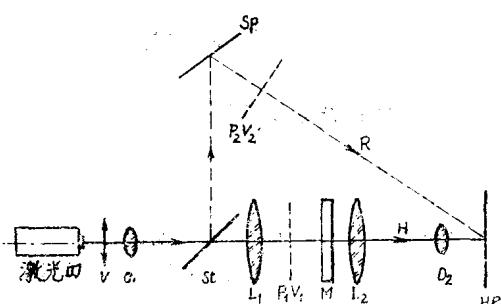


图 1 拍摄平面模型全息图的光路。V——开关， O_1, O_2 ——物镜，St——分光镜，Sp——平面镜， P_1, P_2 ——起偏光镜， V_1, V_2 —— $\frac{1}{4}$ 波片， L_1, L_2 ——透镜，M——模型，HP——全息图底板，H——主光束，R——参考光束。

出的光束透过物镜 O_1 (带有开关V)扩散，并以已知的方式穿过分光镜 S_t 分解成为主光束和参考光束(H和R)。当参考光束经过转向镜 S_p 达到全息图底板时，主光束成为平面波(透镜 L_1)穿过模型。为了有目的地调整偏振状态，起偏振镜和 $\lambda/4$ 波片有时可能在两个光程中插入(在图1中分别用 P_1 , V_1 及 P_2 , V_2 表示)。穿过场镜 L_2 和物镜 O_2 模型在全息图底板上清晰成象，同时主光束和参考光束便发生干涉。如果再现时，就产生摄象时所使用的成象元件(L_2 , O_2)焦点的虚象和实象。如果把一个较宽的光学系统(照相机，肉眼)的光栏带至实象位置，于是在全息图底板的平面上精确调整时就产生模型的象。在相应选择光栏的情况下，漫射光部分却大大减弱(没有图象强度的衰减)，因此使耀度大大增加。

对于平面模型全息照相这一特殊情况来说，具有可不产生斜射的优点，因为斜射测出的应力状态与实际情况有差别，正如在漫射照明模型(主光束光程中的毛玻璃板)时这是可能的一样。在全息底板两次曝光时，用这种方式能够把多次曝光间可能的相位变化记录下来。通过提高象的质量，有可能把主光束和参考光束之间的角度减小(约 10°)，因此，对于胶片材料(Agfa Scientia 14C70)分辨率的要求相对地降低(不同于反射光中散射物体的全息照相)。

但是，应要求试验结构有通常的稳定性。尤其应避免用作全息底板的平面胶片在曝光时和几次曝光之间移动，因此推荐将其固定在胶片盒内的玻璃平板之间。这样就可以得到很好的全息图，例如在汞光中辨认其再现，可能超过电视链。

4. 二次曝光

(1) 圆偏振光的二次曝光

二次曝光的出发点是：两次曝光之一，模型是无应力的。由此得出，进行迭加的全息图必须是明场，亦即主光束和参考光束都是同样圆偏振的。

按照式(8)和(10)，将两个强度相加时得到：

$$I_2 = I_2^H + I = 2A_0^2 \left\{ 2 + \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n')] + \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n') + kd_0(\frac{A+B}{2} + \frac{v}{E}(n_0 - n'))(\sigma_1 + \sigma_2)] \cos \pi \delta_c \right\}. \quad (11)$$

如上所述，就再现而言，决定的是+1级衍射振幅，用其确定的再现象的最终强度分布如下：

$$I_2 = \frac{I_0}{4} \left\{ 1 + \cos^2 \pi \delta_c + 2 \cos \pi \delta_c \cos \left[kd_0 \left(\frac{A+B}{2} + \frac{v}{E} (n_0 - n') \right) (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \right\}. \quad (12)$$

$0 \leq I_2/J_0 \leq 1$ 作为标准被引入。

还应注意，从-1级衍射的振幅出发，也可得到与式(12)恒等的强度 I_2 的表达式。式(12)是构成解释再现象的基础。为此可判别下列情况：

a) 等色线级数： $\delta_c = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$

$$I_2 = I_0 \cos^2 \left\{ \pi \frac{d_0}{\lambda} \left[\frac{A+B}{2} + \frac{v}{E} (n_0 - n') \right] (\sigma_1 + \sigma_2) \right\}. \quad (12a)$$

在式(12)中，如自变数等于 π 的整数倍则有：

$$\frac{d_0}{\lambda} \left[\frac{A+B}{2} + \frac{v}{E} (n_0 - n') \right] (\sigma_1 + \sigma_2) = \delta'_p;$$

$$\delta'_p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (12b)$$

则强度有最小值。

对于自变数为 $\delta'_p + \frac{1}{2}$ 时，强度有最小值。

b) 等色线级数： $\delta_c = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$

由式(12)得到

$$I_2 = I_0 \sin^2 \left\{ \pi \frac{d_0}{\lambda} \left[\frac{A+B}{2} + \frac{v}{E} (n_0 - n') \right] (\sigma_1 + \sigma_2) \right\}. \quad (12c)$$

对于

$$\frac{d_0}{\lambda} \left[\frac{A+B}{2} + \frac{v}{E} (n_0 - n') \right] (\sigma_1 + \sigma_2) = \delta'_p + \frac{1}{2}$$

$$(12d)$$

强度有最大值。

类似于a)，对于自变量为 δ'_p ，强度有最小值。其中 δ'_p 表示与折射率为 n' 的周围介质有关的等厚线级数(等主应力和的位置)。

c) 等色线级数： $\delta_c = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \dots$

$$\text{得到 } I_2 = \frac{I_0}{4}.$$

由a)和b)可知，在偶数的等色线级数范围内产生明场等厚线，并在奇数的等色线级数范围内产生暗场等厚线。在半数的等色线级数时(情况c)，则没有等厚线。

图2非常清楚地示出了这些关系，特别是可以看出等厚线的“跳动”。后者在实际问题中会导致辨识的困难。

图3在其左半部分示出了一个在边缘上平面加载

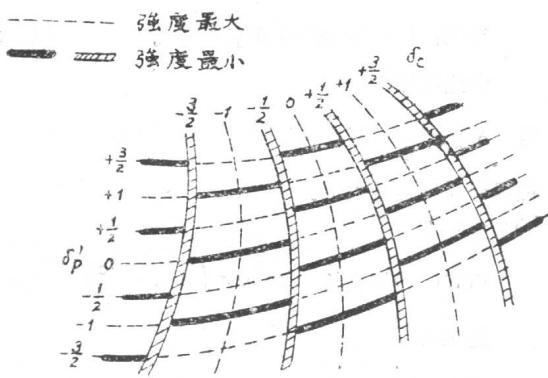


图2 在同时存在等色线和等厚线时再现现象的强度分布

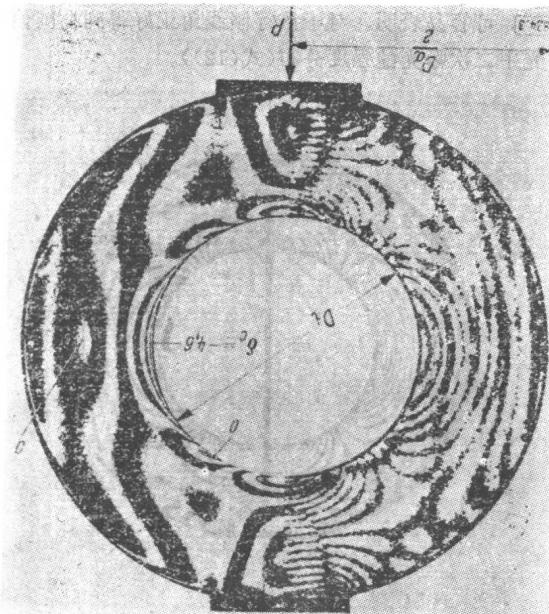


图3 径向平面加载情况下环氧树脂(Araldit B)圆环的等色线和等厚线照片
Da=7.0厘米, Di=3.5厘米, d=1.0厘米

的环氧树脂(Araldit B)圆环的再现($P=40$ 公斤)。两个曲线族(等色线和等厚线)可以清晰地看到。可是数字测定,特别是等厚线级数极为困难,因此,求解复杂的应力状态几乎是不可能的。为了便于比较起见,图的右半部分示出了一个在光波波长 $\lambda=632.8$ 毫微米时的标准的等色线明场照片。根据给定的几何参数,应力光弹性常数 $S=13.07$ 公斤/厘米·级和已测出的圆环内边缘的最大等色线级数 $\delta_c=-4.6$ 级,于是就可得到该处沿边缘应力 $\sigma_{\text{边缘}}=-60.0$ 公斤/厘米²。

然而,使用应力光弹性常数 S 非常大的材料,形

成等色线也就需要很大的力(例如有机玻璃),于是在不太高的载荷情况下,就可得到一个由等色线释放出来的等厚线图。在图4中重新示出了一个有机玻璃圆环等厚线场的再现,其中加载和几何情况均与环氧树脂圆环(图3)一致。

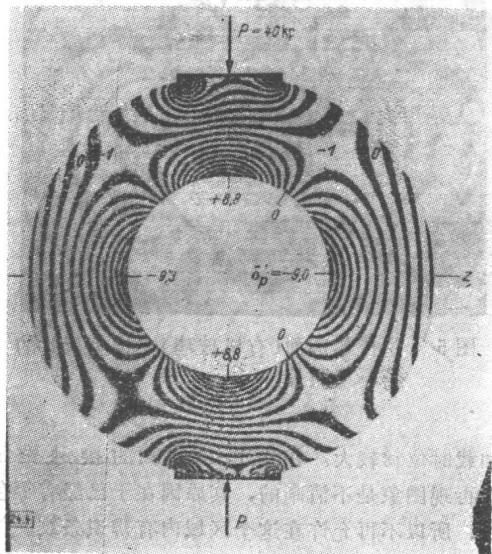


图4 径向平面加载情况下有机玻璃圆环的等厚线照片。

$Da=7.0$ 厘米, $Di=3.5$ 厘米, $d=1.0$ 厘米。

根据在截面zz的内边缘上测定的最大等厚线级数的平均值 $\delta'_p=-9.15$ (边缘级数用外推法获得),圆环力学参数和按(12b)式在校准试验中(径向受压圆盘)所测定的常数

$$\frac{\lambda}{A+B+\frac{\nu}{E}(n_0-n')} = 6.6 \text{ 公斤/厘米级}$$

(有机玻璃, $\lambda=632.8$ 毫微米)

就可计算出最大边缘应力($\sigma_2=0$)

$$\sigma_{\text{边缘}} = -60.5 \frac{\text{公斤}}{\text{厘米}^2}$$

其同按图3用光弹性法所求得的值极为一致。

图5示出了有机玻璃拉伐尔剖面在受拉伸载荷($P=80$ 公斤)作用时的再现。图的质量允许很好地辨识等厚线场,并与一个几何相似模型(例如环氧树脂Araldit B)的光弹性等色照片相结合,可确定完整的应力状态。

这个例子表明,用许多个零件组成的平面模型(叶片和叶轮面),也可采用全息照相,虽然这类构体

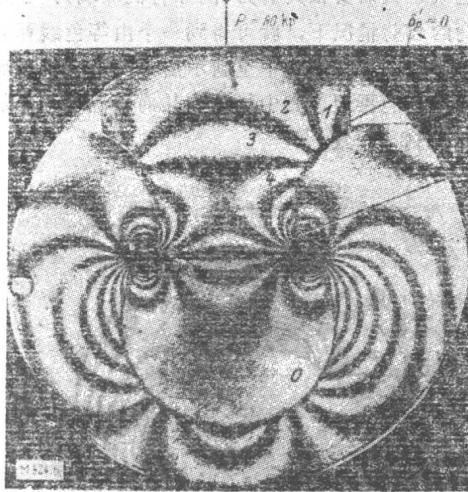


图 5 拉伐尔剖面(有机玻璃)在拉负荷时的等厚线照片

在加载时位移较大。在叶片和叶轮面的接触受压区内，再现图象是不清晰的，其原因在于已经有等色线存在，所以不再允许在这个区域内有辨识条纹。但是如果降低载荷，使得在压力区内的等色线级数在 $\delta_c = \pm \frac{1}{2}$ 级以下，那末这个区域就可以很好地辨识。于是就可以得到等厚线级数，例如，图 4 中在接触面处可以辨别出等厚线的级数。

(2) 线偏振光二次曝光

在这种情况下，测定全息底板的总强度应从式(9)和(10)出发，结合式(12b)可推导出：

$$I_1 = I_1^H + I = 2A_0^2 \left\{ 2 + \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n')] + \right.$$

$$\left. \cos^2 \varphi \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n') + 2\pi(\delta'_p + \frac{\delta_c}{2})] + \right.$$

$$\left. \sin^2 \varphi \cos[\bar{R} - kd_0(n_0 - n') + 2\pi(\delta'_p - \frac{\delta_c}{2})] \right\}. \quad (13)$$

由此，经过换算可得到再现的强度分布公式：

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\varphi \sin^2 \pi \delta_c + \cos^2 \varphi \cos \pi \cdot \right.$$

$$\left. (2\delta'_p + \delta_c) + \sin^2 \varphi \cos \pi (2\delta'_p - \delta_c) \right\}. \quad (14)$$

在上面列出的关系式中，含有等倾线角 φ ，对于一些有特殊意义的角 $\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$ 式(14)可简化为下列形式：

a) $\varphi = 0$ 时， $I_1 = I_0 \cos^2 \pi (\delta'_p + \frac{\delta_c}{2})$

得到： $I_1 = I_0 \cos^2 \pi (\delta'_p + \frac{\delta_c}{2})$. (14a)

由此可导出

当 $\delta'_p + \frac{\delta_c}{2} = \delta'_0, \delta'_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 时，

再现光强度达最大值。

b) $\varphi = \pi/2$

由式(14)推出 $I_1 = I_0 \cos^2 \pi (\delta'_p - \frac{\delta_c}{2})$. (14b)

这里对于

$\delta'_p - \frac{\delta_c}{2} = \delta'/\pi/2; \delta'/\pi/2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

得到强度最大值。

c) $\varphi = \pi/4$

可容易表明，对于该等倾线角正好得到在圆偏振光中二次曝光的强度分布(式(12))。

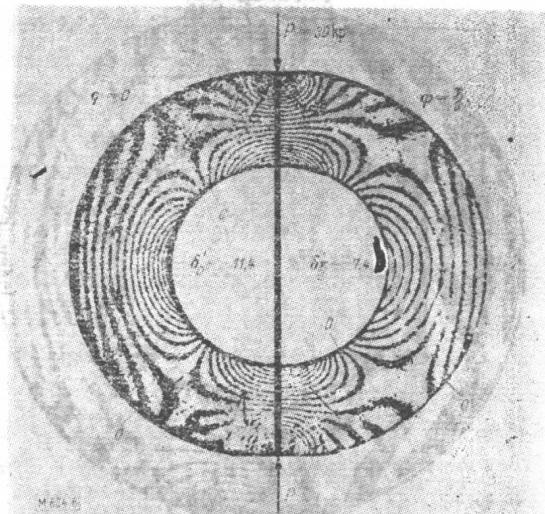


图 6 主光束和参考光束在不同偏振方向时，径向受压圆环(Araldit B)的等色线和等厚线。Da——5.6厘米；Di——2.8厘米；d——1.0厘米。

图 6 在一张拼装照片中，表示a)和b)两种情况，环氧树脂 Araldit B 圆环在径向压力载荷 $P = 30$ 公斤(点载)情况下的不同级数。在左半图中， $\varphi = 0$ ，即力作用线与偏振方向一致，而在右半图中， $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 。

在线偏振光的两次曝光时，至少在平面 pp' 和 zz' 中级数是连续的，并且因而是可辨识的。但是必须注意到，保持在图上的线既含有等色线级数，也含有等厚线级数。

联合式(3)与(12b)，在材料常数(校准试验)已知的情况下，情况a)和b)可确定所观察截面中的主应力 σ_1 和 σ_2 ：

情况a): $\frac{\lambda}{d_o} \delta'_o = A' \sigma_1 + B' \sigma_2,$

情况b): $\frac{\lambda}{d_o} \delta'_{\pi/2} = A' \sigma_1 + B' \sigma_2 \quad (15)$

或

$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{d_o} \cdot \frac{A' \delta' c - B' \delta'_{\pi/2}}{A'^2 - B'^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\lambda}{d_o} \cdot \frac{A' \delta'_{\pi/2} - B' \delta' c}{A'^2 - B'^2} \quad (16)$$

式中 $A' = A + \frac{\nu}{E}(n_o - n')$, $B' = B + \frac{\nu}{E}(n_o - n')$ 。

因此，主应力 σ_1 和 σ_2 可以根据因旋转偏振面出现的级数变化来确定。

由于在截面 zz 的内边缘($\sigma_2 = 0$)上出现的级数 $\delta'_o = -11.4$ 和 $\delta'_{\pi/2} = -7.4$ ，根据式(15)得到

$$\frac{\delta'_o}{\delta'_{\pi/2}} = \frac{A'}{B'} = 1.54.$$

但是，另一方面根据式(3)和(4)，已知的应力光弹性常数为：

$$A - B = A' - B' = \frac{\lambda}{S} = 0.485 \cdot 10^{-5} \text{ 厘米}^2/\text{公斤},$$

因此，对于环氧树脂Araldit B最后可得出

$$A' = 1.385 \cdot 10^{-5} \text{ 厘米}^2/\text{公斤},$$

$$B' = 0.90 \cdot 10^{-5} \text{ 厘米}^2/\text{公斤}.$$

再根据式(16)得出内边缘(截面 zz)的边缘应力为：

$$\sigma_{\text{边缘}} = -52.5 \text{ 公斤}/\text{厘米}^2.$$

为了便于检验起见，可把这个值同用应力光弹性方法测定的值相比较，可望取得良好的一致。如果附加周围介质折射率的变化，就能测定其它参数。

5. 等厚线和等色线

(1) 等厚线方程和等厚线常数

为了求解实际强度问题，我们把式(12b)写成与应力光弹性主要方程相类似的形式是适当的。于是可得到“等厚线方程式”：

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{\lambda}{2 + \frac{\nu}{E}(n_o - n')} \cdot \frac{\delta' p}{d_o} \quad (17)$$

为了简略起见，仿照应力光弹性常数 $S = \frac{\lambda}{A - B}$ ，

等厚线常数可用下列表达式定义：

$$\frac{\lambda}{2 + \frac{\nu}{E}(n_o - n')} = K' \quad (17a)$$

于是式(17)有下面形式：

$$\sigma_1 + \sigma_2 = K' \delta' p / d_o \quad (17b)$$

(K' ，亦如同 $\delta' p$ ，一样与周围介质折射率 n' 有关。)

如应力光弹性常数 S 一样，使等厚线常数 K' 也取决于使用光的波长，关于这一点容易换算，通过校准试验，分析已知应力状态便可确定。

此外，常数 K' 还取决于 $\frac{\nu}{E}$ 和周围介质折射率 n' 。假如若把这个折射率有目的地加以改变，由此在不知道应力状态的情况下，亦有可能确定 ν/E 。

图7示出了有机玻璃圆环在径向载荷(点载) $P = 30$ 公斤的情况下其下半部分当用圆偏振光两次曝光时，浸没在折射率为 n'' 的水中。如果在水-空气分界线上应力的连续过程得到保证，则用等厚线级数 δ'_p (水)和 δ'_p (空气)按式(17a)和(17b)得到关系式：

$$\frac{\nu}{E} (n'' - n') = \frac{\lambda}{E'} (1 - \frac{\delta'' p}{\delta' p}), \quad (18)$$

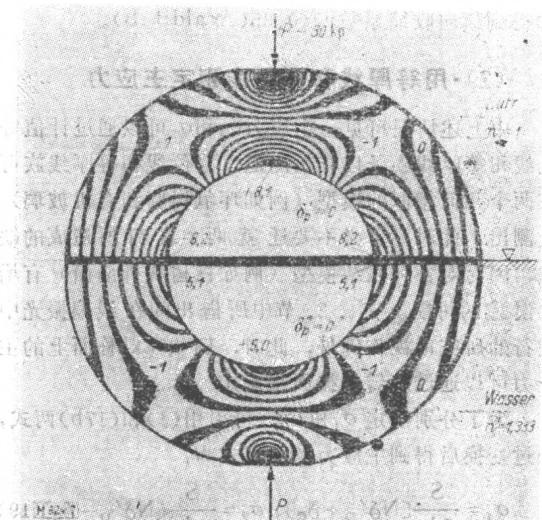


图7 在径向点负载情况下(有机玻璃)圆环的等厚线照片，圆环的下面部分浸设在水中。 $D_a = 5.6$ 厘米； $D_i = 2.8$ 厘米； $d = 1.0$ 厘米。Luft——空气，Wasser——水。

* 原文有误——译者。

式中 K' 可以通过校准试验在空气中测定。如上所述，对于激光光波波长为 632.8 毫微米而言，测出 $K' = 6.6$ 公斤/厘米·级(有机玻璃)。

用等厚线级数之比， $\delta''_p/\delta'_p = 0.62$ (图 7 中圆环内边缘拉力区和压力区的最高级的平均值)，根据式(18)得到

$$\nu/E = 1.10 \times 10^{-5} \text{ 厘米}^2/\text{公斤}(\text{有机玻璃})$$

在一根弯曲试棒上测定的弹性模量 $E = 31800$ 公斤/厘米²，如以此为基础，于是就得到横向收缩系数 $\nu = 0.35$ (有机玻璃)。

由此可以证明，沿内边缘的最大应力($\sigma_2 = 0$)按式(17b)为 $\sigma_{\text{边缘}} = -54.0$ 公斤/厘米²，因此在测量精度范围内与根据图 6 所测定的应力还颇为符合。还应指出，用水作为周围介质的等厚线常数，根据图 7 可见对于上述的光波波长，其值为：

$$K'' = 10.6 \text{ 公斤/厘米·级(有机玻璃)}$$

对于一半浸没在水中的 Araldit B 环氧树脂圆环进行类似研究，首先按第 5 节中给出的参数并与式(17a)相联系，便可导出

$$K' = \frac{2\lambda}{A' + B'} = 5.5 \text{ 公斤/厘米·级(Araldit B)}$$

再用式(18)得到

$$\nu/E = 1.03 \times 10^{-5} \text{ 厘米}^2/\text{公斤}$$

由此再根据弹性模量 $E = 34000$ 公斤/厘米²(Araldit B) 得到横向收缩系数 $\nu = 0.35$ (Araldit B)。

(2) 用等厚线和等色线测定主应力

由上述情况可见，主应力 σ_1 和 σ_2 可以通过计值等色线和等厚线族予以有效测定，等色线和等厚线族可在两个几何相似的模型(例如环氧树脂和有机玻璃)上测出。此时，务必不要迁就两个载荷所造成的缺点，因为对各种联结模型(例如枞树状榫剖面)有增加误差的可能。在 4.2. 节中所指出的在线偏振光中进行的研究可视作例外，此时，例如在对称面上的主应力可以通过旋转偏振面来确定。

为了分别确定 σ_1 和 σ_2 ，可引用(4)和(17b)两式，经过变换后得到主应力的关系式为：

$$\sigma_1 = \frac{S}{2d_c} [N\delta'_p + \delta_c], \quad \sigma_2 = \frac{S}{2d_c} [N\delta'_p - \delta_c] \quad (19)$$

式中 $N = (\delta_c/\delta'_p)_{\text{边缘}}$ ，表示在厚度为 d_c (在无载荷状态)的环氧树脂模型中等色线级数 δ_c 与在有机玻璃模型中等厚线级数 δ'_p 之比，这往往是在无载荷边缘的一个位置上测得的。由此可立刻看出，除了几何参数(仅仅是环氧树脂模型的!)和作为材料常数的级数外，只出现应力光弹性常数 S ，因此在评定完整应力

状态时就大大地容易了。为了测定主应力方向，可补充利用光弹性的等倾线场。

由式(19)的关系式，可给出关于在等色线场以及等厚线场中特殊位置的若干准则，则有

$$\begin{aligned} \text{a) 对于 } \delta_c = 0 \\ \delta'_p = 0 \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_2 = 0, \\ \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{b) 对于 } \delta_c = 0 \\ \delta'_p \neq 0 \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{S}{2d_c} N \delta'_p, \\ \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{c) 对于 } \delta_c \neq 0 \\ \delta'_p = 0 \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} \sigma_1 = -\sigma_2 \text{ 或 } \sigma_{1,2} = \pm \frac{S}{2d_c} \delta_c. \\ \end{aligned} \right.$$

在图 7 和一张等值的应力光弹性照片(在径向点载作用下的圆环)中，根据给出的关系式确定了沿空气-水分界线上的两个主应力的大小，其结果和[1]中的结果极为符合。可是，由于问题的关键前面已假定为已知，就无需复制应力光弹性图和复述明显的计算程序了。

6. 应用全息二次曝光进行路程测量

全息二次曝光可能应用到路程测量(变形测量)方面，这在技术上是有意义的。例如箱形截面梁或板，在外载荷作用下适当选用支撑时的变形，可在模型试验中测定，此时，由于方法的灵敏性，只需很小的力便可。与纯机械测试方法相比，其优点在于平面地显示变形状态。

试验技术很简单，打算用一个例子加以说明。图 8 示出了一个上面敞开的水槽的前后壁的变形。在第一和第二次曝光之间，加上悬臂载荷 P (垂直于象面)，由此而出现的变形状态就在全息底片上储存起来。这

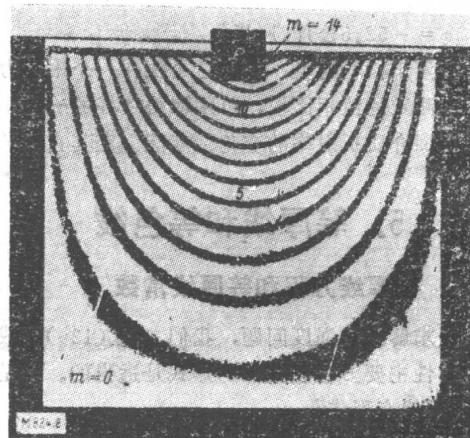


图 8 全息测定水槽的变形

一研究可以理解为三面固定的板的弯曲现象。点载P作用在未固定一面的中间。于是黑线就是同一曲度的位置。

由式(5)(圆偏振光)出发, 其中使 $n_1 = n_2 = n''$, 就得到第一次曝光后全息底片上的强度:

$$I_1 = 2A_0^2 \{1 + \cos[\bar{R} - kd(n'' - n')]\} \quad (20)$$

以 $n' = 1$ 为空气的折射率。式中 d 表示光在折射率为 n'' (水)的介质中所经过的路程。由于在水槽上缘中间加了悬臂载荷, 这一光程就发生 Δd 的变化, 它是地点的函数。于是对随后的第二次曝光, 在全息底片上强度为:

$$I_2 = 2A_0^2 \{1 + \cos[\bar{R} - k(d + \Delta d)(n'' - n')]\}. \quad (21)$$

将式(20)和(21)相加, 引出关系式

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= 2A_0^2 \{2 + \cos[\bar{R} - kd(n'' - n')] + \\ &\cos[\bar{R} - kd(n'' - n') - k\Delta d(n'' - n')]\}. \end{aligned} \quad (22)$$

由第一级衍射振幅, 用已知方式又可得到在再现象中的光强分布

$$I' = I_0 \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (n'' - n') \Delta d \right], \quad (23)$$

其最大值由

$$\frac{\pi}{\lambda} (n'' - n') \Delta d = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (24)$$

给出。此时, 由导入的应力状态(平板弯曲)所引起的容器前后壁的厚度变化可忽略不计。

在这些条件下, 据(24)式可得到作为路程改变的关系式

$$\Delta d = m\lambda / (n'' - n'). \quad (24a)$$

对于氦-氖激光光波长和水槽充水而言, 有关系式 $\frac{\lambda}{n'' - n'} = 1.9 \times 10^{-4}$ 厘米成立, 即在容器前后壁的曲度 $\Delta d = 1/10$ 毫米时, 可能已经得到约 53 级。由此可见, 这一方法具有相当高的灵敏性, 特别是在研究板的问题时, 由于只有微小的曲度, 所以是很有用的。

在图 8 中, 例如在载荷作用点附近可测得
 $m = 14$ 级,

由此, 可推出水槽一面的最大曲度为:

$$\frac{\Delta d}{2} = \frac{14}{2} \times 1.9 \times 10^{-4} \text{ 毫米} = 13.3 \times 10^{-4} \text{ 毫米}$$

若已知在整个需要研究的范围内的曲度, 则用弹性理论的已知方法就可计算出其余的量(例如弯矩等)。

7. 零级干涉线的测定

最后简要地研究如何用一个简单的方法来测定所研究模型的零值干涉线的位置。

这方法密切地依赖动态过程, 例如振动的全息研究[9]。它应用这样的事实, 即零级干涉线始终与同地点的加载大小无关, 相反, 一切其它级数的几何位置与载荷有关。这方法在于全息图是由所研究的模型以单次曝光来确定的, 并且在曝光时要有目的地改变载荷的大小。因此, 在式(8)和(9)中的应力 σ_1 和 σ_2 也可理解为与时间有关, 并且全息图的黑度是“光通量积分”
 $\int_0^T I(t) dt$ (T 曝光时间) 的函数, 该积分是很容易计算的, 如果假定在时间区间 $0 \leq t \leq T$ 内, 应力由 $\sigma_1(t = 0) = 0$ 线性增长至 $\sigma_1(t = T) = \sigma_1$ ($i = 1, 2$)。在这一假设下, 关于再现图的强度可得到(材料系数具有时间稳定性)下列结果:

a) 主光束和参考光束同样是圆偏振的:

$$I_{12} = \frac{I_0}{4} \left\{ \left(\frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \right)_2 + \left(\frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right)_2 + \right. \\ \left. 2 \cos \pi \delta_c \cdot \frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \cdot \frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right\} \quad (25)$$

b) 主光束和参考光束是线性偏振和平行的:

$$I_1 = I_0 \left\{ \cos^4 \varphi \cdot \left(\frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \right)_2 + \sin^4 \varphi \cdot \left(\frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right)^2 + \frac{1}{2} \sin^2 2\varphi \cos \pi \delta_c \frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \cdot \right. \\ \left. \cdot \frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right\}_0 \quad (26)$$

对于特殊情况 $\varphi = 0$; $\frac{\pi}{2}$ 和 $\frac{\pi}{4}$ 来说, 可由式(26)推得

$$\varphi = 0 : I_1 = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \right)_2 \quad (26a)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} : I_1 = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right)_2 \quad (26b)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} : I_1 = \frac{I_0}{4} \left\{ \left(\frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \right)_2 + \left(\frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right)_2 \right. \\ \left. + 2 \cos \pi \delta_c \frac{\sin \pi \delta'_0}{\pi \delta'_0} \cdot \frac{\sin \pi \delta'_{\pi/2}}{\pi \delta'_{\pi/2}} \right\} = I_2 \quad (26c)$$

式(26a)和(26b)表明, 用已知的方法只要在 δ_0 及 $\delta'_{\frac{\pi}{2}} = 0$ (由于 $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$) 的地方, 就可以达到满强度。因此, 零级优于其它一切级的数, 是可测定的。

就有机玻璃而言，由于其应力光学灵敏性很小，并在不太高的载荷时可使 $\delta_c \approx 0$ ，由此可推出 $\delta'_o \approx \delta'_{\frac{\pi}{2}, p}$ 。因此由式(25)或(26)得到

$$I_z \approx I_o \left(\frac{\sin \pi \delta'_{\frac{\pi}{2}, p}}{\pi \delta'_{\frac{\pi}{2}, p}} \right),$$

亦即在零级等厚线的位置时就可得到最大光强。

图9非常清楚地示出了这些关系。并且它还示出了一个径向受压有机玻璃圆环在面载荷作用下全息图的再现。在曝光时间T，圆环承受了几乎是线性增长的载荷(约0到40公斤)。零级等厚线以绝对最大强度出现，对于较高的级数只能模糊地识别。这幅照片是图4示出的等厚线照片的一个补充。

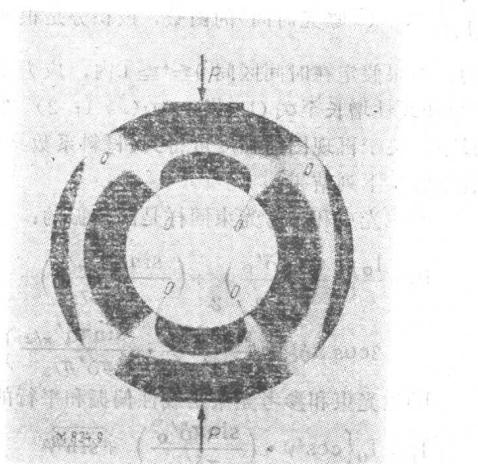


图9 零级等厚线的测定

符 号

- A_o ——光振幅,
- a ——光的复数振幅,
- I ——光的强度,
- $k = 2\pi/\lambda$ ——波数,
- $U_{o, 1, 2}$ ——光速,
- λ ——光波波长,
- $n_{o, 1, 2}$ ——折射率,
- $\sigma_{1, 2}$ ——主应力,
- φ ——等倾线角,
- d, d_o ——模型厚度,
- δ_c ——等色线级数,
- δ_p ——等厚线级数,
- m ——级数,
- K ——等厚线系数,
- S ——应力光学系数,
- E ——弹性模量,
- ν ——横向收缩系数(泊松比)
- A, B, a, b ——材料系数。

参 考 文 献

- [1] Frocht M. M., Photoelasticity, Bd. Iu. II. New York: John Wiley and Sons, 1949.
- [2] Föppl L. 等, Praktische Spannungsoptik, 2. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 1959.
- [3] Kuske A., Einführung in die Spannungsoptik, Stuttgart: Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft mbH, 1959.
- [4] Wolf H. Spannungsoptik Berlin: Springer-Verlag, 1961.
- [5] Coker E. G. 等, A Treatise of Photoelasticity, Cambridge: University Press, 1957.
- [6] Hosp E. 等, Spannungsoptik, ein Hilfsmittel zur experimentellen-Spannungsanalyse, 1967, 18, №8, S. 574/81.
- [7] Nassensrein H. 等, Abbildungsverfahren mit Rekonstruktion des Wellenfeldes (Holographie), Z. angew. Phys., 1966, 22, №1, S. 37/50 (mit Weiteren 83 Literaturhin weisen).
- [8] Stroke W., An Introduction to Coherent Optics and Holography, New York: Academic Press, 1966.
- [9] Kiemle H. 等, Einführung in die Technik der Holographie, Frankfurt/M.: Akademische Verlagsgesellschaft, 1969.
- [10] Sinclair O., Interferometer methods of Plane stress analysis, J. Optical Soc. Amer, 1940, 30, S. 511/43.
- [11] Post O., A new Photoelastic interferometer Suitable for Static and dynamic measurements. Proc. SESA, 1954, 21, №2 S. 191/212.
- [12] Nisida M. 等, A new interferometric method of twodimensional stress analysis. Proc. SESA, 1964, 21, №2 S. 366/76.
- [13] Fourney M. E. 等, Application of holography to photo-elasticity, Exper. Mech, 1968, 8, №1, S. 33—38.
- [14] Hovanesian D. 等, A new experimental stress-optic method: Stress-holo-interferometry, Exper. Mech, 1968, 8, №8, S. 362/68.
- [15] Hosp E. 等, Die Anwendung der Holographie in der ebenen Spannungsoptik, Materialprüfung, 1969, 11, №2, S. 409/15,

(译自《Materialprüfung》, 1970, №1, 13—22)

用全息光弹性法测定热应力与温度分布

丰冈了 吉川敬治 小林久信

[摘要] 受热载荷作用的二维光弹性模型的变形，是用两张同时产生的二次曝光全息图记录的。由透过模型的光所记录的一张全息图再现了干涉条纹图案，由于双折射效应和模型的厚度变化，它是一个组合的等厚和等差应力图案。等厚条纹图取决于热膨胀和主应力和，而等差条纹图取决于各主应力之差。等差条纹级数较之等厚条纹级数要小得多。由模型表面的反射光记录的第二张全息图，仅由于厚度的变化，它再现了一种等厚条纹图，这个条纹图取决于热膨胀与主应力之和，因此，模型内的温度和主应力和，可由这两个等厚条纹图独立地确定。用圆盘做实验，在圆盘的中心区域置一加热器，为避免热对流扰乱条纹图案，圆盘与加热器均放在真空箱内。当圆盘的内、外表面温差小到12℃时，温度分布与主应力和与理论计算值最为一致。

1. 前 言

近几年来正在广泛地研究热光弹性法，作为以实验求热应力的方法。然而，用于光弹性试验的高分子材料的物理性质，会随着温度、湿度、负荷速度等的变化而发生大的变化^[1,2]。G. Gerard^[1,3]等根据光弹性材料的物理性质在低温情况下比较稳定这一点，将光弹性模型用干冰冷却到室温以下40℃的温度范围内进行实验，但是，随着冷却，在试件表面凝结了一层霜，而且冷却装置很复杂。而织田^[4]则用加热法，将温度加热到80℃进行试验。这种方法的优点是装置比较简单，但是，在高温情况下，材料的物理性质特别是纵弹性系数的变化有问题。

另外，全息摄影是记录物体反射光或透射光的振幅与相位而使三维像再现的光学技术。同时如果把不同时刻存在的二种光学波前，在同一平板上进行全息二次曝光，则由于两种波前的相位差形成的干涉条纹就能够再现。对于变形前后的物体的反射光，如果应用这种方法，就可以观察到表面变形的等厚线干涉条纹（以光的波长作为单位）。

M. E. Fourny 等^[5,6] 和 J. D. Hovanesian 等^[7]，对受载前后的二维光弹性模型的透射光也应用过这种方法，他们得到了由主应力和的等厚线与主应力差的等色线组成的干涉条纹，从而分离出两个主应力。这种方法与由西田、斋藤^[8]使用的干涉计分离主应力的方法相似。但是，在使用干涉计方法时，树脂板试件在无载状态下，要求具有与干涉条纹同级的光学平

面，而用全息摄影二次曝光法时，光路的初始条件在干涉过程中被抵消，出现的只是变化部份的干涉条纹。所以并不要求试件一定要有完全的平面。

J. D. Hovanesian 提出，对于透过受到热负荷的光弹性模型的光，如果用全息摄影二次曝光法进行记录，那么，得到的只是与温度分布成比例的等厚线干涉条纹。然而，因为热变形的等厚线一般取决于主应力和与热膨胀，使用像环氧树脂那样的应力光学效应大的材料时，不能够忽视应力项。

我们设计了用受到热负荷的光弹性模型的透射光与反射光同时作成的两个二次曝光全息图，以测定试件内的温度分布与主应力和的新方案。如果用这种方法，在接近室温的温差很小的情况下，由于能够得到足够的干涉条纹，因此，没有必要考虑在普通的热光弹性试验中，由成为问题的温度变化引起的光弹性材料的物理性质的变化。

2. 光 路

用于实验的光路，是用光弹性模型M的透射光和反射光同时记录两个全息图的一种光路（如图1所示）。输出功率为10毫瓦的氦氖激光器S发出的振荡光，由于通过布鲁斯特窗它射到外面就成为平面偏振光，然后通过1/4波片成为圆偏振光。通过显微物镜M₀和准直镜CL基本上变为平行光，用分光镜BS₂反射以照射模型M₀透过M的光为全息图H₁的信息光，从M表面反射的光为全息图H₂的信息光。无论那一种全息摄影，信息光光路与参考光光路的光程都要配置得基本

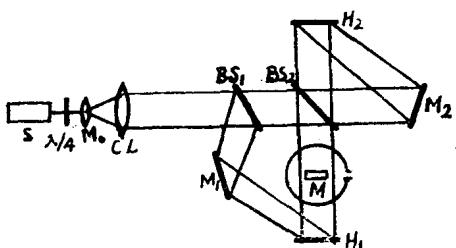


图1 用于实验的光路图：S——氦氖气体激光器， $\lambda/4$ ——1/4波片， M_0 ——显微镜物镜，CL——准直镜， BS_1 、 BS_2 ——分光镜， M_1 、 M_2 ——反射镜，M——模型， H_1 、 H_2 ——全息干板。

相等。全息照像干板使用シエンシア10E75。

3. 再现像强度分布的数学分析

(1) 透射光二次曝光全息图

由受到普通载荷的二维光弹性模型的透射光得到的二次曝光全息图的记录和再现过程，文献[6]已详细叙述。这种方法，是把光弹性模型置于两个1/4波片间的圆偏振光场中，用平面偏振光作为参考光记录二次曝光全息图。首先，把透过无应力状态的模型的波前记录在干板上。此时的相位假设为 ϕ 。然后，把在应力状态下的波前记录在同一干板上。此时，由于信息光沿着两个主应力轴以不同的速度前进，因此，各相位成为 ϕ_1 、 ϕ_2 。在显影处理之后，得到的再现像的强度分布为：

$$I_D = a^2 [1 + 2\cos \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2 - 2\phi) \cos \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2) + \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2)] \quad (1)$$

这里，a为常数。右边第2项的 $(\phi_1 + \phi_2 - 2\phi)$ 与主应力成比例，第2项和第3项的 $(\phi_1 - \phi_2)$ 与主应力差成比例。所以，根据此干涉条纹，可以分离两个主应力。

我们把信息光与参考光都作为圆偏振光这一点，虽然与Fourney等人方法不同，但是所得到的再现像的强度分布与式(1)完全相同。在受到热负荷前后，透过模型的信息光的相位 ϕ 、 ϕ_1 、 ϕ_2 ，可以表示如下。此时，考虑包含模型长度为l的空间，并设无负荷时模型厚度为 d_0 ，折射率为 n_0 ，受到热负荷后的厚度为d，正交的二个主应力为 σ_1 、 σ_2 ，沿二个主应力轴的折射率为 n_1 、 n_2 ，放置模型的介质的折射率为n，模型的温度上升为T，

$$\begin{aligned} \phi &= (2\pi/\lambda)[1 + d_0(n_0 - n)] \\ \phi_1 &= (2\pi/\lambda)[1 + d(n_1 - n)] \\ \phi_2 &= (2\pi/\lambda)[1 + d(n_2 - n)] \end{aligned} \quad (2)$$

式中 λ 为激光的波长。并且，受荷模型的厚度d为：

$$d = d_0[1 + \alpha T - (\nu/E)(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (3)$$

式中 α 、E、 ν 分别为模型所用材料的线膨胀系数、纵向弹性系数、泊松比。同时，应力状态下的折射率 n_1 、 n_2 与主应力 σ_1 、 σ_2 有如下关系：

$$\begin{aligned} n_1 - n_0 &= A\sigma_1 + B\sigma_2 \\ n_2 - n_0 &= B\sigma_1 + A\sigma_2 \end{aligned} \quad (4)$$

其中A、B为材料的光弹性常数，若把式(2)、(3)、(4)代入式(1)略去微小项并加以整理则得：

$$\begin{aligned} I_D = a^2 \{ &1 + 2\cos \frac{\pi}{\lambda} d_0 [(A+B)(\sigma_1 + \sigma_2) \\ &+ 2\alpha T \Delta n] \cos \frac{\pi}{\lambda} d_0 C(\sigma_1 - \sigma_2) \\ &+ \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} C^2 (\sigma_1 - \sigma_2) \} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\Delta n = n_0 - n$ ， $C = A - B$ 。按此式干涉条纹出现时，当 $d_0 C(\sigma_1 - \sigma_2) = N_c \lambda$ ($N_c = 0, 1, 2, \dots$)时，

$$\text{则: } I_D = a^2 \{ 2 \pm 2\cos \frac{\pi}{\lambda} d_0 [(A+B)(\sigma_1 + \sigma_2) + 2\alpha T \Delta n] \} \quad (6)$$

$$\text{当 } d_0 C(\sigma_1 - \sigma_2) = (2N_c + 1)\lambda/2 \text{ 时,} \\ \text{则: } I_D = a^2 \quad (7)$$

即为普通光弹性亮场像。在出现明条纹的地方，显现出主应力和与因热膨胀的等厚线，在出现暗条纹的地方，显现出灰色的等差线。同时，式(5)中第2项的等厚线项，由于被等差线项所调制，因此，等厚线与等差线交叉时，其条纹级数移动1/2级，等厚线与等差线平行出现时，随着挨近等差线的程度愈近，其条纹级数发生误差愈大。式(5)中的热膨胀项 $2\alpha T \Delta n$ ，比其他项大，而如后述的等厚线的条纹密度比等差线的条纹密度大得多。

(2) 透射光的一次曝光全息图

在二次曝光全息图的再现像里，等厚线与等色线大致平行出现时，要判别两者较为困难。于是，为了单独得到等色线，用透过应力状态下的模型的光，作成一次曝光全息图。此时得到的再现像的强度分布为：

$$I_S = b^2 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2) = b^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} d_0 C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

式中b为常数。这与普通光弹性试验的亮场像相同。