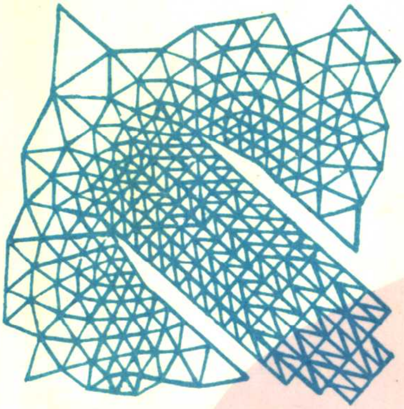

计算流体力学

张涤明
蔡崇喜
章克本
詹杰民
黄　海
编著

中山大学出版社

JISUAN LIUTI LIXUE

计算流体力学

张涤明　蔡崇喜　章克本
詹杰民　黄　海　　编著

中山大学出版社

内 容 提 要

本书是一本内容全面的计算流体教材，共三篇十六章，包括流体力学有限差分法、流体力学有限元法、流体力学边界元方法和流体力学有限分析法等。每种方法既有系统介绍，又有应用举例，还尽可能介绍新的发展动态，并附有代表性的计算机程序。为方便于教学，每章附有习题和上机计算实习题。

本书可作为应用力学、工程力学、计算数学以及航空、气象、造船、海洋工程、水利水电工程等有关专业的教学用书或参考书，也可供有关专业的工程技术人员学习和参考。

计 算 流 体 力 学

张涤明 蔡崇喜 章克本
詹杰民 黄 海
编著

中山大学出版社出版发行
广东省新华书店经销
广州红旗印刷厂印刷
850×1168毫米 32开本 22.5印张 [illegible]万字
1991年5月第1版 1991年5月第1次印刷
印数：1—1000册

登记证号（粤）第11号
ISBN7—306—00382—8/O·29
定价：7.10元

前　言

计算流体力学是当代流体力学领域中的一门重要课程，特别是对于将来准备从事流体力学应用与研究的学生来说，这门课程更是不可缺少的。在我国，计算流体力学作为一门系统的课程，是1980年前后相继在一些学校开设的。我们是1980年开始先在大学本科开设了这门课程。最初，由于国内没有合适的教材可采用，我们自编了一本讲义。在近10年的时间里，根据教学的需要和教学实践的经验，我们对这本讲义进行了三次大的修改，在形成这本书之前，我们又进行了重写和补充。因此，本书的出版虽然只以作者署名，但却是包含了其他同志的工作的，其中有陈建基副教授、朱蔚文副教授以及陈楚平、黄沐辉老师，他们中有的参加过讲义的编写或修改，有的从事过讲义的教学实践，提出过宝贵的意见。总之，本书的形成是和其他同志的劳动分不开的，在此一并表示感谢。

计算流体力学的内容包括三大方面：一是流体力学数值方法，二是数值理论，三是流体力学数值方法的广泛应用，即所谓方法、理论和应用。我们的出发点是想写成一本比较基础的、可以用作有关专业的本科生教材和旁近专业的研究生教材。其次还顾及到其它方面用途，例如有关工程技术人员作参考之用。作为教材，除了基础性之外，取材的先进性当然应有保证。从这一目标出发，我们这本书以讲述和介绍基本方法为主。考虑到如果对数值理论涉及太多，必然要牵涉到一些较深的数学概念，这对于

非数学专业或非计算数学专业的本科学生和工程技术人员来说，多数人一时未必有这个基础。所以除了十分必要的一些数值理论概念和知识外，属于数值理论方面的内容我们没有过多涉及。至于应用，这已是一个广阔的海洋，内容多，范围广，若要写，真不知要照顾到哪些领域；并且各领域的应用，不断地有专门的书籍出版。所以除了结合方法的介绍，列举一些必要算例之外，没有花过多的篇幅于应用的介绍。我们深信，一旦读者掌握了基本的方法，是会开放出更多更美的应用之花的。

本书分三篇共十六章。首篇讲述流体力学有限差分法。这是计算流体力学中最基本的方法，也是发展得最早的方法。在这一篇里，仅讲述流体力学有限差分法最基本的内容及若干常规通用的差分格式。在流体力学若干分支中一些特种差分方法，我们涉及不多。这一篇中第四章是关于气体流动问题的计算，第五章是势流计算，第六章是不可压粘性流计算，这三章是各自独立的，如果课时较紧，可以不必依次每章都讲，而按照学习者的专业要求有所选择。第二篇讲述流体力学有限单元法。这是从60年代后期开始大量地从固体力学领域传入到流体力学领域并迅速得到发展的流体力学数值方法，现已成为计算流体力学的一种主要基本方法。这一篇对流体力学有限单元法的基本方法讲述得比较详细。此外在第十三章，我们还用了整整一章的篇幅介绍有限单元法在流体力学中的若干新发展，以展示其发展趋势。如果初学不便，或课时紧张，这一章也可以先不学。第三篇介绍除有限差分法和有限单元法之外的流体力学其他的数值方法。但限于篇幅，我们只介绍了较多遇到的边界拟合坐标差分法，边界元法和有限分析法。这一篇作为基础课教学或初学者都可以暂时先不学。我们在专业本科生的教学实践中，不包括计算实习时间，约80个学时可以讲授完第一和第二篇的基本内容。为了方便教学，本书还于每章后附有习题。这些习题有些是属于计算实习的。我们认为

抓好习题演习，特别是计算实习，对于搞好本课程的教学是至关重要的。书后附有几个附录，是一些有关的知识，方便读者备查的。附录中给出了一些典型的计算机语言程序，给初学的读者计算实习时编写程序参考之用。

总的来说，我们水平有限，经验也不够，本书难免有不少缺点甚至错误，恳请批评指正，不胜感谢。

作　者

1991年12月

目　录

第二篇　流体力学有限单元法

第三篇　流体力学其它数值方法

附　　录

第一篇　流体力学有限差分法

第一章　流体力学基本方程及模型方程

计算流体力学研究的是用数值方法求解流体力学问题，至今主要地还是从描述流体力学各类问题的基本方程出发。描述各类流体力学问题的基本方程，一般流体力学的书籍都有详细的介绍和推导。这里为应用方便起见，概括性地予以叙述。在讨论流体力学数值方法时，是以经过提炼的在流体力学中具有广泛代表性和一定典型性的模型方程为具体对象的。因此，在这一章里我们还要简要地介绍这些模型方程及它们的定解问题的适定性和一些解的性质。

第一节　流体力学基本方程

一、可压缩粘性流体流动的纳维-斯托克斯（Navier-Stokes）方程组

流体力学基本方程是由流体运动的质量守恒、动量守恒和能量守恒三个守恒定律推导得出的，是这三个守恒定律的数学描述。

实际流体具有压缩性和粘性。基本方程如果考虑流体压缩性和粘性的影响，则为如下可压缩流体的纳维-斯托克斯方程组（常简称为N-S方程）：

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \qquad (1.1.1a)$$

动量方程

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right) \qquad (1.1.1b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

$$+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right) \qquad (1.1.1c)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

$$+\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$

$$+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right) \qquad (1.1.1d)$$

能量方程

$$\frac{\partial s}{\partial t}+u\frac{\partial s}{\partial x}+v\frac{\partial s}{\partial y}+w\frac{\partial s}{\partial z}$$

$$=\frac{1}{\rho T}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial T}{\partial z}\right)\right]$$

$$+\frac{\nu}{T}\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right.$$

$$+\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

$$-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\Bigg] \qquad (1.1.1e)$$

式中 s 为熵，$\nu=\frac{\mu}{\rho}$——为流体剪切运动粘性系数，这里设为常数，K 为流体热传导系数，x,y,z 为笛卡尔坐标。并注意到这里所考虑的是满足广义牛顿假设的牛顿流体，而且假设流体的体膨胀系数 $\lambda=-\frac{2}{3}\mu$。

可以看出，可压缩粘性流体的上述基本方程组，未知量的个数大于方程的个数，并不封闭。对于它的求解，还必须辅以联系流体压力 p、温度 T 和流体密度 ρ 的状态方程

$$p=p(\rho,T) \qquad (1.1.2)$$

二、可压缩无粘流体流动的欧拉(Euler)方程组

一般气体力学问题，除边界层问题外，都视气体为无粘流体，或称之为理想流体。如果可压缩流体的流动是无粘性和无热传导的，那么在纳维-斯托克斯方程组(1·1·1)中，动量方程右端的粘性项和能量方程右端的热传导项都为零。于是流动基本方程就是如下可压缩流体流动的欧拉方程组：

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \qquad (1.1.3a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (1.1.3b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (1.1.3c)$$