高級中学課本代数第一册
教学参考資料

江苏教育学院数学教研組編

江苏人民出版社

高代参考

高級中学課本代数第一册
教学参考資料

江苏教育学院数学教研組編

*

江苏省书刊出版营业許可証出○○一号
江 苏 人 民 出 版 社 出 版
南 京 湖 南 路 十 一 号
新华书店江苏分店发行　江苏新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 耗1/32　印張 4 5/16　字数 103,000
一九五八年七月第一版
一九五八年七月南京第一次印刷
印数 1—10,000

統一书号：　7100·486

定　　价：(5)二角八分

前　　言

1. 这本教学参考資料是根据1956年7月第一版上海第一次印刷的“高級中学課本代数第一册”的內容編写的。

2. 本教学参考資料供教师在教学中作参考之用。

3. 本教学参考資料是按一学期上課十七周，复习一周，共十八周的时間編写的。

4. 本教学参考資料內容分“教学目的”、“教材研究”、“教学建議”三項：

（1）教材研究里包括教材的主要精神、教学重点以及內容分析。

（2）教学建議里包括每一单元的教学时数，各課时的教学內容、要求、教法建議以及課外作业。

以上两項，供教师在鉆研教材和备課时作参考。

5. 由于編者限于水平，因此，本教学参考資料中难免有錯誤，希望教师們在教学实踐中，多提出批評和意見。

編者 1958.5.

目　　录

第一章　幂和方根

在初中讲过一次方程后，接着就要讲解二次方程。在讲解二次方程时，会遇到根式的运算，所以首先要讲解根式的运算；但根式在很多的情形下是无理数，因此要先讲解无理数的概念。

本章先复习乘方的运算，从而讲解它的逆运算开方以及方根的性质。因为在正有理数范围里不是每一个数都能求到方根，这就說明有新数存在，从而引入无理数的概念，使数的概念由有理数扩展到实数，最后讲解根式的性质和它的运算。

本章的重点应当是根式的性质和它的运算。

第一单元　　乘方(§1—§4)

教学目的：

一、在学生已有的初中代数知識的基础上，复习单項式的乘方法则和多項式的平方法则，使学生能在理論上有进一步的理解，为下一单元讲解方根作好准备。

二、要求学生熟練地掌握这些法则，并且特别注意其中的符号法则。

教材研究：

一、本单元是在初中已經讲过的乘方法则的基础上，复习单項式的乘方法则，并将初中所讲过的二項式平方的公式加以推广，以求多項式的平方。

本单元的教材，分作三个部分：

(1)关于乘方的意义(§1—§2)；

（2）关于冪的运算法则（§3）；

（3）关于多項式的平方（§4）。

在本单元的教学中，应着重从理論上闡明冪的运算法則，并要求学生能对这些法則有正确的理解和熟练的計算技巧。

二、乘方是代数学上六种运算——加、减、乘、除、乘方、开方——之一，它是求相同因数的乘积的运算，因而它是乘法运算的一种特殊情形。所以，我們也往往說代数学上有五种运算，而不把乘方作为一种独立运算。

根据乘方定义，很显然，仅当 n 是自然数时，a^n 才有意义。若n为0、負数或分数（如記号a^0、a^{-1}、$a^{\frac{1}{2}}$等），a^n 是沒有意义的。这些記号将来在第二册講解指数概念的普遍化时，再另外給予定义。

三、§3冪的运算法則的几个公式，是以乘方定义和运算律为基础的：

$$（1）\quad a^m\cdot a^n=\underbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a)}_{m个}\cdot\underbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a)}_{n个} \quad（乘方定义）$$

$$=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a}_{m个}\cdot\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a}_{n个} \quad（乘法結合律）$$

$$=a^{m+n}。\quad（乘方定义）$$

（2）$a^m\div a^n=a^{m-n}$。这个公式只有在$a\neq0$而$m>n$时才成立。因为，若$a=0$，则$a^n=0$，但除数为零是沒有意义的。又当$m>n$，則$m-n$是一个自然数，这样a^{m-n}才有意义。因为

$$a^{m-n}\cdot a^n=a^{m-n+n}=a^m,$$

所以，按乘除法互为逆运算的关系，得到

$$a^m\div a^n=a^{m-n}。$$

若$m=n$或$m<n$，則$m-n$为零或負数，这样，a^{m-n}就沒有意义了，所以这个公式不成立。但若$m=n$，則有

$$a^m\div a^n=1。$$

若$m<n$，这时$n-m$是一个自然数，则有

$$a^m \div a^n = \frac{a^m \cdot a^{n-m}}{a^n \cdot a^{n-m}} = \frac{a^n}{a^n \cdot a^{n-m}} = \frac{1}{a^{n-m}}。$$

（3） $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \cdots\cdots \cdot a^m}_{n\text{个}}$ （乘方定义）

$= a^{m+m+\cdots\cdots+m}$ （公式(1)）

$= a^{mn}$。

（4） $(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)\cdots(ab)}_{n\text{个}}$ （乘方定义）.

$= ab \cdot ab \cdot \cdots\cdots \cdot ab$ （乘法結合律）

$= \underbrace{aa \cdot \cdots\cdots \cdot a}_{n\text{个}} \cdot \underbrace{bb \cdot \cdots\cdots \cdot b}_{n\text{个}}$ （乘法交換律）

$= (aa \cdot \cdots\cdots \cdot a)(bb \cdot \cdots\cdots \cdot b)$ （乘法結合律）

$= a^n b^n$ 。 （乘方定义）

（5） $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \cdots\cdots \cdot \frac{a}{b}}_{n\text{个}}$ （乘方定义）

$= \frac{aa \cdot \cdots\cdots \cdot a}{bb \cdot \cdots\cdots \cdot b}$ （分数乘法法則）

$= \frac{a^n}{b^n}$ 。 （乘方定义）

四、关于多項式的平方的一般法則：多項式的平方等于各項平方的和加上每两項乘积的二倍，可以直接由乘法运算得到：

$(a_1+a_2+\cdots+a_n)^2=(a_1+a_2+\cdots+a_n)(a_1+a_2\cdots+a_n)$，右端的两个多項式相乘是用第二个多項式的每一項乘第一个多項式的各項，而后再合併同类項。因此，积中的各項有两个相同文字的乘积，也有两个不同文字的乘积。两个相同文字的乘积的各

項系数都是1。例如：a_1^2这样的項，只能由第二个多項式中的a_1乘第一个多項式中的a_1得到；a_2^2这样的項，只能由第二个多項式中的a_2乘第一个多項式中的a_2得到，等等。而两个不相同文字的乘积的各項系数都是2。例如a_1a_2这样的項可以由第二个多項式中的a_1乘第一个多項式中的a_2得到，也可以由第二个多項式中的a_2乘第一个多項式中的a_1得到。因此，乘积中有两个a_1a_2的項，合併后就得到$2a_1a_2$。

在有n个項的多項式的平方的展开式中，"每两項乘积的二倍"的項共有$\frac{n(n-1)}{2}$个。事实上，用第二个多項式中的每一項乘第一个多項式中的与它不同文字的項，可得$n-1$个項。但第二个多項式有n項，故共有$n(n-1)$个項。在这些$n(n-1)$个項中，有两两相同的項，合併后得系数2，因而这样的項的个数为$\frac{n(n-1)}{2}$。

在实际計算中，如果多項式所含的項数过多，要把"每两項乘积的二倍"的項一一写出是有困难的。我們可以按照下面的順序一一写出，就可以不致发生錯誤：

先用多項式的第一項依次乘后面各項，次用第二項依次乘它的（即第二項的）后面各項，再用第三項依次乘它的（即第三項的）后面各項，等等。再把每一个积前面加一个系数2。

例如：在

$$(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6)^2$$

的乘积中"每两項乘积的二倍"共有$\frac{6\times5}{2}=15$項。这15項可以按照下面的順序写出：

$2a_1a_2$，$2a_1a_3$，$2a_1a_4$，$2a_1a_5$，$2a_1a_6$，

$2a_2a_3$，$2a_2a_4$，$2a_2a_5$，$2a_2a_6$，

$2a_3a_4$，$2a_3a_5$，$2a_3a_6$，

$2a_4a_5$，$2a_4a_6$，

$2a_5a_6$。

于是，得

$$
\begin{aligned}
&(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6)^2\\
&=a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2+a_6^2+2a_1a_2+2a_1a_3\\
&+2a_1a_4+2a_1a_5+2a_1a_6+2a_2a_3+2a_2a_4\\
&+2a_2a_5+2a_2a_6+2a_3a_4+2a_3a_5+2a_3a_6\\
&+2a_4a_5+2a_4a_6+2a_5a_6 \text{。}
\end{aligned}
$$

五、如果多項式中含有負項，則可将这多項式改为代数和的形式而后展开。例如：

$$
\begin{aligned}
(a-b-c)^2&=[a+(-b)+(-c)]^2\\
&=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2a(-c)+2(-b)(-c)\\
&=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc \text{。}
\end{aligned}
$$

由此可知，展开式中的平方項均为正，而“每两項乘积的二倍”的項有正有負。必須指出，在三項式的平方展开式中，如果这三項都是正的或都是負的，如

$$(a+b+c)^2 \text{ 或 } (-a-b-c)^2,$$

則它們的乘积中各項都是正項；如果三項式中的各項有正的也有負的，如

$$(a+b-c)^2 \text{或} (a-b-c)^2,$$

則展开式中的三个平方項都是正的，而三个“每两項乘积的二倍”的項中一定是两个負項和一个正項。因为这三項式中一定有两項符号相同，这两項乘积的二倍应当是正的，而其他一項与这两項符号不同，因此，它与这两項中任一項的乘积都是負的。例如

$$(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc,$$

$$(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc \text{。}$$

教学建議：

一、本单元的教学，除了使学生能在理論上理解乘方运算法則外，幷須使学生能熟練的应用这些公式，特別能注意符号法

则。教师在讲解例题时，应当按步讲解，指出所用的法则。

二、本单元授课四课时。

三、各课时的教学内容和作业：

1. 第一课时： 高中一年级学生来自各校，教师对他們的学习情况还不了解，可利用这一课时檢查学生在初中学习代数的情况，借以对本班学生作初步的了解。

檢查的方法可用口問或笔試，內容以有理数的概念及其运算、代数式的恆等变换以及一次方程为主。

2. 第二课时：

課題： §1—§3乘方、負数的偶次冪和奇次冪、冪的运算法則。

教学要求：使学生对乘方的意义和冪的运算法則有进一步的理解。

教法建議：（一）提問六种代数学上的运算，乘方运算的意义及其与乘法的关系，冪、底数、指数的意义。

（二）結合提問，講解§2。

（三）結合提問，講解§3，指出这些法則的理論的根据。在講解法則（2）时，应强調 $a\neq0$，$m>n$。

（四）講解§3的5个例子，作为这一課时的小結。在講解例題时，要学生說出每一步的根据，借以帮助学生巩固这些法則。

（五）学生往往对于負数的乘方容易算錯。因此，对于§2的講解，应当加以重視。講解§3中例3、例4、例5时，也应当要求学生注意符号法則；尤其在講解例5时，应当告訴学生：这里我們不知道 n 是奇数还是偶数，所以不能断定結果的符号是什么？我們就用 $(-1)^n$ 来表示它的符号。当 n 是偶数时为正，当 n 是奇数时为負。我們不能写成 $(-)^n$，因为“－”仅是一个符号而不是数，一个符号的 n 次冪是沒有意义的。

（六）在冪的运算法則中，学生对于 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ 和 $(a^m)^n$

$=a^{mn}$是容易混淆的。因此，必須使学生能加以区别：前者是两个同底数的冪相乘，而后者是一个冪的乘方。

課外作业： 习題一：6；9（1），（4），（6）。

3. 第三課时：

課題：第195—200頁的平方表和立方表，§4多項式的平方之一。

教学要求：使学生会使用平方表和立方表，并能正确地掌握多項式平方的法則。

教法建議：（一）提問乘方运算的意义和冪的运算法則。

（二）講解平方表和立方表。指出利用这些表可以很容易的求得一个数的平方与立方的近似值。

（三）講解多項式的平方前，可提問 $(a+b)^2$ 的公式，从而利用这个公式来展开多項式的平方。最后再直接用乘法計算来归納成多項式平方的一般法則。

（四）在展开多項式的平方时，学生往往会发生如下的錯誤：

$$(3x-2y+z)^2=9x^2-4y^2+z^2+\cdots\cdots,$$

或

$$(3x-2y+z)^2=3x^2+2y^2+z^2+\cdots\cdots。$$

发生这些錯誤的原因，是由于学生对負数的乘方以及 $(ab)^n=a^nb^n$ 还不熟練。因此，在講解前可以着重对于这两方面的提問。

（五）可利用例1和习題一中11的（3）作为例題。在講解例題时，应着重説明符号法則。

課外作业：习題一： 8（2），（4），（7），（10）；11（2），（4）。

注： 使用平方表举例：求6.84^2，可在第136頁第一直行中找6.8，再沿着水平方向往右找，直到頂上标有4的那一直行。于是得6.84^2的近似值为46.79。

要求68.4^2，因为$68.4=6.84\times10$，所以$68.4^2=(6.84\times10)^2=6.84^2\times100$，將$6.84^2$的近似值46.79的小数点向右移兩位得$68.4^2$的近似值为4679。

由此可知，如果一个数的小数点向左或向右每移一位，平方后就要將小数点向左或向右移兩位。

在使用立方表时，查法与平方表的查法相同。如果一个数的小数点向左或向右每移一位，立方后就要將小数点向左或向右移三位。

4. 第四課时：

課題：§4多項式的平方之二，多項式立方举例。

教学要求：使学生能熟練多項式的平方法則，并能在展开后自觉的合併同类項，在了解多項式的平方法則的基础上，要求学生能应用二項式的立方来展开三項式的立方。

教法建議：（一）提問几个三項式平方的問題。

（二）講解$(a+b+c+d)^2$的展开。指出"每两項乘积的二倍"的項的个数以及最好按什么样的順序写出这些項（参看教材研究四）。

（三）講解例2：$(x^3-3x^2-2x+1)^2$，指出乘积中有同类項应合併。

（四）由$(a+b)^3$来講解$(a+b+c)^3$。

（五）將本单元作一小結。在小結时，除將所有法則加以复习外，并須使学生特别注意符号法則。

課外作业：习題一：12(2)；13(4)；14(2)。

第二单元　方根（§5—§9）

教学目的：

一、使学生理解开方运算是乘方运算的逆运算，从而能正确的掌握方根的性质。

二、通过非完全平方数的正数开平方的講解，使学生理解有新数的存在，为下一单元講解无理数的概念作好准备。

教材研究：

一、本单元是由上一单元乘方的运算引出它的逆运算——

开方运算，从而討論方根的性质，而后講解数的开方，說明非完全平方数的正数开平方不能得到有理数，为下一单元講解无理数的概念作好准备。

本单元的教材，分作两个部分：

（1）关于方根的定义和性质（§5—§7）；

（2）关于正数的平方根（§8—§9）。

在本单元的教学中，应着重講解方根的性质和算术根的意义。

二、方根是一个数，而开方是求方根的运算；它是乘方的逆运算。方根的性质就是根据这个关系导出的。

三、奇次方根的性质說明任何数（正或負或零）的奇次方根都是存在的，这里，对于正数或負数的奇次方根用“不能多于一个”，而不用“有一且只有唯一的值”。所謂“不能多于一个”包括“沒有”在內；而“有一且只有唯一的值”的意思說明必定有一个，且只有一个。为什么对于正数或負数的奇次方根不說“有一且只有唯一的值”呢？因为在这儿（有理数范圍內，亦即沒有介紹新数——无理数——以前），我們还不能說一定有一个。例如2的立方根就不知道是什么数，所以我們只能說“不能多于一个”，到下一单元引入无理数的概念后，我們才可以說“任何数的奇次方根有一且只有唯一的值”。

偶次方根的性质說明只有正数才能开偶次方，而正数的偶次方根“不能多于两个”。用“不能多于两个”而不用“有二且仅有二个”的原因和奇次方根的情形一样。

零的奇次方根或偶次方根都是零，所以我們可以肯定的說“只有唯一的值”。

四、因为一个正数的奇次方根是一个正数，而一个正数的偶次方根，是两个相反的数；那么，記号$\sqrt[n]{a}$（$a>o$），在n为奇数时，当然只表示那个正根，但在n为偶数时，$\sqrt[n]{a}$究竟表示正根，

还是表示負根？一个記号表示两个不同的数，在应用时就不确定了。例如$\sqrt{4}$既表示$+2$又表示-2，$\sqrt{9}$既表示$+3$又表示-3，那么，$\sqrt{9}+\sqrt{4}$就要得到下面四个結果：

$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+2=5\;;$$
$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=-3-2=-5;$$
$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=3-2=1\;;$$
$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=-3+2=-1。$$

因此，为了确定起見，我們規定記号$\sqrt[n]{a}$ $(a>0)$表示正根（不問n是奇数或偶数），即算术根，而用$-\sqrt[n]{a}$表示負根。

若$a<0$，則只有在n为奇数时，記号$\sqrt[n]{a}$是一个負根，而当n为偶数时，它沒有意义。因此，一个負数的奇次方根的記号沒有必要加以規定。

这一点，要向学生講清楚。因为在应用时，学生往往容易模糊。例如在三角中，我們有$\cos x=\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$。因$|\sin x|\leqslant 1$，故$1-\sin^2 x$是一个正数或者是零，因而$\sqrt{1-\sin^2 x}$是表示算术根，但若角$x$是第二象限的角度，即$90°\leqslant x\leqslant 180°$，那么，$\cos x=\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$根号前面的“$+$”或“$-$”究竟用哪一个呢？因为在$90°\leqslant x\leqslant 180°$时，$\cos x\leqslant 0$，因而右端也必須小于或等于零。故当$90°\leqslant x\leqslant 180°$时，

$$\cos x=-\sqrt{1-\sin^2 x}\;。$$

这里，我們不能仅看$\cos x$前面的符号，还需要注意$\cos x$本身的符号。

五、初中代数里告訴我們关于运算的順序：（1）只有同一級运算的，从左到右依次演算；（2）有两級或三級运算的，先算第三級，再算第二級，最后算第一級。如果要想改变运算顺序，就要証明所得的結果是一致的。例如对于加減法的运算或乘除法的运算，我們已經証明过加法和乘法的交換律和結合律，按照这两个基本运算律，我們可以将运算顺序加以改变。

在乘方和开方运算間的运算順序是否能改变呢？我們将在第四单元討論它，現在，我們用一个例子来說明。例如

$$\sqrt{2^2}=2,\ (\sqrt{2})^2=2,$$

故 $$\sqrt{2^2}=(\sqrt{2})^2。$$

这里，$\sqrt{2^2}$是先乘方后开方，而$(\sqrt{2})^2$是先开方后乘方，虽然它們的运算順序不同，而所得的結果一样。因此，我們可以改变运算順序。

又如，$\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$，$(\sqrt{-2})^2$应当先开方后乘方，但$\sqrt{-2}$是沒有意义的，所以$(\sqrt{-2})^2$也是沒有意义的。因此，

$$\sqrt{(-2)^2}\neq(\sqrt{-2})^2,$$

也就是說，在这样的情况下，运算順序不能改变。

由这两个例子，可以告訴我們乘方和开方的运算順序有时可以改变，有时不能改变。在本单元里，我們必須要求学生按照原来的順序演算，将来在第四单元时，再告訴他們什么时候可以改变运算順序。

因此，§ 7 中的例 1 的（4）$\sqrt{(-6.8)^2}=\sqrt{6.8^2}=6.8$不能改成$(\sqrt{-6.8})^2$，因为

$$\sqrt{(-6.8)^2}\neq(\sqrt{-6.8})^2。$$

§ 7 中例 2：記号$\sqrt{(a-2)^2}$表示算术根，因为$(a-2)^2$总是正数或零，因此，若$a>2$，則$a-2$是一个正数，因而$\sqrt{(a-2)^2}=a-2$；若$a<2$，則$-(a-2)=2-a$是一个正数，因而$\sqrt{(a-2)^2}=-(a-2)=2-a$。故

$$\sqrt{(a-2)^2}=\begin{cases}a-2 & (当a>2)\\ 2-a & (当a<2)\\ 0 & (当a=2)。\end{cases}$$

六、§ 8 和 § 9 講解求一个正数的算术根的法則，这里只談开平方法則。这个法則在初中已經講过，这里只是复习一下，使学生能回忆这个法則。这个法則是先将被开方数由小数点起

向左和向右每二位分为一节，而后按照公式 $(a+b)^2=a^2+(2a+b)b$, $(a+b+c)^2=a^2+(2a+b)b+(2a+2b+c)c$等等来求。

例1. 求1024的平方根（算术根）。

$$\sqrt{10'\ 24}=\overset{\overset{a}{\uparrow}}{30}+\overset{\overset{b}{\uparrow}}{2}$$

$$\begin{array}{r|l}
\multicolumn{1}{r}{a^2\cdots\cdots} & 9 \\ \cline{2-2}
2a=2\times30=60 & 1\,24\cdots\cdots(2a+b)b \\
b=\ 2 & \\ \hline
2a+b=62 & 1\,24 \\ \cline{2-2}
\multicolumn{1}{r}{} & \quad 0
\end{array}$$

故$\sqrt{1024}=32$ 。

例2. 求 453.69的平方根。

$$\sqrt{4'\,53'.\,69'}=\overset{\overset{a}{\uparrow}}{20}+\overset{\overset{b}{\uparrow}}{1}+.\overset{\overset{c}{\uparrow}}{3}$$

$$\begin{array}{r|l}
\multicolumn{1}{r}{a^2\cdots\cdots\cdots\cdots} & 4 \\ \cline{2-2}
2a=2\times20=40 & 53\cdots\cdots\cdots(2a+b)b \\
b=\ 1 & \\ \cline{1-1}
2a+b=41 & 41 \\ \cline{2-2}
2a+2b=2\times20+2\times1=42 & 12.\ 69\cdots\cdots\cdots(2a+2b+c)c \\
c=\ .3 & \\ \cline{1-1}
2a+2b+c=42.3 & 12.\ 69 \\ \cline{2-2}
\multicolumn{1}{r}{} & \quad 0
\end{array}$$

故$\sqrt{453.69}=21.3$ 。

上面所举的例子都是开平方能开尽的。§ 9 非完全平方数的正数开平方說明在开不尽的情况下，所求得的算术根就不可能是一个有理数，从而說明一定有新数存在。課本中已經証明了“沒有一个有理数它的平方等于 2 ”。我們也可以用同样的方法

来証明"沒有一个有理数它的平方等于3"(习题二：9的(1))。现在把它証明于下：

假定能够找到一个分数$\frac{m}{n}$(m和n互質)，使$\left(\frac{m}{n}\right)^2=3$，则有$m^2=3n^2$，因而$m$是3的倍数。設$m=3m_1$，代入，得$9m_1^2=3n^2$，或$n^2=3m_1^2$。这样，$n$也是3的倍数。于是$m$和$n$有公約数3，这与假設$m$和$n$互質有矛盾。

同样情形，我們也可以証明"沒有一个有理数它的立方等于2"：

假定m和n互質，且$\left(\frac{m}{n}\right)^3=2$，则有$m^3=2n^3$，因而$m$是一个偶数。令$m=2m_1$，代入，得$8m_1^3=2n^3$，或$n^3=4m_1^3$。于是$n$也是一个偶数，这与$m$和$n$互質有矛盾。

七、所謂精确到$\frac{1}{10^n}$的不足近似值和过剩近似值是近似值的一种情形。精确到$\frac{1}{10^n}$的不足近似值是指求这数到第n位小数，而把第$n+1$位及其以后的数位上的数碼捨去；精确到$\frac{1}{10^n}$的过剩近似值是指在精确到$\frac{1}{10^n}$的不足近似值的最末一位（即第n位小数)的数碼上加1。这样，精确到$\frac{1}{10^n}$的不足近似值总比眞值小，而过剩近似值总比眞值大。我們所采用的四捨五入法，就是取精确到$\frac{1}{10^n}$的不足近似值(四捨)和过剩近似值(五入)。

精确到$\frac{1}{10^n}$的过剩近似值与不足近似值的差是$\frac{1}{10^n}$。

教学建議：

一、在本单元的教学中，除要求学生理解方根的性質外，应特别注意使学生对算术根概念的理解。学生常常对于算术根的概念模糊，錯誤地理解为求一个数的平方根只要求它的算术根，