



算术应用问题解法研究

周曼金 著



辽宁人民出版社

算术应用问题解法研究

周曼金 著

辽宁人民出版社

1963年·沈阳

算术应用問題解法研究

周曼金 著

☆

辽宁人民出版社出版（沈阳市沈阳路二段宫前里2号） 沈阳市书刊出版业营业许可证文出字第1号
沈阳新华印刷厂印刷 辽宁省新华书店发行

850×1168毫米幅·8%印张·198,000字·印数：1—40,000 1963年5月第1版
1963年5月第1次印刷 统一书号：13090·16 定价(5)0.70元

序 言

算术是研究数、数的性質以及数的运算規律的科学。它是数学的基础，数学的入門。它的内容主要由两部分所組成：

(一) 数的基本知識——整数和整数的四則运算，分数和分数的四則运算，小数和小数的四則运算，数的性質等；

(二) 数的实际应用——算术的应用問題。

第一部分告訴我們抽象的数的性質和特点，数的运算規律，計算技巧和計算方法等。

第二部分告訴我們如何应用数的知識解决日常生活中的实际問題，解决比較簡單的生产上的問題。

解答算术的应用問題，包含着将生产上或生活中的实际問題，用抽象的数字关系来表达，依照事态的发展和条件建立数的运算方式，以及抽象的数字运算过程。因此，通过算术应用問題的学习，不仅可以使我們掌握基本的数的运算方法，巩固数的知識，更重要的是能够訓練我們如何認識实际問題（生活問題或生产問題），如何理解問題、分析問題，如何正确地表达問題，培养我們进行邏輯思維和推理的能力，提高我們解决实际問題的技能 and 技巧，并为以后进一步学习代数、几何、三角和高等数学打下良好的基础。

可是，在学习算术課的过程中，有許多学生觉得学习算术的应用問題困难特別多，有些学生甚至認為自己是缺少数理的天才的，不适于学习算术、理化等自然科学，从而影响到个人的全面发展。抱有这样的想法是錯誤的，实际上天才是知識的长期积累和辛勤劳动的結果。只要我們能够努力学习，学习中注意由淺入深、循序漸进的方法，每一个人都能把算术学得很好，无论多么困难复杂的应用問題，都可以通过推理和分析，逐步地分解成若干个簡單的問題，然后并不很費事地解答出来。

考虑到普通算术教科书詳于“数的基本知識”的叙述，略于实际应用方面的解析，本书专门介紹算术应用問題的解答方法，系为小学算术教师、中級师范和普通中学的学生而写的，也可供算术爱好者参考。

引用符号：

(1) 星号“*”——附記在题目的左上角，用来标志这是一个較难的問題；

(2) 双星号“**”——附記在题目的左上角，用来标志这是一个难题。

作 者

1962年10月

目 录

序 言

第一章 算术应用问题的分类	1
(一) 简单的应用问题	1
(二) 复合的应用问题	3
(三) 复杂的应用问题	8
第二章 算术应用问题的基本解法	13
(一) 运算顺序和括号的使用	13
(二) 量度和单位	18
(三) 应用问题的解答步骤	26
(四) 应用问题的基本解法	28
第三章 算术应用问题的数理分析	61
(一) 应用问题里的数的关系	61
(二) 应用问题的数理分析	62
第四章 算术应用问题的图解法	77
(一) 四则运算和图形的关系	77
(二) 算术应用问题和图形的关系	84
(三) 算术应用问题的图解	92
第五章 四则应用问题	112
(一) 平均问题	112
(二) 和差问题	117
(三) 年龄问题	123
(四) 植树问题	129
(五) 盈亏问题	134

(六) 鷄兔問題	141
(七) 还原問題	147
(八) 归一問題	151
(九) 分配問題	157
(十) 方陣問題	163
(十一) 流水問題	168
(十二) 牛頓問題	173
(十三) 行程問題	177
(十四) 消去問題	183
練習一	192
練習二	195
練習三	196
第六章 公約数和公倍数問題	199
練習四	208
第七章 比和比例問題	210
(一) 单比例問題	215
(二) 加比和減比問題	218
(三) 复比例問題	227
(四) 配分比例問題	231
(五) 混合比例問題	237
練習五	250
練習六	251
練習七	252
第八章 百分法問題	255
(一) 单重的百分法問題	255
(二) 內外損耗問題	258
(三) 双重的百分法問題	260
(四) 复杂的百分法問題	263
練習八	267

第一章 算术应用问题的分类

算术的应用问题是数在实际问题中的具体应用。起初，人类的祖先为了处理生产上和生活中所发生的涉及数量的问题，不仅创造了整数，同时创造了简单的算术应用问题，创造了简单的算术运算。随着社会的进步，人们的生活日益文明和复杂化，算术的应用问题也从简单逐渐发展到复杂。依照不同的性质和用途，算术的应用问题可以分为许多种类，例如：四则应用问题；公约数和公倍数问题；比及比例问题；百分法问题；利息问题；其他杂题，等等。算术的应用问题形形色色，变化繁多，但是，如果我们进一步分析算术应用问题的发展过程，分析它的结构和组成，着重于考虑应用问题的内在关系，则不论何种性质和用途的应用问题，都可以归纳为下列三类基本问题：

第一类 简单的应用问题；

第二类 复合的应用问题；

第三类 复杂的应用问题。

(一) 简单的应用问题

算术的应用问题中，凡是由某些简单的事件、简单的生产问题或简单的生活问题组成的，叫做简单的应用问题。简单的应用问题——它的特点是：题目里只包含一种简单的数的关

系。解答简单的应用问题，需要具备以下的知识：

(1) 掌握数的基本概念和加、减、乘、除的运算方法。

(2) 对于简单的事件，具有理解、分析和组织的能力。

举例如下：

例 1

有一个猎人到山里去打猎，打到斑鹿 4 只，灰兔 6 只，猎人总共打到野兽几只？

题目里要求知道的是：猎人打到野兽的总数。题目里给出的条件是：猎人打到斑鹿 4 只，灰兔 6 只。所以这是已知整体的两个部分要求整体的问题，可以应用加法运算。

解 $4 + 6 = 10$ (只)

答：猎人总共打到野兽 10 只。

例 2

某小型农具厂，一月份生产新式插秧机 12 部，二月份生产 18 部，农具厂二月份比一月份多生产新式插秧机几部？

为着要知道农具厂二月份比一月份多生产的新式插秧机数，可以比较一、二两月份生产插秧机的数字，要求一个数比另一个数大若干个单位，可以应用减法运算。

解 $18 - 12 = 6$ (部)

答：农具厂二月份比一月份多生产新式插秧机 6 部。

例 3

某炼铁炉炼铁 10 炉，共生产出铁 30 吨，炼铁炉每炉出铁几吨？

为着要知道炼铁炉每炉出铁的吨数，可以拿生产出铁的总吨数和炼铁的炉数进行比较，看一看总吨数里包含若干倍炼铁的炉数，所以这是求一个数等于另一个数的若干倍的问题，应用除法来解答。

解 $30 \div 10 = 3$ (吨)

答：炼铁炉每炉出铁 3 吨。

例 4

铁盒每只能装茶叶 5 公斤，现在有铁盒 10 只，总共能装茶叶若干？

为着求出 10 只铁盒总共能装茶叶的数量，需要将每只铁盒能装茶叶的数量迭加起来，即需要将数 5 增大 10 倍，所以这是求一个数增大某一个倍数的问题，可以应用乘法运算。

解 $5 \times 10 = 50$ (公斤)

答：总共能装茶叶 50 公斤。

说明

在例 1 中，要求的是：猎人打到野兽的总数，这是求两个数的和的问题，应用了加法运算，题目里包含的数的关系是两数的和的关系。在例 2 中，要求的是：农具厂二月份比一月份多生产新式插秧机几部，这是求一个数比另一个数大若干个单位的问题，应用了减法运算，题目里包含着两数的差的关系。在例 3 中，要求的是：小高炉每炉出铁几吨，这是求一个数等于另一个数的若干倍的问题，应用了除法运算，题目里包含着两数的比的关系。在例 4 中，要求的是：铁盒总共能装茶叶的数量，这是求一个数增大另一个已知倍数的问题，应用了乘法运算，题目里包含着两数的积的关系。上面四个例题都是第一类简单的应用问题。

(二) 复合的应用问题

复合的应用问题是在简单应用问题的基础上形成的。若干个简单的应用问题并列或迭加地组合在一起，这样就造成了复

合的应用問題。复合的应用問題的特点是：題目里常常包含着一种复合的数的关系。解答复合的应用問題，需要具备如下的知識：

(1) 掌握整数加、减、乘、除的普遍算法以及四則混合計算。

(2) 能够理解复合的事件，对于比較繁杂的事物具有分析和組織的能力。

举例如下：

例 1

某生产队，1958年养牛200只，养羊500只；第二年年初，牛羊都有了繁殖，平均每2只牛生小牛1只，每2只羊生小羊4只，繁殖以后，畜牧小組共有牛羊多少只？

这个题目的主要問題是要求：繁殖以后牛羊的总数。不难看出，牛羊的总数等于繁殖以后牛的只数加上繁殖以后羊的只数，把求牛羊总数的問題分解成求牛的只数和求羊的只数問題。从給出的条件入手，分別求出：(1) 繁殖以后牛的总数；(2) 繁殖以后羊的总数。然后，組合起来，应用加法求牛羊的总数。

解

(1) 每2只牛生小牛1只，200只牛共生小牛多少只？

$$200 \div 2 \times 1 = 100 \text{ (只)}$$

(2) 原有牛200只，新生小牛100只，共有牛多少只？

$$200 + 100 = 300 \text{ (只)}$$

(3) 每2只羊生小羊4只，500只羊共生小羊多少只？

$$500 \div 2 \times 4 = 1000 \text{ (只)}$$

(4) 原有羊500只，新生小羊1000只，共有羊多少只？

$$500 + 1000 = 1500 \text{ (只)}$$

(5) 繁殖以后，共有牛 300 只，共有羊 1500 只，共有牛羊多少只？

$$300 + 1500 = 1800 \text{ (只)}$$

答：繁殖以后，共有牛羊 1800 只。

例 2

某小学生购买学习用品，共买铅笔 3 枝，每枝价 0.15 元；橡皮 2 块，每块价 0.05 元；练习本 4 本，每本价 0.2 元。小学生应该付钱几元？

“小学生应该付钱几元”，是这个题目的主要问题。分析题目的意思，应该付的钱里包含着铅笔、橡皮和练习本三种东西的价格，从中不难看出小学生应该付的钱也可以分解成三部分：(1) 购买铅笔付出若干；(2) 购买橡皮付出若干；(3) 购买练习本付出若干。算出这三部分的数值，然后组合起来，应用加法运算计算应该付出的钱。

解

(1) 铅笔每枝 0.15 元，3 枝共值几元？

$$0.15 \times 3 = 0.45 \text{ (元)}$$

(2) 橡皮每块 0.05 元，2 块共值几元？

$$0.05 \times 2 = 0.10 \text{ (元)}$$

(3) 练习本每本 0.2 元，4 本共值几元？

$$0.2 \times 4 = 0.8 \text{ (元)}$$

(4) 铅笔、橡皮、练习本三种东西共值几元？

$$0.45 + 0.1 + 0.8 = 1.35 \text{ (元)}$$

答：小学生应该付钱 1.35 元。

例 3

大船每只可装麦子 100 石，小船每只可装麦子 40 石，现在有大船 3 只，小船 8 只，都装满麦子，小船比大船多装麦子

若干？

考察题目里给出的条件，要求小船比大船多装麦子的数量，需要知道8只小船所装麦子的总量、3只大船所装麦子的总量，这可以由乘法求出，得到两个乘积的结果以后，再组合起来应用减法运算，计算小船比大船多装的麦子数量。

解

(1) 小船每只可装麦子40石，8只小船能装麦子几石？

$$40 \times 8 = 320 \text{ (石)}$$

(2) 大船每只可装麦子100石，3只大船能装麦子几石？

$$100 \times 3 = 300 \text{ (石)}$$

(3) 小船装麦子320石，大船装麦子300石，小船比大船多装麦子几石？

$$320 - 300 = 20 \text{ (石)}$$

答：小船比大船多装麦子20石。

例4

某公社社员养鸡若干只，这些鸡第一次繁殖后的数目比原来鸡数的2倍多2只；第二次繁殖后的鸡数比第一次繁殖后鸡数的2倍多2只；第三次繁殖后的鸡数比第二次繁殖后鸡数的2倍多2只；最后，鸡的总数等于30只，最初养鸡几只？

考察鸡繁殖的特点，可以看出每一次繁殖后的鸡数都比前一次的2倍多2只，因此我们可以根据这个比数，用最后鸡的总数来推算出第二次鸡繁殖以后的只数；继续进行推算，可以求出原有鸡的只数，所以这个问题是由三个简单的问题重迭在一起组成的，应用相同的运算方法，就可以逐步进行还原演算。

解

(1) 共有鸡30只比第二次繁殖后鸡数的2倍多2只，第

二次繁殖以后有鷄几只？

$$(30 - 2) \div 2 = 28 \div 2 = 14 \text{ (只)}$$

(2) 第二次繁殖后有鷄14只，第一次繁殖以后有鷄几只？

$$(14 - 2) \div 2 = 12 \div 2 = 6 \text{ (只)}$$

(3) 第一次繁殖后有鷄6只，原有鷄几只？

$$(6 - 2) \div 2 = 4 \div 2 = 2 \text{ (只)}$$

答：公社社員最初养鷄2只。

說明

在例1中，要求的是繁殖以后牛、羊的总数，在解答的过程中，首先是将这个题目看作复合的問題，把它分解成2个簡單的問題来处理，求出牛的总数，再求出羊的总数，然后迭加起来求最后的结果。运算中应用了四則混合的計算，在数的关系上，包含着两个乘积的和，这是一种复合的数的关系。在例2中，要求的是：小学生应该付出的錢数，在推算的过程中，把小学生总的付出分解成求对于铅笔的付出、对于橡皮的付出、对于练习本的付出，得到三个乘积，最后组合起来求总和。运算中应用了四則混合的計算，在数的关系上，包含着若干个乘积的和的关系。在例3中，要求的是小船比大船多装麦子的数量，在解答的过程中，分别推求了二組乘数的积；算出小船的总装載量，算出大船的总装載量；然后组合起来求两个乘积的差。运算中应用了四則混合的計算，在数的关系上包含有两个乘积的差的关系。在例4中，要求的是公社社員最初养鷄的只数，在推导的过程中，首先把这个問題分解成三个重迭的簡單問題，然后逐步求解。运算中应用了四則混合的計算，在数的关系上重复地包含着两数的比的关系。所以这几个例題都是复合的应用問題。

(三) 复杂的应用問題

复杂的应用问题是复合的应用问题进一步的发展，它不同于复合的应用问题，只是由若干个简单的应用问题并列或迭加所组成，它是由若干个包含着错综、复杂变化的问题所组成的。复杂的应用问题的特点是，题目里常常包含着二种数的关系，或者多种数的关系（参考第三章和第四章）。解答复杂的应用问题需要具备以下的知识：

- (1) 熟练地掌握基本的计算方法。
- (2) 具有较高的思考能力。
- (3) 善于对复杂的事件，进行推理、分析和组织。

举例如下：

*例 1

甲、乙两社员共有鸡54只，如果甲社员卖掉原有鸡的 $\frac{2}{5}$ ，乙社员卖掉6只鸡，则甲、乙两社员所有鸡的数目相等，甲、乙两社员各有多少只鸡？

假设甲社员原有鸡等于1份，从题目里给出的条件可以看出，乙社员卖掉6只鸡以后等于甲社员原有鸡数的 $\frac{3}{5}$ （ $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ ）；两个社员共有鸡54只，后来乙社员卖掉6只鸡，由减法运算可以知道，甲、乙两社员共有鸡变为48只（ $54 - 6 = 48$ ）；甲社员的鸡（1份）加上乙社员的鸡（ $\frac{3}{5}$ 份）等于总数48只。所以，应用除法运算就可以算出甲社员的鸡1份所包含的只数。

解

(1) 假设甲社员原有鸡的只数为1份，卖去 $\frac{2}{5}$ 份，剩下的鸡有几份？

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ (份)}$$

(2) 甲、乙两社員共有鷄54只，乙社員卖掉6只，剩下的鷄共有几只？

$$54 - 6 = 48 \text{ (只)}$$

(3) 乙社員卖掉6只鷄后，乙社員的鷄等于甲社員所有鷄的 $\frac{3}{5}$ 份，甲、乙两社員共有鷄几份？

$$1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5} \text{ (份)}$$

(4) 鷄 $\frac{8}{5}$ 份等于48只，鷄1份等于多少只？

$$48 \div \frac{8}{5} = 48 \times \frac{5}{8} = 30 \text{ (只)}$$

(5) 甲社員有30只鷄，乙社員有多少只鷄？

$$54 - 30 = 24 \text{ (只)}$$

答：甲社員有30只鷄，乙社員有24只鷄。

*例2

用一根繩子測量樹的周長，將繩子3折，繞樹一周，多餘3尺；如果將繩子4折，繞樹一周，則只多餘1尺，樹的周長幾尺？繩子長幾尺？

為着求出樹的周長和繩子的長度，我們需要知道繩子折數改變和繩子長度改變的關係。題目的條件里給出：繩子從第一次的3折改變成第二次的4折，它的長度由原來的繞樹一周多3尺縮短為繞樹一周多1尺，可見繩子3折比繩子4折長2尺（ $3 - 1 = 2$ ）；繩子3折占繩子全長的 $\frac{1}{3}$ （ $1 + 3 = \frac{1}{3}$ ），繩子4折占繩子全長的 $\frac{1}{4}$ （ $1 + 4 = \frac{1}{4}$ ），繩子3折和繩子4折所差的長度占繩子全長的 $\frac{1}{12}$ （ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ ）；繩子全長的 $\frac{1}{12}$ 等於2尺，

所以繩子的全长可以用除法算出。知道繩子的全长以后，进一步就可以求树的周长。

解

(1) 繩子3折比繩子4折长几尺？

$$3 - 1 = 2 \text{ (尺)}$$

(2) 繩子3折占繩子全长的几分之几？

$$1 \div 3 = \frac{1}{3}$$

(3) 繩子4折占繩子全长的几分之几？

$$1 \div 4 = \frac{1}{4}$$

(4) 繩子3折比繩子4折占繩子全长的份数大若干？

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

(5) 繩子全长的 $\frac{1}{12}$ 等于2尺，繩子全长几尺？

$$2 \div \frac{1}{12} = 2 \times 12 = 24 \text{ (尺)}$$

(6) 繩长24尺，树的周长几尺？

$$24 \div 3 - 3 = 8 - 3 = 5 \text{ (尺)}$$

答：树的周长5尺，繩子长24尺。

**例3

某商店，买进菠蘿若干只，每只原价0.3元，如果依照每只0.4元的价格卖出，則卖去全部菠蘿的 $\frac{1}{2}$ 又10只的时候，已經获得买进全部菠蘿的成本，商店买进菠蘿几只？

为着要知道商店买进菠蘿的只数，我們分析給出的条件，从条件里知道：卖掉全部菠蘿的 $\frac{1}{2}$ 又10只，就得到全部菠蘿的成本。如果只卖掉10只，由于每只的卖价0.4元，所以卖得的