

中等专业学校试用教材

工业电气自动化、电机制造专业适用

电工基础

下册

芜湖机械学校王运哲主编

人民教育出版社

中等专业学校试用教材

工业电气自动化、电机制造专业适用

电 工 基 础

下 册

芜湖机械学校王运哲主编

人 民 教 育 出 版 社

本书是根据一九七八年一月第一机械工业部中等专业学校工业电气自动化、电机制造专业教材会议拟定的《电工基础大纲》编写的。全书分上下两册。上册包括电路基础,直流电路的分析与计算,磁场与磁路,电磁感应,电场·电容器,正弦交流电路的基本概念,正弦交流电路的分析与计算,三相交流电路等八章;下册包括非正弦周期性电路,直流非线性电路,互感耦合电路,铁心线圈的交流电路,线性电路的过渡过程等五章。

本书为中等专业学校工业电气自动化和电机制造两专业电工基础课程的试用教材,也可供具有初中以上文化程度的同志自学用,从事电工类专业的中等技术人员也可参考。

电 工 基 础

下 册

芜湖机械学校王运哲主编

*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

新华书店上海发行所发行

上海中华印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 7 4/16 字数 164,000

1978年9月第1版 1979年3月第1次印刷

印数 1—350,000

书号 15012·099 定价 0.64 元

目 录

第九章 非正弦周期性电路	271	第十二章 铁心线圈的交流电路	319
§ 9-1 非正弦周期量的产生	271	§ 12-1 概述	319
§ 9-2 非正弦波的分解(傅里叶级数)	272	§ 12-2 铁心中的能量损耗	319
§ 9-3 周期曲线的种类	273	§ 12-3 磁饱和对电流波形的影响	323
§ 9-4 非正弦周期量的有效值和平均值	276	§ 12-4 磁滞对电流波形的影响	325
§ 9-5 非正弦周期电压作用下的线性电 路	278	§ 12-5 涡流对线圈中电流的影响	326
§ 9-6 滤波器简介	282	§ 12-6 铁心线圈的相量图及等效电路	327
§ 9-7 三相制中的高次谐波	284	§ 12-7 铁心线圈的伏安特性	333
习 题	289	§ 12-8 变压器的基本原理	334
第十章 直流非线性电路	291	§ 12-9 铁磁谐振电路	334
§ 10-1 概述	291	§ 12-10 铁磁稳压器	336
§ 10-2 非线性元件简介	291	§ 12-11 铁磁三倍频率器	337
§ 10-3 静态电阻与动态电阻的概念	294	§ 12-12 铁磁功率控制器	338
§ 10-4 非线性元件作各种联接时等效 伏安特性曲线的作法	295	习 题	338
§ 10-5 具有非线性元件的直流电路的 计算	298	第十三章 线性电路的过渡过程	340
§ 10-6 计算举例	299	§ 13-1 过渡过程的一般概念·换路定律	340
§ 10-7 非线性元件线性化	302	§ 13-2 电阻电容串联电路与直流电源 接通	343
习 题	302	§ 13-3 电阻电容串联电路的短接	349
第十一章 互感耦合电路	305	§ 13-4 电阻电感串联电路与直流电源 接通	352
§ 11-1 互感线圈的同名端及互感电压 正方向的标定	305	§ 13-5 电阻电感串联电路的短接和断 开	355
§ 11-2 具有互感的线圈电压平衡方程 式	307	§ 13-6 只含有一个储能元件的较复杂电 路的过渡过程及其一般表达式	360
§ 11-3 两个互感线圈串联	308	§ 13-7 电阻电感串联电路接通正弦交 流电源时的过渡过程	367
§ 11-4 两个互感线圈并联	310	§ 13-8 电阻电容串联电路接通正弦交 流电源的过渡过程	372
§ 11-5 耦合系数·可变电感器	311	§ 13-9 $R-L-C$ 串联电路过渡过程简介	376
§ 11-6 空心变压器·反射阻抗	313	§ 13-10 重复性的过渡过程	378
§ 11-7 理想变压器	315	习 题	380
习 题	317		

第九章 非正弦周期性电路

§ 9-1 非正弦周期量的产生

前面研究的交流电路中, 电势、电压和电流都是按正弦规律变化的。这种电路称为正弦交流电路。

然而, 在电气工程中还会遇到这样的电势、电压和电流: 它们随时间的变化尽管是周期性的, 但其变化规律却不是正弦规律。我们把这种随时间作周期性变化, 但却不按正弦规律变化的量统称为“非正弦周期量”。如图 9-1 所示为几种电工技术中常见的非正弦周期量的波形图。图 9-1a) 为单相全波整流的电流波形; 图 9-1b) 为交流具有铁心电路的电流波形; 图 9-1c) 中的电压波形称为锯齿波, 图 9-1d) 中的电压波形称为方形波。这些波形的获得将在有关课程中讲述。

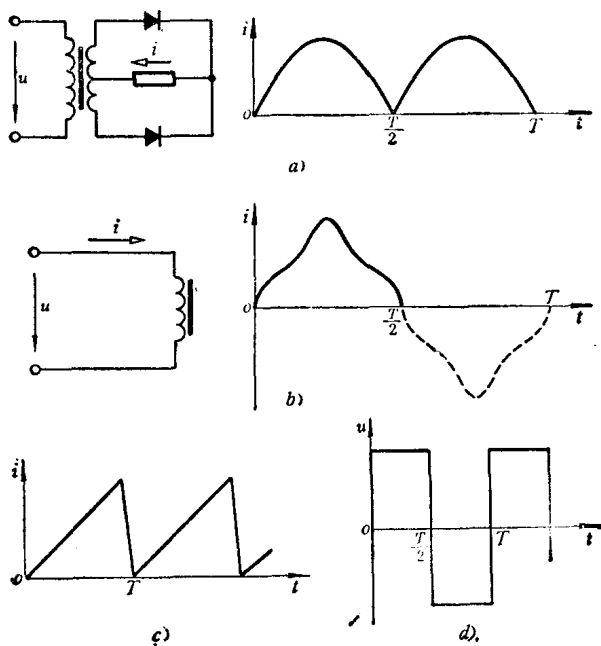


图 9-1

电路中产生非正弦量的原因来自电源和负载两个方面:

(一) 电源方面

虽然我们力求交流发电机所产生的电势按正弦规律变化, 但是, 由于发电机在内部结构上和制造上的原因, 很难保证发电机电势具有严格的正弦波形。例如发电机铁心有齿、槽, 以及磁极形状等因素, 使磁感应强度在空气隙中的分布不能严格符合正弦规律, 造成电势波形的畸变, 达不到要求的正弦波形。一般情况下, 当这种畸变不大时, 仍可以看成是正弦波形。我们

日常用的工频交流电就是属于这种情况。

(二) 负载方面

由于电路中存在非线性元件, 在非线性元件上电流和电压不成正比关系。因此, 即使加在非线性元件上的电压是正弦波形, 电路中的电流也可能不是正弦波形。例如在非线性电阻元件(晶体二极管, 真空二极管)或非线性电感元件(铁心线圈)的两端加上正弦电压, 其中产生的电流将是非正弦的。它们的电流波形如图 9-1a)、b) 所示。

一般说来, 在电机工程和强大的电力系统中, 应使电势(或电压)、电流的波形为正弦或接近正弦, 否则会带来很多不良影响。如: 使发电机和电动机的损耗增加, 效率降低; 在输电线路中也将造成损耗增加, 或容易因谐振而导致过电压, 非正弦波对线路邻近的通讯网络也会产生干扰等。然而, 在近代电子技术、自动控制、计算技术和无线电技术等科学技术领域中, 却需要获得非正弦的电压和电流。如示波器中水平扫描就需要锯齿波, 自动控制中就广泛地利用矩形脉冲等。

通过以上分析可知, 学习非正弦周期性电路的有关基本概念和掌握它的基本规律是十分必要的。这一章将研究非正弦周期性电路的分析方法, 计算步骤及实际应用。

§ 9-2 非正弦波的分解(傅里叶级数)

我们在第六章中讲过, 几个同频率的正弦量之和还是一个正弦量, 而且频率不变。但是, 如果几个不同频率的正弦量相加以后, 就不再是正弦量了。如图 9-2 所示, 电势 e_1 与 e_3 均为正弦波, 但 e_3 的频率是 e_1 的三倍, e_1 的初相角为零, e_3 的初相角为 180° 。由 e_1 和 e_3 合成所得的电势 e 则是一个非正弦波。

由几个不同频率的正弦波相加之后合成为非正弦波, 反之, 一个非正弦波能不能用几个不同频率的正弦波之和来表示呢?

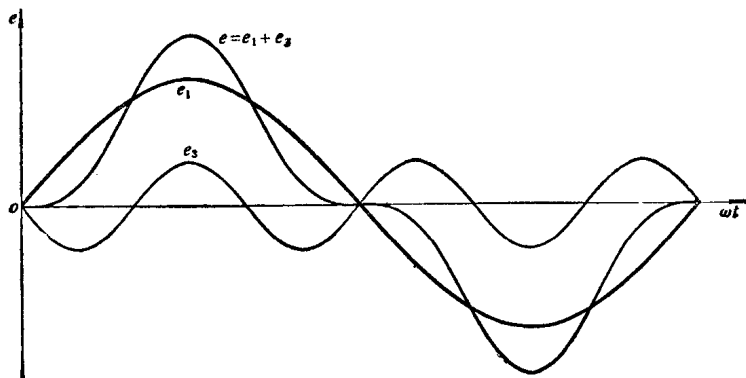


图 9-2

可以证明, 电工技术中常遇到的非正弦周期量, 都可以分解为许多不同频率的正弦波。分解的方法是: 应用傅里叶定理。按照傅里叶级数, 一个非正弦周期量大都可以分解为一个常数与一个正弦级数之和, 而且各正弦项的频率成算术级数。因此, 非正弦周期量的傅里叶级数展开式的一般形式为

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \cdots + A_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k) + \cdots \quad (9-1)$$

式中 $f(\omega t)$ ——非正弦周期量;

A_0 ——直流分量或称恒定分量, 也称零次谐波;

$A_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$ ——频率与 $f(\omega t)$ 相同, 称基波或一次谐波;

$A_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2)$ ——二次谐波;

$A_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k)$ —— k 次谐波。

二次谐波及以后的各项统称“高次谐波”, 并按其频率为基波的倍数分别称为二次、三次… k 次谐波。其中一、三、五等次谐波称为奇次谐波, 二、四、六等次谐波称为偶次谐波。

非正弦周期量的傅里叶级数展开式中应包含无穷多项, 但由于傅里叶级数的收敛性, 频率越高的谐波, 其幅值越小。在实际工程计算中, 一般取到五次或七次谐波就能保证足够的精确度。更高次的谐波常可忽略不计。

我们将公式(9-1)进行换算, 可以写出傅里叶级数的另一种表达形式。如果利用三角学中二角和的正弦公式, 对任意次谐波(k 次)可化成下式:

$$A_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k) = A_{km} \sin k\omega t \cdot \cos \varphi_k + A_{km} \cos k\omega t \cdot \sin \varphi_k$$

令

$$A_{km} \cos \varphi_k = B_{km}, \quad A_{km} \sin \varphi_k = C_{km}$$

即得到

$$A_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k) = B_{km} \sin k\omega t + C_{km} \cos k\omega t \quad (9-2)$$

将式(9-2)的结果用于式(9-1)的各正弦项可得

$$\begin{aligned} f(\omega t) = & A_0 + B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \cdots + B_{km} \sin k\omega t + \cdots + C_{1m} \cos \omega t \\ & + C_{2m} \cos 2\omega t + \cdots + C_{km} \cos k\omega t + \cdots \end{aligned} \quad (9-3)$$

这样, 傅里叶级数式(9-1)就可以用初相角为零的正弦级数和余弦级数之和来表示。

§ 9-3 周期曲线的种类

我们说式(9-1)或式(9-3)为傅里叶级数的一般展开式, 但并不是每一种非正弦周期量的展开式中都含有其全部项数。下面举例说明。

(一)纵坐标在一周期内平均值为零的非正弦周期量

这种非正弦曲线, 分解为傅里叶级数时将不含常数项。因为, 在一个周期内, 正弦波纵坐标的平均值等于零, 所以, 由正弦级数所组成而不含常数项的周期曲线, 在一周期内, 它的纵坐标的平均值必然等于零。

可见, 如果纵坐标平均值不等于零的非正弦周期量, 它的常数项(直流分量)必然等于该非正弦周期量的平均值。

直流分量的计算, 可以通过对式(9-1)两边在一个周期内求平均值来进行:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t) = & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_0 d(\omega t) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) d(\omega t) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) d(\omega t) + \cdots \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{km} \sin(k\omega t + \varphi) d(\omega t) + \cdots \end{aligned}$$

式中, $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_0 d(\omega t) = A_0$, 因为 A_0 是与时间无关的恒定分量。其余所有各项正弦量在一个周期内的平均值都是零。所以恒定分量(直流分量或常数项)是

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) d(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t) \quad (9-4)$$

例如图 9-3 所示的半波整流的电流波形, 它的恒定分量计算如下:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_m \sin \omega t \cdot d(\omega t) = \frac{I_m}{2\pi} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{I_m}{2\pi} [1 - (-1)] = \frac{I_m}{\pi}$$

I_0 便是整流后的直流电流, 所以称直流分量。

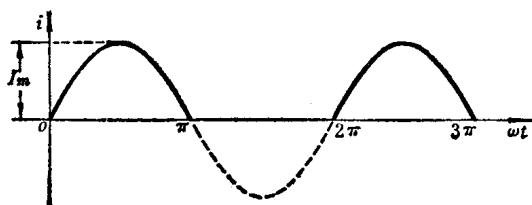


图 9-3

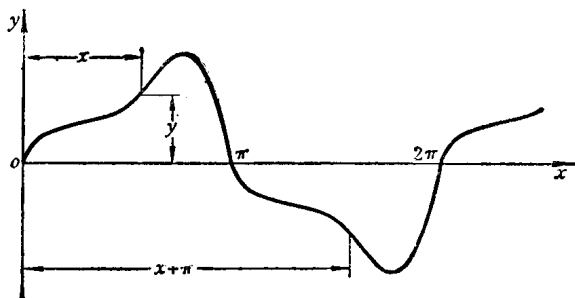


图 9-4

(二)与横轴对称的非正弦周期曲线

如图 9-4 所示, 这种非正弦曲线, 相差半个周期的两个任意值, 大小相等而符号相反。我们说它是与横轴对称的。

可见这种曲线是不含直流分量的。它满足下列条件:

$$f(x) = -f(x+\pi)$$

或

$$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$$

根据式(9-3)

$$f(\omega t) = A_0 + B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \cdots + B_{km} \sin k\omega t + \cdots \\ + C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \cdots + C_{km} \cos k\omega t + \cdots$$

$$\text{则} \quad f(\omega t + \pi) = A_0 - B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \cdots - C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \cdots$$

凡是奇次谐波前面都变成了负号, 因为与横轴对称的曲线应满足

$$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi) \quad \text{或} \quad f(\omega t) + f(\omega t + \pi) = 0$$

将前面 $f(\omega t)$ 和 $f(\omega t + \pi)$ 各项代入上式, 可得

$$2A_0 + 2B_{2m} \sin 2\omega t + \cdots + 2C_{2m} \cos 2\omega t + \cdots = 0$$

不难看出, 只有 $A_0 = B_{2m} = C_{2m} = 0$, 上式才能成立。

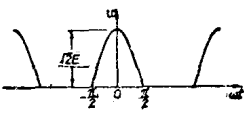
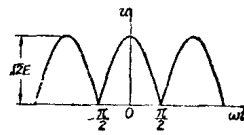
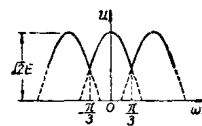
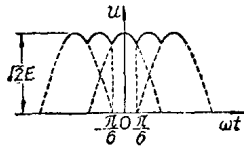
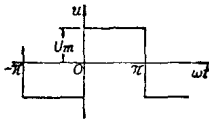
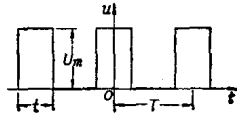
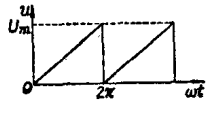
推论可知, 凡是偶次谐波的系数都是零。由此可得结论: 与横轴对称的非正弦周期量, 分解为傅里叶级数之后将不包括直流分量和偶次谐波。表示式如下:

$$f(\omega t) = B_{1m} \sin \omega t + B_{3m} \sin 3\omega t + \cdots + C_{1m} \cos \omega t + C_{3m} \cos 3\omega t + \cdots \quad (9-5)$$

(三)与原点对称的非正弦周期曲线

如图 9-5 所示, 在这种非正弦曲线中, 任意取两个大小相等而符号相反的横坐标值, 其对

表 9-1

非 正 弦 波	波 形	三 角 级 数 展 开 式
a 单相半波整流		$u = 0.45E + 0.707E \cos \omega t + 0.3E \cos 2\omega t - \dots$
b 单相全波整流		$u = 0.9E + 0.6E \cos 2\omega t - 0.12E \cos 4\omega t + \dots$
c 三相半波整流		$u = 1.17E + 0.29E \cos 3\omega t - 0.067E \cos 6\omega t + \dots$
d 三相全波整流(桥式)		$u = 2.34E + 0.133E \cos 6\omega t - 0.0326E \cos 12\omega t + \dots$
e 矩形波		$u = \frac{4U_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$
f 连续矩形脉冲		$u = U_m \left[\frac{\pi}{T} + \frac{2}{\pi} \left(\sin \frac{\pi}{T} \pi \cdot \cos \omega t + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{T} \pi \cdot \cos 2\omega t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi}{T} \pi \cdot \cos 3\omega t + \dots \right) \right]$
g 锯齿波		$u = U_m \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots \right) \right]$

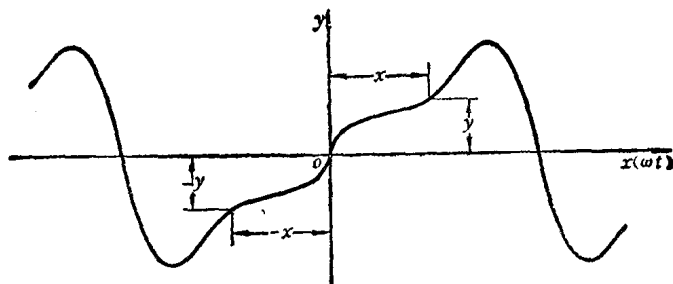


图 9-5

应的两个纵坐标值也大小相等符号相反, 即应满足下式:

$$f(x) = -f(-x) \quad \text{或} \quad f(\omega t) = -f(-\omega t)$$

$$f(\omega t) + f(-\omega t) = 0$$

将傅里叶级数展开式(9-3)分别用 (ωt) 和 $(-\omega t)$ 代入, 然后相加可得

$$2A_0 + 2C_{1m} \cos \omega t + 2C_{2m} \cos 2\omega t + 2C_{3m} \cos 3\omega t + \dots = 0$$

只有当 $A_0 = C_{1m} = C_{2m} = C_{3m} = 0$, 即常数项和各余弦项系数都等于零时, 上式才能成立。因此, 可得出结论: 与原点对称的非正弦周期量, 分解为傅里叶级数之后, 将不包含恒定分量和余弦项。表达式为

$$f(\omega t) = B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + B_{3m} \sin 3\omega t + \dots \quad (9-6)$$

(四)与纵轴对称的非正弦周期曲线

如图 9-6 所示, 这种曲线应满足下式:

$$f(\omega t) = f(-\omega t)$$

或 $f(\omega t) - f(-\omega t) = 0$

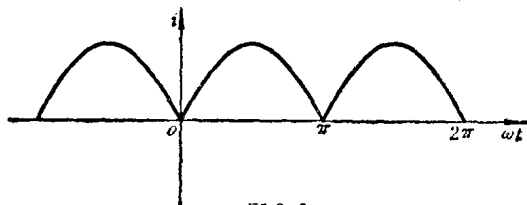


图 9-6

通过上两段的分析, 不难证明: 与纵轴对称的非

正弦周期量, 分解为傅里叶级数之后, 将不包含正弦项, 其表达式为

$$f(\omega t) = A_0 + C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + C_{3m} \cos 3\omega t + \dots \quad (9-7)$$

(五)既对称于横轴又对称于原点的非正弦周期曲线

这类曲线与横轴对称不含有直流分量和偶次谐波, 又与原点对称, 也不包括余弦项, 因此, 傅里叶级数表达式为

$$f(\omega t) = B_{1m} \sin \omega t + B_{3m} \sin 3\omega t + B_{5m} \sin 5\omega t + \dots \quad (9-8)$$

这类曲线在电工技术中是常遇到的。前面讲过的图 9-2 所示曲线就属这一类。

傅里叶级数中各项系数的计算方法, 在数学中有详细讲述, 这里从略。

关于电子学中常用到的一些非正弦周期性曲线, 它们的傅里叶级数展开式列于表 9-1 中。

§ 9-4 非正弦周期量的有效值和平均值

我们已经知道, 一个非正弦周期量, 可以用傅里叶级数分解为各次谐波正弦量之和。这对分析研究周期性非正弦电路是很需要的。但是, 在实际工作中, 往往需要对一个非正弦周期量有个总体的度量。例如, 正弦交流电的大小可以用有效值来表示, 用电流表来测量, 那么, 非正弦周期量呢?

(一)非正弦周期量的有效值

非正弦周期量的有效值,仍然可以根据第六章交流电有效值的定义式来计算,即

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [a(t)]^2 dt}$$

式中, $a(t)$ 为电压、电流或电势的函数式, A 是相应的有效值。作为例子, 让我们来计算一下最大值为 I_m 的全波整流电流(图 9-6)和半波整流电流(图 9-3)的有效值。

因为全波整流电流的前半周与后半周波形完全相同, 所以,

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} [i(t)]^2 dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m^2 \sin^2 \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \cdot dt = \frac{2I_m^2}{T} \left[\frac{1}{2} t \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{I_m^2}{2} \end{aligned}$$

得全波整流电流的有效值为

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

对于半波整流电流, 因为后半周期电流的值为零, 所以,

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{\frac{T}{2}} (I_m \sin \omega t)^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 \cdot dt \right] \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{I_m^2}{T} \left[\frac{1}{2} t \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{I_m^2}{4} \end{aligned}$$

可得半波整流的电流有效值为

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{4}} = \frac{I_m}{2}$$

半波整流的电流有效值比全波时并不是小一半。两者的傅里叶级数的常数项是相差一半的。

如果非正弦周期量, 已经分解为傅里叶级数, 我们仍可根据有效值的定义公式推导出一个简便的计算公式。

设有一个非正弦周期电流, 它的傅里叶级数展开式可仿式(9-1)得

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots$$

则

$$\begin{aligned} i^2 &= I_0^2 + I_{1m}^2 \sin^2(\omega t + \varphi_1) + I_{2m}^2 \sin^2(2\omega t + \varphi_2) + \dots \\ &\quad + 2I_0 I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + 2I_0 I_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + 2I_{1m} I_{2m} \sin(\omega t + \varphi_1) \cdot \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots \end{aligned}$$

平方之后有两种情况, 一种是各项自身的平方, 一种是不同两项乘积的 2 倍。在计算 $\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$ 时, 各项可以分别计算, 然后再将计算结果相加。不难看出, 对自身平方的各项, 计算结果分别为 I_0^2 , $\frac{I_{1m}^2}{2}$, $\frac{I_{2m}^2}{2}$ 等; 对不同两项乘积的 2 倍的各项计算结果都是零。所以电流的有效值为

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad (9-9)$$

即非正弦周期电流的有效值等于各次谐波分量(直流分量看作零次谐波)有效值平方和的平方

根值,而与各次谐波的初相无关。

同样,非正弦周期电压和电势的有效值可分别写成:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots} \quad (9-10)$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots} \quad (9-11)$$

【例题 9-1】 从表 9-1 可知,单相全波整流的傅里叶级数展开式为

$$e = 0.9E + 0.6E \cos 2\omega t - 0.12 \cos 4\omega t + \dots$$

它只含直流分量和余弦偶次谐波。六次以上谐波因幅值太小,此处忽略不计。若已知 $E_m = \sqrt{2} 220$ 伏,求非正弦周期量的有效值。

【解】 $E_0 = 0.9E = 0.9 \times 220 = 198 \text{ V}$

$$E_2 = \frac{0.6E}{\sqrt{2}} = \frac{0.6 \times 220}{\sqrt{2}} = 93.5 \text{ V}$$

$$E_4 = \frac{0.12E}{\sqrt{2}} = \frac{0.12 \times 220}{\sqrt{2}} = 18.7 \text{ V}$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_2^2 + E_4^2} = \sqrt{(198)^2 + (93.5)^2 + (18.7)^2} = \sqrt{48300} = 220 \text{ V}$$

(二)非正弦周期量的平均值

非正弦周期量的平均值,就是指非正弦周期量在一个周期内的平均值,也就是非正弦周期量的直流分量。当非正弦周期量的波形对称于横轴时,它的平均值为零。但在工程上为了便于说明问题,常取非正弦周期量的绝对值在一周期内的平均值,即

$$A_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |a(t)| dt \quad (9-12)$$

它与前面求恒定分量的式(9-4)不同。只有在一周期内非正弦量不改变符号时,式(9-12)才与式(9-4)的计算结果一样。按式(9-12)计算出来的数字称为非正弦量绝对值的平均值。

【例题 9-2】 求正弦交流电压 $U(t) = U_m \sin \omega t$ 的绝对平均值。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } U_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T |U_m \sin \omega t| dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\omega T} \int_0^{\pi} U_m \sin(\omega t) \cdot d(\omega t) \\ &= -\frac{1}{\pi} U_m \cos(\omega t) \Big|_0^{\pi} = \frac{2}{\pi} U_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U = 0.898U \end{aligned}$$

这与第六章讲的半周期内的平均值是一致的。

§ 9-5 非正弦周期电压作用下的线性电路

非正弦周期量表面上看来是比较复杂的,它可以有各式各样的波形,把这样一个电压加在线性电路上,要计算电路中的电流,似乎比较困难。但如果我们掌握了在一定条件下,将非正弦周期量转化为一列正弦谐波分量的规律,就能将难转化为易。这一节我们将介绍非正弦周期电压作用于线性电路的计算方法。

(一)计算线性非正弦电路的基本原理

将非正弦周期电势(电压)用傅里叶级数分解为各次谐波后,具有非正弦周期电势的电源,

就相当于由几个不同频率的正弦电势(包括频率为零的直流分量 E_0) 的电源串联而成。在线性电路中可以应用叠加原理, 把非正弦电势作用下产生的电流, 看成各次谐波电势单独作用于电路时所产生的电流瞬时值之和。这样就可以用计算正弦电路的方法来计算非正弦电路了。如图9-7a)所示, 电路由 R 、 L 、 C 组成一个无分支电路, 作用于电路中的非正弦周期电势为

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \cdots = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + E_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \cdots$$

这个非正弦周期电势的作用, 与一个由直流电势 E_0 及几个不同频率的正弦电势串联起来共同作用于电路的情况完全一样, 即图9-7a) 与图9-7b) 是等值的。应用叠加原理, 图9-7b) 的电路可分成图9-7c)、d)、e) 三个电路分别计算, 然后求和。

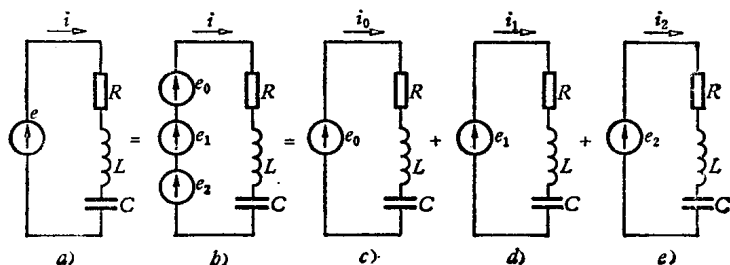


图 9-7

(二) 谐波阻抗

在图9-7c)、d)、e) 中单独频率的电势作用下的电路, 计算起来并不困难。应当注意的是, 电路参数 R 、 L 、 C 对各次谐波表现出不同的阻抗。

(1) 对于电阻 R : 由于趋肤效应与频率有关, 所以同一电阻元件, 对各次谐波表现出不同的电阻值。但是, 当谐波次数不高, 导线截面又不大时, 可以不考虑趋肤效应的影响。实际工程计算中一般都认为同一电阻元件, 对各次谐波的电阻值都一样。由于这个原因, 在电阻元件中, 非正弦电势的波形和由它作用所产生的非正弦电流的波形是相似的。

(2) 对于电感 L : 由于感抗的数值与频率成正比, 如果电势的基波角频率和频率分别为 ω 和 f , 那么, 一个电感为 L 的元件对基波的感抗为

$$X_{L1} = \omega L = 2\pi f L$$

对 k 次谐波的感抗为

$$X_{Lk} = k\omega L = 2\pi k f L = k X_{L1} \quad (9-13)$$

式(9-13)说明: 同一电感 L 对 k 次谐波所表现的感抗要比对基波所表现的感抗大 k 倍。因此, 谐波的频率越高, 越不容易通过电感电路。或者说, 电感具有削弱高频交流分量的作用, 而对直流分量则相当于短路。这时, 电势与电流的波形就不相似了, 因为电流中的高次谐波分量被削弱, 电流的波形比电势的波形更近于正弦波。

(3) 对于电容 C : 我们知道, 当电容 C 一定时, 容抗与频率成反比。对基波的容抗为

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

对 k 次谐波的容抗为

$$X_{Ck} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{1}{2\pi k f C} = \frac{X_{C1}}{k} \quad (9-14)$$

由式(9-14)可见, 谐波频率越高, 则电容所表现的容抗越小。因此, 即使电源电压中高次谐波的幅值很小, 但在电容电路的电流中, 也会含有比较大的高次谐波分量, 使电流的波形比电压的波形更不象正弦波了。这种情况与电感电路恰好相反。

电感和电容对各次谐波表现出不同的电抗, 这是一个值得重视的概念。

(4) 谐波阻抗和阻抗角

当电阻和各次谐波电抗求出之后, 各次谐波阻抗是不难计算的。对 k 次谐波的阻抗用复数表示如下(ω 表示基波角频率):

$$Z_k = R + j\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right) = z_k e^{j\varphi_k} \quad (9-15)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} Z_k &= \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2} \\ \varphi_k &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R} \end{aligned} \right\} \quad (9-16)$$

其中 φ_k 是各次谐波电压与电流的相位差角, 也就是各次谐波阻抗的阻抗角。

(三) 线性非正弦电路的计算步骤

线性非正弦电路的解题步骤如下:

(1) 将作用于电路的非正弦周期电压(电势)用傅里叶级数分解为各次谐波。

(2) 将分解出的各次谐波电势(电压), 分别单独作用于电路, 求出各次谐波电流。为此, 需先求各次谐波阻抗 Z_k 。

当

$$u_k = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku})$$

则

$$\dot{U}_{km} = U_{km} e^{j\psi_{ku}}$$

得

$$\dot{I}_{km} = \frac{\dot{U}_{km}}{Z_k} = I_{km} e^{j\psi_{ki}}$$

$$i_k = I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ki})$$

(3) 将各次谐波电流叠加, 可得电路中电流瞬时值的表达式:

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + \dots$$

如需求电流的有效值, 可按式(9-9)进行。

〔例题 9-3〕 在 R 、 L 、 C 串联电路中, 已知 $R=10$ 欧, $L=50$ 毫亨, $C=22.5$ 微法。作用于电路两端的电压为 $u=40+180\sin\omega t+60\sin(3\omega t+45^\circ)+20\sin(5\omega t+18^\circ)$ 伏, 基波频率 $f=50$ 赫, 求电路中的电流。

〔解〕 因电压的展开式已经知道, 只要将各次谐波阻抗求出, 就可以计算各次谐波电流了。

(1) 直流分量: 因电路中有电容, 所以电流的直流分量为零($I_0=0$)。

(2) 基波电流:

$$Z_1 = R + j\left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right) = 10 + j\left(2\pi \times 50 \times 0.05 - \frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 22.5}\right)$$

$$=10+j(15.7-141)=10-j125.3=126e^{-j85.3^\circ}\Omega$$

$$\dot{I}_{1m}=\frac{\dot{U}_{1m}}{Z_1}=\frac{180e^{j0^\circ}}{126e^{-j85.3^\circ}}=1.43e^{j85.3^\circ}\text{A}$$

$$i_1=1.43\sin(\omega t+85.3^\circ)\text{A}$$

(3) 三次谐波电流:

$$Z_3=R+j\left(3X_{L1}-\frac{X_{C1}}{3}\right)=10+j\left(3\times 15.7-\frac{141}{3}\right)=10+j(47-47)=10\Omega$$

该电路对三次谐波发生谐振($X_{L3}=X_{C3}$), 三次谐波电流将与三次谐波电压同相。

$$\dot{I}_{3m}=\frac{\dot{U}_{3m}}{Z_3}=\frac{60e^{j45^\circ}}{10}=6e^{j45^\circ}\text{A}$$

$$i_3=6\sin(3\omega t+45^\circ)\text{A}$$

(4) 五次谐波电流:

$$Z_5=R+j\left(5X_{L1}-\frac{X_{C1}}{5}\right)=10+j\left(5\times 15.7-\frac{141}{5}\right)=10+j(78.5-28.2)$$

$$=10+j50.3=51.2e^{j78^\circ}\Omega$$

$$\dot{I}_{5m}=\frac{\dot{U}_{5m}}{Z_5}=\frac{20e^{j18^\circ}}{51.2e^{j78^\circ}}=0.78e^{-j60^\circ}\text{A}$$

$$i_5=0.78\sin(5\omega t-60^\circ)\text{A}$$

(5) 电路中电流的瞬时值为各次谐波电流瞬时值之和:

$$i=i_1+i_3+i_5=1.43\sin(\omega t+85.3^\circ)+6\sin(3\omega t+45^\circ)+0.78\sin(5\omega t-60^\circ)+\dots$$

(6) 电路中电流的有效值:

$$I=\sqrt{\left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{I_{5m}}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1.43}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{0.78}{\sqrt{2}}\right)^2}=2.4\text{A}$$

这里顺便指出: 非正弦电流通过负载时, 负载要消耗功率。此功率与非正弦电压和电流的各次谐波有关。理论计算证明: 只有同频率的电压和电流谐波分量(包括直流电压和直流电流)才产生平均功率。不同频率的电流和电压不产生平均功率。因此, 电路消耗的平均功率(有功功率) P 应为

$$P=U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+U_3I_3\cos\varphi_3+\dots \quad (9-17)$$

其中 $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ 为各次谐波电流与电压的相位差角, 也就是各次谐波阻抗的阻抗角。式(9-17)除 U_0I_0 外, 每一项都代表同频率的电流和电压所产生的平均功率, 它的计算方法和正弦交流电路中所用的公式完全一样。因此, 总的平均功率等于各次谐波所产生的平均功率之和, 即

$$P=P_0+P_1+P_2+P_3+\dots$$

让我们来计算例题 9-3 中的总功率:

$$P_0=0$$

$$P_1=U_1I_1\cos\varphi_1=\frac{180}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1.43}{\sqrt{2}}\cos 85.3^\circ=10.6\text{W}$$

$$P_3=U_3I_3\cos\varphi_3=\frac{60}{\sqrt{2}}\cdot\frac{6}{\sqrt{2}}\cos 0^\circ=180\text{W}$$

$$P_5 = U_5 I_5 \cos \varphi_5 = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0.78}{\sqrt{2}} \cos 78^\circ = 16.2 \text{ W}$$

$$P = P_0 + P_1 + P_3 + P_5 = 0 + 10.6 + 180 + 16.2 = 206.8 \text{ W}$$

§ 9-6 滤波器简介

通过对谐波阻抗的讨论,我们已经知道了电感有削弱(抑制)高次谐波电流的作用,电容有削弱(抑制)低次谐波电流的作用。人们在生产斗争和科学实验中利用这一规律,将电感、电容联接成一定的电路,然后把这种电路联接在电源和负载之间,可以使负载获得所需的谐波分量,而将不需要的谐波分量滤掉。这种由电感、电容按一定方式联接的能起到滤波作用的电路,通常称做“滤波器”。

滤波器在电子技术中应用很普遍。例如交流收音机的电源是经整流后变为脉动的电流。脉动电流除了包含有直流分量外,还包含有谐波分量,需要用滤波器将谐波分量滤掉。电视机天线接收到的信号中,既有图象信号,又有伴音信号,这两种信号的频率不同,可通过滤波器将它们分开,分别送入“视频通道”及“伴音通道”中去。在电子控制的机床中,也经常用到滤波器。

滤波器的种类很多,我们在这里仅对“低通滤波器”、“高通滤波器”及“谐振滤波器”作一些初步分析,以掌握滤波器的基本原理。

(一)低通滤波器

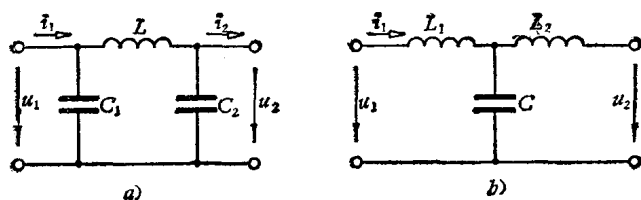


图 9-8

低通滤波器的电路如图 9-8 所示。其中 a) 为 Π 形滤波器, b) 为 T 形滤波器,作用相同。

低通滤波器的作用,是让恒定分量和低于某一频率的谐波分量通过。这个频率称为滤波器的“截止频率”。

低通滤波器的工作原理:以图 9-8a) 为例进行分析。由于电感和电容对谐波的抑制作用不同,电源端的电流 i_1 中的高频分量不易通过电感而容易通过电容,因此高频分量电流的大部分由电容 C_1 分流而返回电源。另外,由于电感对高频的感抗极大,电容对高频的容抗极小,因此,电压 U_1 中的高频分量主要分布在电感上,电容 C_2 两端的电压(即负载两端电压) U_2 中所含高频分量极小。可见,负载中的电流 i_2 和其两端电压 U_2 中高频分量将极小。

截止频率的高低与参数 L 、 C 有关。如果电感 L 和电容 C 的数值足够大,截止频率可以很低,以至于通过负载的电流基本上是直流分量。这种滤波器与整流器联接,可使负载从交流电源中获得近于直流的电压和电流。

为了强化滤波作用,可以采用“多级低通滤波器”,如图 9-9 所示。

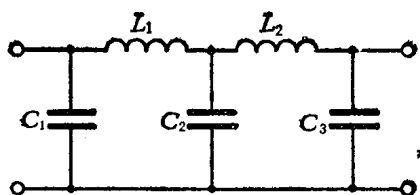


图 9-9

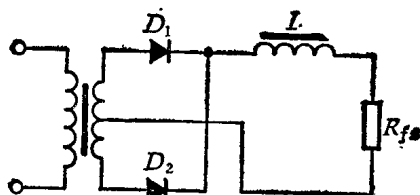


图 9-10

如果要求不太高,可采用简单的低通滤波器。如图 9-10 所示,在整流后的电源与负载之间串一电感线圈,称“扼流圈”;或把一只电容与负载并联,称“滤波电容”,如图 9-11 所示。

(二)高通滤波器

和低通滤波器相反,高通滤波器的作用是让高频分量通过,抑制低频分量和恒定分量。即保留高于截止频率的谐波,而把恒定分量和低于截止频率的谐波滤掉。

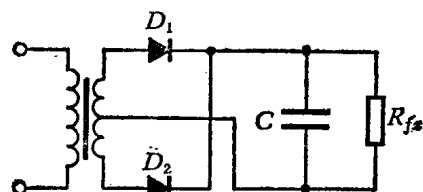


图 9-11

高通滤波器的电路如图 9-12 所示。它是把图 9-8 所示的低通滤波器中的电感、电容互换位置而成的。高通滤波器的工作原理,与分析低通滤波器时方法相似,不再赘述。

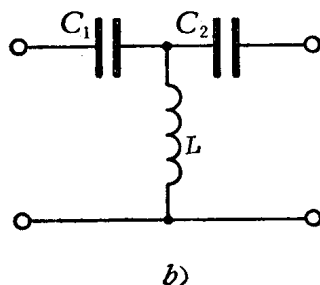
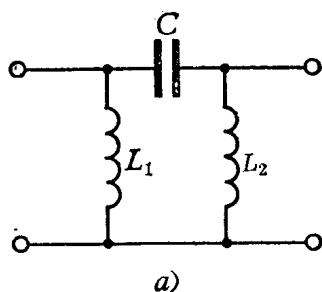


图 9-12

(三)谐振滤波器

谐振滤波器的工作原理是应用了电路中电压谐振(串联谐振)和电流谐振(并联谐振)这一原理,因此得名“谐振滤波器”。这种滤波器是专为某一特定频率或几个特定频率而设计的。谐振滤波器的种类很多,我们选取“单通滤波器”为例来进行讨论。

单通滤波器的电路如图 9-13 所示。由 L_1 和 C_1 组成串联谐振电路,串联在电路中,它的谐振频率为 f_k ,由 L_2 和 C_2 组成并联谐振电路,并联在电路中,它的谐振频率也是 f_k ,这样,频率为 f_k 的谐波,通过串联谐振电路 L_1 和 C_1 ,阻抗为零,畅通无阻。而频率为 f_k 的谐波对并联谐振电路 L_2 和 C_2 ,阻抗为无限大,不能通过,必须流入负载。其他频率的谐波在 L_1C_1 处造成较大的电压降,电流又大部分由 L_2C_2 并联电路分流掉,因而使负载中只突出地保留了频率为 f_k 的谐波电流和电压分量。

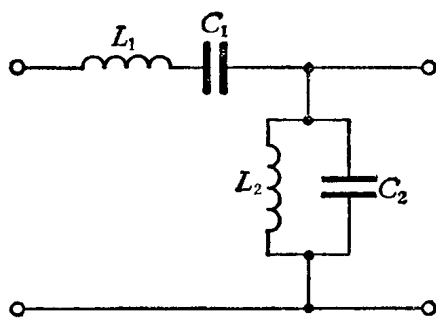


图 9-13