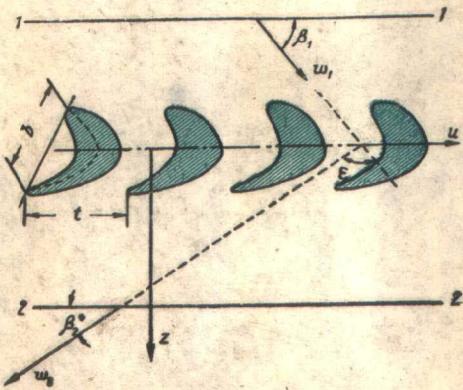


H. M. 馬尔柯夫著

渦轮机的叶栅 空气动力特性的 计算



国防·工业·出版社

渦輪机的叶栅
空气动力特性的
計算

H. M. 馬尔柯夫 著
刘高联、童景山、成器 譯

國防工業出版社

1959

內容簡介

本書根据苏联国立机械制造科技書籍出版社 (Государственное Научно-техническое Издательство Машиностроительной Литературы) 1955年版, 馬尔柯夫 (Н. М. Марков) 著的“渦輪机的叶栅空气动力特性的計算”(Расчет аэродинамических характеристик лопаточного аппарата турбомашин) 一書譯出。

本書內容包括: 渦輪机的叶栅理論的基本問題; 无限長和有限長叶片的叶栅空气动力特性計算方法, 蒸汽輪机級的和燃气輪机級的空气动力特性計算方法等。此外書中还援引了用計算方法來求解实际問題的示例。

本書可供从事渦輪机研究、設計和实验工作的科学研究工作者和工程技术人员参考之用。

國防工業出版社 出版

北京市書刊出版业营业許可証出字第 074 号
机械工业出版社印刷厂印刷 新华书店發行

*

787×1092 1/25 印張 6¹⁴/25 133 千字

1959年8月第一版

1959年8月第一次印刷

印数: 0,001~2,400 冊 定价(11) 1.05 元
NO. 3009

目 录

序言	5
各基本量的代表符号	7
标记	8

第一篇 无限長及有限長叶片的叶栅

第一章 无限長叶片的叶栅中叶型損失的計算	9
----------------------------	---

§ 1 叶型損失的性質	9
-------------------	---

§ 2 具有无限薄的出口边缘的叶栅的叶型損失系数	12
--------------------------------	----

§ 3 叶片出口边缘为有限厚的叶栅中的損失系数	27
-------------------------------	----

第二章 計算叶栅端部損失的公式	33
-----------------------	----

§ 4 端部損失的性質	34
-------------------	----

§ 5 关于确定端部損失問題的一般論点	37
---------------------------	----

§ 6 考慮叶片的有限長度时叶栅中之損失系数	39
------------------------------	----

第三章 叶栅端部損失的計算	42
---------------------	----

§ 7 端壁上三維附面層的微分方程	43
-------------------------	----

§ 8 端壁上三維附面層內速度分布圖形的扭轉	46
------------------------------	----

§ 9 各特征值的確定	57
-------------------	----

§ 10 端壁上附面層的近似計算方法	63
--------------------------	----

§ 11 端壁附面層外邊界上速度分布的計算	67
-----------------------------	----

第四章 計算端部損失的經驗方法。計算結果和	
-----------------------	--

實驗数据的比較	69
---------------	----

§ 12 計算端部損失的經驗方法	69
------------------------	----

§ 13 端部損失的實驗研究概述。計算結果和實驗数据的比較	73
-------------------------------------	----

第五章 叶栅气流出口角的計算	78
----------------------	----

§ 14 二維繞流时叶栅气流出口角的確定	78
----------------------------	----

§ 15 叶片的有限長度对叶栅气流出口角的影响	81
-------------------------------	----

第六章 叶栅空气动力特性的計算例題	84
-------------------------	----

§ 16 二維繞流時，葉槳空氣動力特性的計算例題.....	84
§ 17 端部損失的計算步驟.....	87

第二篇 涡輪級

第一章 基元級概述.....	91
§ 1 基本概念，基元級	91
§ 2 作用在基元級叶片上的力	95
§ 3 基元級的空氣動力特性	96
§ 4 基元級控制截面上氣流參數的計算。基元級的作圖	98
第二章 關於二維葉槳和渦輪級的空氣動力特性的 相互適應關係	106
§ 5 渦輪基元級的空氣動力特性和二維葉槳的特性之間的關係.....	106
§ 6 按二維葉槳特性計算的渦輪級特性與實驗數據的比較.....	109
§ 7 使渦輪級的計算特性與實驗特性之間發生差別的因素.....	125
第三章 當轉子旋轉時叶片上附面層中流體的運動	128
§ 8 同心截面假說的破壞.....	128
§ 9 葉片上三維附面層的方程式.....	133
§ 10 葉片上三維附面層中速度分布曲線扭轉的表達式	138
§ 11 特征量的確定	147
§ 12 三維附面層的計算	148
第四章 沿渦輪級的空氣動力特性計算示例	150
§ 13 渦輪級空氣動力特性的計算	150
§ 14 關於各種因素對渦輪級空氣動力特性的影响	162

序　　言

近十年來，蒸汽輪机和燃气輪机叶栅的空气动力学研究在苏联已經获得了广泛的發展。除了在實驗研究方面的成就以外，在理論研究方面也取得了極大的进展。在这方面起着促进作用的是机翼理論的巨大成就，特別是杰出的苏联学者們 H. E. 儒可夫斯基, C. A. 查普萊金, C. A. 赫立斯捷諾維奇和 H. E. 柯欽等的研究成果。目前，以叶輪机叶栅之二維繞流問題的研究为最完善，而对于叶栅中靠近叶片端头处所發生的一些現象以及輪級中气流之研究，則远觉不够。

本書的目的在于闡明与蒸汽輪机和燃气輪机叶栅以及实际渦輪机的基本空气动力特性的計算有关的綜合問題。鑑于叶栅二維繞流問題我們已經在另一專著中討論了，所以在本書中，对這一問題仅援引一些补充材料以便于簡要地說明問題。本書主要在研究叶片有限長度对能量損失和叶栅气流出口角的影响的計算方法以及其他与决定渦輪机基本空气动力特性有关的一些問題。

本書共分兩篇。第一篇是討論叶栅基本空气动力特性的計算。其中第一章是关于二維流动中这些特性計算的扼要敘述；以后各章則討論叶栅端部損失的計算以及叶片有限長度对能量損失和气流流出角偏差的影响的估計方法。

在第二篇中，研究一些与渦輪机基本特性計算以及轉子旋轉对循动部分中气流結構的影响有关的問題。其中第一章敘述关于渦輪級工作的一般知識，并討論了基元級的計算。在第二章里，确定基元級各項特性与导向叶栅和工作叶栅各項特性之間的相互关系。这里还研究了关于輪級特性的計算值与其实驗值是否相符的問題。第三章是闡明轉子旋轉对工作介質在叶片附面層內运动性質的影响，并引述附面層的計算方法。第四章包括一些計算例

題，用以說明以上所提出的各種計算方法的實際應用。

在本書中，我們是在氣流以不太高的亞音速流過葉柵的情況下來研究有關葉柵和輪級空氣動力特性計算的一切問題。應當注意，近代蒸汽輪機及燃氣輪機的大部分壓力級也就是在這種速度下工作的。至于在接近臨界速度或超臨界速度下，例如，在疊速級中發生的速度下，有關空氣動力特性計算的各項問題，在本書中不予以討論，因為這些問題又構成了一個規模相當大的獨立研究的領域。

本書所敘述的有關計算渦輪機葉柵空氣動力特性的方法，也可以推廣到其他軸流式的葉輪機上。

著者

各基本量的代表符号

- p —— 压力, 公斤/公尺²;
 ρ —— 流体的密度, 公斤·秒²/公尺⁴;
 γ —— 流体的重量, 公斤/公尺³;
 g —— 重力加速度, 公尺/秒²;
 ν —— 运动粘性系数, 公尺²/秒;
 c_p —— 流体的等压比热, 大卡/公斤·度;
 R —— 气体常数, 公斤·公尺/公斤·度;
 A —— 功的热当量 ($A = \frac{1}{J} = \frac{1}{427}$ 大卡/公斤·公尺; 其中 J 是热的功
当量——譯者), 大卡/公斤·公尺;
 k —— 绝热指数;
 n —— 多变过程指数;
 i_0 —— 流体之总能量, 公斤·公尺/公斤;
 T —— 流体绝对温度, °K;
 u —— 沿叶栅轴向之座标轴;
 z —— 与叶栅轴垂直的座标轴;
 x —— 沿叶片周綫自进口临界点起算的座标;
 y —— 与表面外法綫重合的座标轴;
 s —— 附面层厚度, 公尺;
 δ^{**} —— 附面层的假想厚度, 公尺;
 c —— 绝对运动中的流速, 公尺/秒;
 w —— 相对运动中的流速, 公尺/秒;
 $u_{\infty p}$ —— 圆周速度, 公尺/秒;
 U —— 在二維附面层外边界上的速度 (在三維附面层中, 则表示纵向
分速), 公尺/秒;
 V —— 三維附面层外边界上的横向分速度, 公尺/秒;
 a_1 —— 音速, 公尺/秒;
 c_{u0}^* —— 气流的等熵滞流音速, 公尺/秒;
 α —— 绝对运动中气流方向角, 度;
 β —— 在相对运动中气流方向与栅轴间的夹角, 度;
 $\beta^* = 180^\circ - \beta$, 度;
 φ —— 三維附面层中速度方向与其外边界上的速度方向间的夹角, 度;
 ω —— 转子角速度, 1/秒;
 F —— 面积, 公尺²;
 G —— 叶栅每一气道所通过的流量, 公斤/秒; 当研究无限长叶片的叶
栅时, 流量 G 是对 1 公尺叶片长度而言, 公斤/秒·公尺;
 τ —— 摩擦应力, 公斤/公尺²;
 D —— 叶栅的平均直径, 公尺;
 r —— 半径, 当考虑二維叶栅时, 则代表叶片之母綫方向的座标轴, 公尺;

- l ——叶片長度，公尺；
 b ——叶片的弦長，公尺；
 $\bar{l} = \frac{l}{b}$ ——叶片的相对長度；
 B ——叶片的寬度，公尺；
 t ——叶栅的間距，公尺；
 $\bar{t} = \frac{t}{b}$ ——叶栅的相对間距；
 s ——叶片出口边缘的厚度，公尺；
 φ^* ——流量系数；
 φ^{**} ——速度系数；
 ζ_0 ——二維流动中的损失系数；
 ζ ——按照叶片有限長度的损失系数；
 η ——效率；
 R ——雷諾数；
 M ——馬氏数 (Число маиневского) ●
 $R_\delta = \frac{U\delta}{v}$ ——該处局部雷諾数；
 $R^{**} = \frac{U\delta^{**}}{v}$ ——按假想厚度 δ^{**} 計算的該处局部雷諾数。

标 記

- $_{BX}$ ——导向叶栅前的截面；
 $_{1}$ ——导向叶栅后的截面 (或單个叶栅前的截面)；
 $_{2}$ ——工作叶片边缘后的截面 (或單个叶栅后之截面)；
 $_{H}$ ——表明各該量是属于导向叶片的叶栅的；
 $_{D}$ ——表明各該量是属于工作叶片的叶栅的；
 $_{CT}$ ——輪級；
 $_{3. CT}$ ——基元級；
 $_{CP}$ ——各項平均值；
 $_{0}$ ——等熵流动；
 $_{00}$ ——等熵滞流；
 $_{g}$ ——叶型出口边缘处附面層的截面。

其余各种符号所代表的意义見正文中的說明。

● 在其他国家的文献中，通称为馬赫数(Число маха)，实际上Майевский引
用此数較Max为早。——譯者

第一篇 无限長及有限長叶片的叶柵

为了評定渦輪導向叶柵及工作叶柵工作的优劣程度，必須而且也只要知道它們的两个基本空气动力特性，即损失系数和叶柵的气流出口角度。当工作介質●在叶柵入口处的运动方向为已知时，这些特性就完全決定了叶柵內的能量损失以及叶柵与气流之間相互力的作用。

第一章 无限長叶片的叶柵中 叶型損失的計算

§ 1 叶型損失的性質

当气流流过由无限長叶片組成的叶柵时，气流中所产生的能量损失，也就是繞流叶柵时在气流之二維流动部分所产生的损失，通常称为叶型损失。这种损失的量由叶型损失系数来决定。

叶柵叶型损失計有：

- 1) 在叶片表面上所形成的附面層中的摩擦损失；
- 2) 在叶柵出口边缘后渦迹中的损失。

应当注意：在一定的条件下，附面層可能与叶片表面發生分离，也可能产生激波。这就造成能量的副损失。

附面層內的摩擦損失 当粘性流体流过叶柵时，在叶片表面附近流体受到阻滞——形成所謂附面層。附面層中的流速不等于主流的速度；叶片表面上的流速等于零，而只有在距表面某一距

● 以下称工作介質为“流体”，“流体”这个名称在广义上可同时用于不可压缩及可压缩的介質。凡是在不考虑压缩性的地方，则注明“不可压缩流体”。

离的地方（即在附面层的外部边界上），才逐渐与主流的速度相等。由于在附面层的厚度中流体以各种不同的速度运动，所以在附面层中各层流体之间就发生摩擦。为了克服这种摩擦，就需要耗費流体的可用能量。换句話說，附面层中發生摩擦，就会引起能量的损失。

不管主流的运动性質怎样，附面层内流体的运动，可以是層流，也可以是紊流。附面层中介質运动的性質与下列一些因素有关：沿叶片表面雷諾数 $R = \frac{U_x}{v}$ 的变化范围，压力梯度的大小和方向，叶片表面的粗糙度以及流向叶栅的流体紊流度。雷諾数 R 的增大和叶片表面压力沿流向的增高，都会促使附面层內的流动由層流变为紊流。表面粗糙度以及湍积到叶栅的气流紊流度的增大，也会促使層流变为紊流。对于層流和紊流的特点不准备詳細研究，但必須指出，紊流附面层內的能量损失，可能超过層流附面层內的能量损失若干倍。

当二維气流繞流叶栅时，由于流体与叶片表面的摩擦所引起的能量损失一般取决于下列因素：

- 1) 叶型的几何参数和叶片位置，即叶片的型面，栅距及安装角；
- 2) 气流的入口方向；
- 3) 雷諾数 $R = \frac{w_2 b}{v}$ ；
- 4) M 数；
- 5) 表面粗糙度和湍积到叶栅的气流的紊流度。

应当注意，实际上只有当叶片表面在渦輸运转过程中叶片上出現銹蝕痕迹或在燃气輪机中出現侵蝕痕迹以后，表面粗糙度才会發生影响。經過适当加工的新制叶片，它的表面粗糙度極其微小，实际上对附面层內的摩擦不起什么影响。

緣后损失 我們知道，当粘性流体流过叶栅时，在叶片出口边缘后面就会形成渦迹。

当叶片出口边缘具有有限厚度时，叶栅出口处的气流总是与

出口边缘分离。结果就在每一出口边缘后面形成一个旋涡区，这就引起能量的损失。这部分损失即称为缘后损失。

缘后损失的大小与叶片出口边缘的厚度、形状、附面层的厚度以及附面层下流的性质有关。

在研究出口边缘极薄的叶片时，在涡迹中只由于使气流均匀化所引起的能量损失，比附面层内摩擦损失要小，因此可以略去不计。

附面层的分离 当沿叶片周线的压力分布中出现扩压段时，则在一定条件下附面层可能产生与叶片表面的分离。

在这种扩压段上，附面层内沿任一流线运动着的流体质点的速度，随着它们沿流体往下的运动而逐渐减低。同时，这些质点的动能也随之减小。可能在扩压段某一截面的叶片表面上，阻滞流体质点运动的各项力的总和，也就是正压力梯度与摩擦的共同作用，将会超过气流的动能[●]，于是质点停止运动，然后就能朝着与主流相反的方向移动。在附面层中流体质点的这种运动会使流体与叶片表面分离；我们知道，这样就会引起能量的损失。在某些绕流状态下，由于气流分离所引起能量损失可能大大超过摩擦损失。此外，附面层的分离也会使气流的有效截面减小，结果（当叶栅中的压力降一定时）就会使通过叶栅的流体的流量减小。

在大多数情况下，要在叶栅入口处整个具有实际意义的气流方向变化范围内都避免气流分离现象，是无法办到的。通常在设计叶栅的型面时，保证在计算工作状态的范围内能够得到无分离的绕流。若在计算工作状态下叶栅中的压力降很大，同时叶片型面的设计以及栅距的选择又很适当，则可以在相当广的迎角变化范围内获得无分离的流动。在压力降不大的工作叶栅中，无分离绕流的区域照例是比较小的。

● 即在该截面上靠近物壁处将有 $\left(\frac{\partial w}{\partial n}\right)_{n=0} = 0$ ；其中 n 表示物壁之法线方向。——译者

由激波所引起的能的損失 我們知道，當流向葉柵氣流的速度達到所謂臨界值時，在葉片凸面上，流速就會達到音速。若再將速度 w_1 提高，則在氣道中將形成一個超音速區。由超音速回到亞音速的轉變是躍進式地發生的，同時形成所謂激波，而且總是同時使熵增加，因而也就引起能量的損失。此外，激波中的很大壓力梯度常常會使附面層分離，而這也會增加能量的損失。

從以上所述可以看到，在葉柵中發生分離現象或激波都會導致葉柵空氣動力特性的急劇惡化。可惜目前還沒有計算這些損失的解析方法。當設計葉柵型面時，選擇葉柵的各幾何參數和入口條件，應使在計算工作狀態下既可避免附面層的分離，又可避免激波的形成。

應當注意：直到現在，對於渦輪的循動部分的計算，在工廠中以及在教學用書籍中，除了上述的能量在葉型損失中的各組成部分外，還往往採用關於“衝擊”損失的概念。必須指出，這種損失的概念，特別是計算這種損失的方法都是不可靠的，並且與葉柵中實際的流動性質，也是不相符合的。

當氣流不是沿着最合適的方向（所謂無衝擊的方向）流入葉柵時，不會在葉柵中引起任何其他額外的部分能量損失；只是葉型損失的量可能發生變化。其原因如下：當 β_1 角大於或小於其計算值時，壓力沿葉型周線的分布，自然也有所改變。這就可能導致能的摩擦損失值的改變以及附面層的分離或激波的產生，結果，葉型損失量也發生變化。

§ 2 具有無限薄的出口邊緣的葉柵的葉型損失系數

在蘇聯的文獻中，關於計算葉柵中葉型損失的問題，已經獲得完全適於實際應用的解法。

對於具有無限薄的出口邊緣的渦輪葉柵（即減壓式葉柵——譯者），最初解決這個問題時，沒有考慮到附面層中流體的可壓縮性。後來又找到了同時考慮到附面層內流體可壓縮性的解法，嗣

后又曾把这种解法推广到扩压式叶栅繞流的情况中。

除上述外，Л. Г. 罗强斯基及 И. Л. 波夫赫也都研究过叶栅的叶型阻力的計算問題。在外国也可以看到有关这个問題的一些著作。

下面引述叶型損失的概括性計算方法，它对于减压式叶栅和扩压式叶栅的繞流問題均能适用。

叶栅中的能量損失，可用損失系数 ζ 来估計：

$$\zeta = \frac{E_{n\bar{n}}}{G \cdot E_0},$$

这个系数是叶栅中能量損失与实际流过叶栅的流体可用能量的比值。

为了决定 ζ 值，必須預先求出損失。現在讓我們就叶片表面沒有附面層分离現象和气流中不产生击波的情况下來考察这个問題。如上所述，在这种情況下的能量損失，是由于附面層中的摩擦与叶片出口边缘后渦迹中的旋涡而引起的。

实验表明，如果叶型的出口边缘很薄，那末由于使叶栅后气流均匀化以及渦迹中形成旋涡所造成的能力損失是極其微小的，

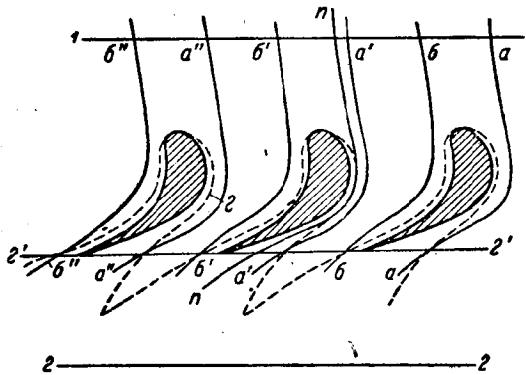


圖1 粘性流体繞叶栅簡圖。

以致可以把它略去不計。这就使我們有权用測定截面1—1与2'—2'間的能量損失来代替測定截面1—1与2—2間的能量損失(圖1)。

圖 1 为实际流体（即有粘性的可压缩流体）流过二维叶栅的简图。

在叶栅出口截面上通过附面层外边界 γ 的流线 aa' , bb' 等把无能量损失的中央位流区划分出来。这样，确定叶栅中的能量损失，就归结为确定 $aabb'$, $a'b'b'c'$ 等各边界区内的能量损失了。

我們注意：由于附面层厚度

很小，通常假定层内厚度中的压力 p 为常数，而且等于附面层外边界上的压力；于是截面 $2'-2'$ 上的压力可以近似地認為与叶片出口边缘处的压力 p_K 相等。

据此，可以写出表示通过出口边缘处附面层微元截面积的流体由摩擦所引起能量损失的式子：

$$dE_T = \left[\left(\int_{p_K}^{p_1} \frac{dp}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} \right) - \frac{u_K^2}{2} \right] \rho_K u_K dy, \quad (1)$$

式中 u —— 附面层内流体的速度。

由于在附面层外面流体的运动沒有损失，所以下列等式成立：

$$\int_{p_K}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = \frac{U_K^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}.$$

于是方程 (1) 可写成

$$dE_T = \frac{1}{2} (U_K^2 - u_K^2) \rho_K u_K dy.$$

求此方程式积分，即得：

$$E_T = \frac{1}{2} \sum \int \rho_K (U_K^2 - u_K^2) u_K dy.$$

符号 Σ 在这里和以后都意味着把求和号下的表示式分别对叶片凹、凸二面算出，然后再将两者結果相加。

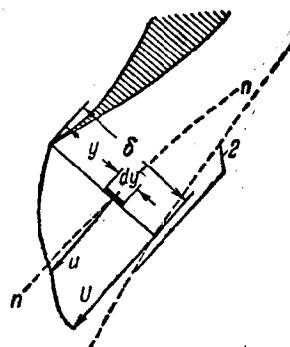


圖 2 叶栅出口截面上附面层厚度中的速度分布。

可用能量 E_0 为:

$$E_0 = \frac{(\omega_2)^{\frac{1}{2}}}{2g}.$$

对于長一公尺的叶片而言，通过叶栅通道的流体的实际流量可用下式表示:

$$G = G_0 - g \sum \left(\rho_{k,0} U_{k,0} \int_0^{\delta_k} dy - \int_0^{\delta_k} \rho_k u_k dy \right),$$

式中 G_0 ——在等熵流动下的流量；

$\rho_{k,0}$ ——在等熵流动下，出口截面上靠近出口边缘处 ($0 \leq y \leq \delta_k$) 的流体密度。

$\rho_{k,0}$ 值可以相当准确地等于实际流动中流体在距离叶片表面 $y = \delta_k$ 处的密度。必須指出， $U_{k,0}$ 也应理解为在等熵流动下靠近叶片出口边缘处的流体速度。假定在 $y = \delta_k$ ，也就是 $U_{k,0} = U_k$ 时，这个速度与实际流动的速度相等。

經過換算，并引用附面層的假想厚度的概念，可得:

$$\zeta_0 = \frac{\rho_{00} \sum H_{k,Cm}^{***} U_k^3 \delta_{k,Cm}^{***}}{\left(\frac{G_0}{g} - \rho_{00} \sum H_{k,Cm}^* U_k \delta_{k,Cm}^{**} \right) (\omega_2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (2)$$

式中

$$\delta_{k,Cm}^{**} = \int_0^{\delta} \frac{k}{1 - \alpha^2} \cdot \left(1 - \frac{u}{U} \right) \frac{u}{U} dy \quad \left(\alpha_0 = \frac{U}{\sqrt{2} i_0}; \text{ 又 } \alpha = \frac{u}{\sqrt{2} i_0} \right)$$

——在考慮流体可压缩性时的附面層計算中所得到的附面層假想厚度；

$H_{k,Cm}^{***}$ 和 $H_{k,Cm}^*$ ——特性值，它們分別表示附面層在出口边缘上的某两个假想厚度的比。

当不可压缩流体通过叶栅时，我們可以得出下式以求損失系数 ζ_0 :

$$\zeta_0 = \frac{\sum \rho_k H_k^{***} U_k^3 \delta_k^{**}}{\left(\frac{G_0}{g} - \sum \rho_k H_k^* U_k \delta_k^{**} \right) (\omega_2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (3)$$

决定这公式中所包含的量 δ^{**} 、 H^{***} 和 H^* 时，都不考虑流体的可压缩性。这时，附面层假想厚度 δ^{**} 的表示式如下：

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U} dy。$$

应注意，流体的实际流量也可以用下式表示：

$$G = G_0 \cdot \varphi^*,$$

式中 φ^* ——流量系数。

流量系数的表示式应写成：

$$\varphi^* = \frac{\rho_2 \sin \beta_2 w_2}{(\rho_2)_0 \cdot \sin(\beta_2)_0 \cdot (w_2)_0} = \varphi^{**} \frac{\rho_2}{(\rho_2)_0} \frac{\sin \beta_2}{\sin(\beta_2)_0}.$$

不过，在实际确定等熵流动下的流量时，都略去附面层对翼栅绕流情况所产生的反影响，而按下式计算：

$$G_0 = g (\rho_2)_0 t \sin \beta_2 (w_2)_0.$$

那末

$$\varphi^* = \varphi^{**} \frac{\rho_2}{(\rho_2)_0}.$$

假若是不可压缩流体的流动，并将控制截面放置在叶栅后无限远处时，就得到 $\varphi^* = \varphi^{**}$ 。在解决上述问题时，对于可压缩流体的流动也可以采用系数作 φ^* 和 φ^{**} 的方程，这对于实际应用具有足够的准确度。

于是可以写成

$$G = G_0 \sqrt{1 - \zeta_0}.$$

公式（2）和（3）可分别改写成

$$\zeta_0 = \frac{\rho_0 \sum H_{K,Cm}^{***} U_{K,Cm}^3 \delta_{K,Cm}^{**}}{\frac{G_0}{g} \sqrt{1 - \zeta_0 \cdot (w_2)_0^2}}, \quad (4)$$

$$\zeta_0 = \frac{\sum \rho_K H_K^{***} U_K^3 \delta_K^{**}}{\frac{G_0}{g} \sqrt{1 - \zeta_0 \cdot (w_2)_0^2}}. \quad (5)$$

按照公式（4）与（5）求 ζ_0 时，应采用逐步近似法。在计算损失系数 ζ_0 的一级近似值时，可以使 $\sqrt{1 - \zeta_0}$ 的值等于 1。