

56.4476
CYY

中期天气预报

仇永炎 等

科学出版社

内 容 简 介

本书主要阐述了大气环流中期变化的一些重大事实和重要理论,为研制中期天气预报方案提供理论依据。

全书共十一章,大致可分为四部分。前两章介绍了研究中期变化的诊断分析工具,着重介绍了波数域的能量方程。第三—七章阐述了平流层爆发性增暖、超长波、大气环流中期周期变化、指数循环、阻塞高压等现象、演变机制和动力成因。第八、第九章着重讨论同暴雨、寒潮相联系的中期环流变化和能量学特征,还包括了西南季风和冬季风潮的最新研究成果。最后两章讨论了中期预报的统计方法和数值预报模式。

本书可供从事气象研究、气象台站预报人员和大专院校有关师生参考。

中 期 天 气 预 报

仇永炎等

责任编辑 许贻刚

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1985年9月第一版 开本:787×1092 1/32

1985年9月第一次印刷 印张:27

插页:插1—1,500 插页:插2

印数:平1—2,200 字数:622,000

统一书号:13031·2952

本社书号:4103·13—15

定价: 布脊精装 7.30 元
平 装 6.30 元

前 言

中期天气预报,是介于一个月以上的长期预报和三天以下的短期预报之间的预报,通常是指10天左右的预报。这种时效的预报,对工农业生产、国防、交通等各个国民经济部门都有重大的使用价值,因而世界各国都给予很大的重视。

中期预报所研究的对象,不同于短期预报。后者着重于研究与单一的天气尺度系统演变有关的规律,而中期预报则着重于研究行星尺度系统或者研究一群天气尺度系统的演变规律。由于研究对象的不同,侧重点和处理方法也有差别。比如在探讨中期环流变化时,系统之间特别是天气尺度系统与行星尺度系统之间的非线性相互作用是主要的研究内容,而它又是中期物理过程的一个很主要方面。但是在短期预报研究中,则着重考虑天气尺度和比其更小尺度之间的运动的非线性过程。

由于中期预报是研究时、空尺度较大的大气运动规律,它所研究的空间范围远比短期预报所涉及到的要大得多。根据理论推导,对预报地区有影响的范围要3次方地增大。具体地说,做中纬度10天的数值预报,在垂直方向需要自5米深海水,垂直向上到30公里或更高层次的大气层资料,水平方向由北半球向南延伸到 20°S 或者包括全球。用其它途径做中期预报也有类似的要求。比如,根据实践经验,要作我国全国范围的中期预报,就需要研究西起大西洋东至太平洋东部的,甚至整个北半球的大气环流,在夏半年还要向南延伸到南半球的副热带地区。在垂直方向不仅要研究对流层大气环流的中期变动状态,还要研究平流层的大气环流过程。

在接受撰写这本书时,由于国内外没有一本这方面的书籍可供借鉴,为此如何恰当地确定本书讨论的内容,是值得研究的问题。因此,扼要地回顾一下中期预报的历史和现况是有益的。

气象学家们企图从事中期预报已有几十年的历史。本世纪上半世纪,在国际上有所谓的三大学派,即以自然天气周期为核心的苏联模尔坦诺夫斯基学派;以大天气型为主的德国鲍尔学派;以罗斯贝指数循环为中心的美国学派。我国在五十年代曾吸收各学派之长,建立以环流型为网络的中期预报方法。这些学派所使用的主要方法,是以天气图分析为其预报基础的。在预报实践中,大家都遇到了一个共同困难,就是很难掌握大型环流的转变。同时也认识到,所以如此,是因为人们对于环流演变的物理过程认识太少,同时也感到,需要寻找理论基础作为指导。继后的一、二十年,实际的业务预报方案,主要是建立在天气图分析和统计学相结合的基础之上,有时统计学更为主要。这种途径所遇到的问题同单纯天气学途径一样,由于缺乏对环流物理过程的认识和理论基础的指导,预报因子的选择带着一定的盲目性。这是因为统计学本身是个工具,必须选择具有物理依据的量作为因子,才能发挥统计学的效能。在这20年,还有一部分动力气象学家,从流体动力学入手,为中期数值预报模式的建立,做了许多探索性的基础工作。例如我国曾庆存的《数值天气预报的数学物理基础》一书就是对这方面工作的一个有重要意义的总结。由于探索性工作的开展,经验的积累,加上高速度电子计算机的使用,近几年来中期数值预报,特

别是欧洲中期数值预报中心的工作,进展迅速,已经能够较为准确地做出4,5天的形势预报。然而就中期数值预报模式的建立来说,除了数学工具的应用以外,它的基础有两个方面:一是事实基础,主要是指对环流演变的物理过程的认识,二是理论基础,即大气动力学的规律。

因此,综观中期预报的历史进展,不管采用哪一种途径制定预报方案,尽管理解有所差别,都不外乎依赖于对物理过程的认识和大气运动规律的研究,并以其作为基础。这两个方面紧密地结合,再加上恰当地应用工具——数学的、统计的,或者天气图,便可以建立比较符合大气运动规律的中期预报方案。

正因为上述种种原因,本书以探讨中期预报基础知识为其主要内容,而不侧重于预报方案。而且主要是从天气图途径(包括与其它途径相结合在内)的角度,为制定预报方案而阐述一些有关的基础知识。因此,更侧重于大气环流中期变化的物理过程,对于理论上的探讨,包括数值试验在内,扼要地阐述某些重要的而又新的观点,但不追求数学上的详细推导。虽然如此,书中所讨论的事实,或许在某些方面对于中期数值预报模式的建立不无用处。

全书共分十一章,包括四个部分。

前两章阐述一些基础知识,为后面探讨中期大气环流物理过程作准备。第一章介绍关于分解波谱和划分周期的方法,既是作为全书的预备知识,又是在预报工作中常常应用的内容。第二章的动量方程和各种能量模变化率方程,包括波数域的形式在内,可以作为探讨中期物理过程的诊断方程。

第三—七章介绍了平流层和对流层大气环流的中期变化以及超长波的基本性质与结构。着重讨论了平流层爆发性增暖、对流层谐振、指数循环、大气趋于稳定、平衡的阻塞形势这些现象的重大事实、物理机制、数值试验结果和理论解释,还包括了一些转环实验的内容。在第四章中讨论了超长波上传理论、EP理论及其剖面、瞬变超长波的活动规律和演变机制。

第八、九两章着重于讨论同天气现象——中期暴雨和中期寒潮——紧密联系的环流变化和物理过程。第八章在讨论中期暴雨以前,用一定的篇幅阐述国内外关于热带大气环流和西南季风活动规律的最新研究结果。在寒潮一章着重阐述了关于寒潮中期天气过程的物理机制的研究结果。除此之外,还介绍关于寒潮到达赤道附近所产生的冬季风潮的研究。

第十和第十一章介绍统计预报方法和数值预报。在统计预报一章中,着重讨论物理统计方法、数值预报产品的应用以及动力统计相结合的方法。最后一章阐述国内外中期数值预报的进展,着重于讨论在中期数值预报中如何考虑影响大气运动的物理过程的因子,还介绍了几种国际上有成效的大气环流模式以及欧洲数值预报中心工作的进展。

本书内容除了一部分取自于我们自己这些年的研究工作外,其它取自于国内外一些重要刊物的原著,特别是七十年代以后的著作。

本书的出版,如果将来能为开展中期预报研究以及制定中期预报方案起到点滴的推动作用,如果能在天气图预报途径和中期数值预报之间起到微小的桥梁作用,作者将会感到极大的快慰。同时在撰写的过程中,由于资料很难收集齐全,再之时间仓促,以及对于大气中期物理过程认识也有一定的局限性,难免有不足和贻误之处,诚恳地希望读者提出

宝贵意见。

本书第七章、第十章以及第十一章分别邀请缪锦海同志、朱盛明副研究员和姜达雍副研究员撰写，他们都在从事这方面的研究。原稿第四章经林本达同志阅读、修改过；第八章经陶诗言教授在百忙中审阅，并提出宝贵意见。在撰写过程中，动力学中一些问题曾得到张玉玲和刘式适两位副教授的教益；文字校对等具体工作曾得到张元箴同志的帮助；书刊短缺时，曾得到外地有关学校 and 个人的赠送和支持。最后，谢义炳教授除了对一些内容提出具体修改意见外，并对本书的整个工作给予很大的支持。此外，由新疆气象局牵头的“寒潮低温中期预报方法和理论研究”课题组资助了必要的经费，没有这方面的资助，本书也是很难完成的。对以上同志和单位，一并在 此表示衷心感谢。

仇永炎

目 录

第一章 波谱分析在中期天气预报中的应用.....	(1)
§ 1 纬圈谱	(1)
1.1 描述波动的基本参数.....	(1)
1.2 傅里叶级数形式.....	(2)
1.3 谐波综合.....	(5)
1.4 波谱的一些“代数”性质.....	(8)
1.5 纬圈谱的复数形式.....	(11)
§ 2 功率谱和交叉谱	(15)
2.1 协方差函数与功率谱.....	(15)
2.2 交叉谱.....	(17)
2.3 功率谱的显著性.....	(18)
2.4 平滑与滤波.....	(18)
§ 3 分析移动波法	(21)
3.1 基本表示法.....	(22)
3.2 交叉谱法.....	(23)
3.3 计算步骤与示例.....	(24)
3.4 两组移动波.....	(26)
第二章 大气环流的一些平衡方程以及中期过程的诊断方程.....	(28)
§ 1 基本方程	(28)
§ 2 动量平衡方程	(30)
2.1 动量平衡方程的一般形式.....	(30)
2.2 动量变化方程的谱函数形式.....	(36)
§ 3 能量方程	(38)
3.1 动能方程的一般形式.....	(38)
3.2 位能变化方程.....	(39)
3.3 平均动能方程和涡动动能方程.....	(42)
3.4 平均有效位能和涡动有效位能.....	(44)
3.5 数值结果.....	(46)
§ 4 能量方程的谱函数形式	(52)
4.1 基本方程的傅里叶变换.....	(52)
4.2 动能方程的谱函数形式.....	(53)
4.3 有效位能方程的谱函数形式.....	(59)
4.4 观测结果.....	(62)
第三章 平流层环流及其与对流层环流的耦合作用.....	(71)
§ 1 平流层基本观测事实	(71)
1.1 平均环流特征.....	(71)
1.2 平流层的能量学.....	(79)

1.3	半年周期振动与准两年周期振动	(80)
1.4	赤道平流层波动	(82)
§ 2	平流层爆发性增暖	(84)
2.1	增暖的天气过程	(84)
2.2	增暖的气候特征与分类	(87)
2.3	增暖与对流层天气	(94)
§ 3	增暖的机制	(97)
3.1	涡动感热输送与平均经圈环流	(97)
3.2	涡动动量输送的作用	(98)
3.3	能量学研究	(99)
3.4	对流层和平流层之间的反馈机制	(106)
§ 4	爆发性增暖的数值实验	(107)
4.1	Matsuno 动力机制	(107)
4.2	M模式的数值试验	(109)
4.3	M模式的修正	(110)
第四章	超长波	(115)
§ 1	概述	(115)
1.1	分辨超长波的方法	(115)
1.2	超长波的分离	(116)
§ 2	定常超长波的观测事实	(118)
2.1	对流层里定常波的三维结构	(118)
2.2	500 毫巴定常波	(121)
2.3	定常超长波的经圈剖面	(122)
2.4	垂直结构	(124)
§ 3	有关定常超长波的理论探讨	(126)
3.1	基本方程	(126)
3.2	超长波向上传播理论	(132)
3.3	Eliassen-Palm 理论及其剖面	(136)
3.4	超长波的形成	(140)
§ 4	瞬变超长波	(141)
4.1	移动性超长波的水平传播	(141)
4.2	移动性超长波的垂直结构	(146)
4.3	移动性温度波	(146)
4.4	不稳定理论	(148)
4.5	超长波增衰的机制	(149)
4.6	天气尺度波动的强迫机制	(154)
第五章	大气环流的中期周期变化	(158)
§ 1	24 天周期变化	(158)
1.1	24 天位能谐振	(158)
1.2	24 天动能谐振	(161)
§ 2	准两周周期变化的观测事实	(162)
2.1	准两周位能谐振	(162)
2.2	准两周动能谐振	(165)

§ 3 数值试验	(169)
3.1 模式结果	(169)
3.2 结果分析	(170)
§ 4 实验室的模拟实验	(171)
4.1 概述	(171)
4.2 谐振——倾斜槽谐振	(172)
4.3 振幅谐振的能量学	(175)
§ 5 理论研究	(178)
5.1 两层准地转谱模式	(178)
5.2 数值计算结果	(181)
§ 6 讨论	(187)
第六章 指数循环	(191)
§ 1 概述与统计结果	(191)
1.1 环流指数的定义	(191)
1.2 西风指数的一些统计特征	(192)
1.3 西风指数的周期性	(194)
§ 2 观测事实与能量学研究	(195)
2.1 定义与方法	(195)
2.2 一些动力性质	(196)
2.3 指数循环过程中能量的变化	(198)
2.4 能量平衡与能量循环	(201)
2.5 分波动能与指数循环	(203)
§ 3 理论探讨	(205)
3.1 正压大气纬向平均环流的变化	(205)
3.2 周期性的理论探讨	(210)
3.3 Lorenz 的最大简化	(214)
3.4 旋转适应理论	(219)
§ 4 结束语	(223)
第七章 阻塞高压与阻塞形势	(225)
§ 1 观测事实	(225)
1.1 阻塞高压长时间统计特征	(225)
1.2 物理机制的诊断研究	(229)
1.3 阻塞高压与移动性高压在动力性质上的差异	(233)
§ 2 阻塞高压的数值模拟	(238)
2.1 在地形和非绝热加热作用下的阻塞高压数值模拟	(238)
2.2 缓慢移动的自由波与地形强迫波的非线性相互作用	(241)
§ 3 动力学研究	(243)
3.1 大气的多平衡态与阻塞形势	(244)
3.2 地形影响下的超长波不稳定发展理论与阻塞高压	(254)
§ 4 结束语	(255)
第八章 夏季季风与我国降水的中期过程	(257)
§ 1 热带大气环流	(257)
1.1 平均环流特征	(257)

1.2	垂直环流	(260)
1.3	能量学	(261)
1.4	热带大气环流的数值模拟	(263)
§ 2	亚洲夏季季风区的一些天气系统	(266)
2.1	索马里急流	(266)
2.2	东风急流	(268)
2.3	季风低压	(270)
2.4	对流层中层气旋	(271)
2.5	青藏高原	(272)
§ 3	季风系统的振荡	(275)
3.1	几个主要周期	(276)
3.2	准两周振荡与大尺度系统	(278)
§ 4	夏季季风的进退	(282)
4.1	概述	(282)
4.2	季风的建立	(283)
4.3	南亚季风活跃期和间歇期	(286)
§ 5	我国暴雨的中期过程	(291)
5.1	我国暴雨的中期特点	(291)
5.2	梅雨的中期过程	(294)
5.3	北方暴雨的中期过程	(299)
第九章	寒潮的中期过程	(309)
§ 1	寒潮中期天气过程和一些事实	(309)
1.1	寒潮的大型天气过程——倒 Ω 流型	(309)
1.2	两大洋脊在中期天气过程中的作用	(311)
1.3	东亚基本气流的特征	(312)
1.4	基本气流的动力不稳定性	(314)
1.5	其它类型天气过程的寒潮	(315)
§ 2	寒潮中期过程的能量学研究	(315)
2.1	概述	(315)
2.2	开始阶段的能量变化	(317)
2.3	乌拉尔山脊的建立与东亚倒 Ω 型的能量变化	(319)
2.4	长波脉冲的能量变化	(319)
2.5	寒潮爆发阶段的能量变化	(320)
§ 3	中纬度动能和位能的聚集	(322)
3.1	中纬度平均动能的变化	(322)
3.2	中纬度平均有效位能的变化	(323)
3.3	边界通量对于中纬度平均有效位能的贡献	(324)
3.4	其它过程的贡献	(327)
3.5	小结与物理解释	(328)
§ 4	南方低温连阴雨天气	(330)
4.1	天气气候概况	(330)
4.2	天气过程	(331)
§ 5	东南亚的冬季风潮和中期扰动	(333)

5.1	冬季风潮与南海扰动	(333)
5.2	中期周期扰动在低纬度的传播	(337)
5.3	青藏高原对高层中期扰动的演变的影响	(342)
第十章	中期统计天气预报	(347)
§ 1	应用经验正交函数方法制作中期预报	(347)
1.1	经验正交函数	(347)
1.2	经验正交函数的稳定性	(351)
§ 2	应用相似分析和聚类分析方法制作中期预报	(353)
2.1	相似分析	(353)
2.2	聚类分析	(356)
§ 3	用物理统计方法制作中期预报	(359)
3.1	物理统计预报模型	(359)
3.2	应用物理统计模型制作中期预报	(361)
3.3	应用动力分析结果制作中期预报	(362)
§ 4	应用数值预报产品制作中期预报	(364)
4.1	经验天气模式与数值预告图相结合	(364)
4.2	统计模式与数值预报产品相结合	(367)
§ 5	动力统计相结合的中期数值预报方法	(370)
5.1	最大概率状态及其方差预报	(370)
5.2	经验正交函数方法	(371)
5.3	历史初值方法	(374)
第十一章	中期数值天气预报	(377)
§ 1	引言	(377)
§ 2	怎样改进目前的短期天气预报	(378)
2.1	改进的着眼点	(378)
2.2	适当地提高空间分辨率	(379)
§ 3	非绝热过程和次网格尺度的物理过程	(381)
3.1	辐射加热作用	(382)
3.2	地表面热量平衡	(384)
3.3	地表面应力和感热、水汽传递	(385)
3.4	在行星边界层和自由大气中的垂直混合	(385)
3.5	次网格水平扩散作用	(385)
3.6	积云对流参数化	(386)
§ 4	大气中地面摩擦的影响	(387)
4.1	地面摩擦的表示	(388)
4.2	地面气压场的发展	(389)
§ 5	大尺度加热和大气波动	(391)
5.1	扰动分析	(391)
5.2	位势倾向的计算	(392)
§ 6	数值模式中地形作用的处理	(394)
6.1	气压坐标模式	(394)
6.2	σ 坐标模式	(394)
§ 7	中期数值天气预报模式的研究	(395)

7.1	大气环流模式的轮廓.....	(395)
7.2	数学模式的原理.....	(397)
7.3	几个大气环流模式的简介.....	(397)
7.4	模式的应用.....	(400)
7.5	大气环流谱模式.....	(401)
§ 8	中期数值天气预报个例	(403)
8.1	ECMWF 模式简介	(403)
8.2	10 天中期数值天气预报个例	(404)
§ 9	结束语	(411)
9.1	不同尺度的扰动影响.....	(411)
9.2	考虑高、中、低层的物理过程.....	(411)
9.3	宏观与微观相结合的理论.....	(411)
9.4	高、中、低纬环流的相互联系.....	(412)
9.5	中期预报与计算方法.....	(412)
9.6	实际工作中的一些难题.....	(412)
9.7	其它途径的探讨.....	(412)
	常用符号对照表.....	(419)

• • •

第一章 波谱分析在中期天气预报中的应用

大尺度运动的基本形态呈波动状,人们常常把它分解为纬向运动和叠加在其上的扰动,研究运动的特性.扰动的最简单形式是正弦波或余弦波.单一的正弦波或余弦波,自然与实际大气运动相距甚远.如果用一些不同类型的正弦波的叠加就比较接近实际.因此人们就把工程上或物理学上应用较广的波谱分析,用来研究大气的运动状态.波谱分析的内容很广泛,这里只讨论与研究中期过程有关的内容,比如纬圈谱分析、周期性分析等.由于在以后章节中时常应用到这方面的知识,同时又是中期预报中常用的分析方法,所以作为基础知识最先讨论.

§ 1 纬 圈 谱

1.1 描述波动的基本参数

大气里任意物理量,比如位势高度、温度、风等,都是经度 λ 、纬度 φ 、气压 p 和时间 t 的函数.为简单计,只研究某个等压面上某个纬圈的物理量,其扰动状态以 $q(\lambda, t)$ 表示.按傅里叶级数原理, $q(\lambda, t)$ 可以看成为许多不同频率和不同振幅的简谐波的叠加,而简谐波可用余弦或正弦表示.现在取单一简谐波讨论.则可将 $q(\lambda, t)$ 表示成

$$q(\lambda, t) = y_n \cos [n(\lambda - ct) + \theta_n], \quad (1.1)$$

或者

$$q(\lambda, t) = y_n \sin [n(\lambda - ct) + \delta_n]. \quad (1.2)$$

这里 y_n, n, c, θ_n (或 δ_n)为决定波动特性的基本参数.当这些量给定,波形态可确定.(1.1)或(1.2)式,既表示 q 沿 λ 方向的波动状态,又表示 q 随时间呈周期变化.

现以(1.1)式为例,讨论波动的基本参数. n 为沿整个纬圈的波数. y_n 为振幅,表示扰动状态离开平均状态的最大偏差. $n(\lambda - ct) + \theta_n$ 为波的位相,表示波在 λ 坐标上各时刻各点的位置.位相相同的点具有相同的扰动状态,即 q 值相等.位相相同的各点所构成的面,称为等位相面. θ_n 称为初位相,表示波在初始时刻在 $\lambda = 0$ 时的位相. c 为波速,表示等位相面沿着 λ 方向的移动速度,即表示整个波形的移动速度.

对 y_n, n, c, θ_n 这些参数还可以进行变换.在(1.1)式中,在某一固定时刻(即 t 取为常数),相邻两同位相之间的距离称为波长,以 L 表示. L 与 n 的关系为 $360^\circ/L$ (度数) $= n$.关于 y_n, n, L, θ_n 的意义可参看图1.1.

在固定位置处(即 λ 固定)振动重复一次,(即还原到原来的扰动值)所需的时间称为周期,以 T_n 表示.周期的倒数,即在单位时间内振动的次数,称为频率,以 ω_n 表示.由这两个定义,可知周期(或频率)与波数、波速之间有如下关系:

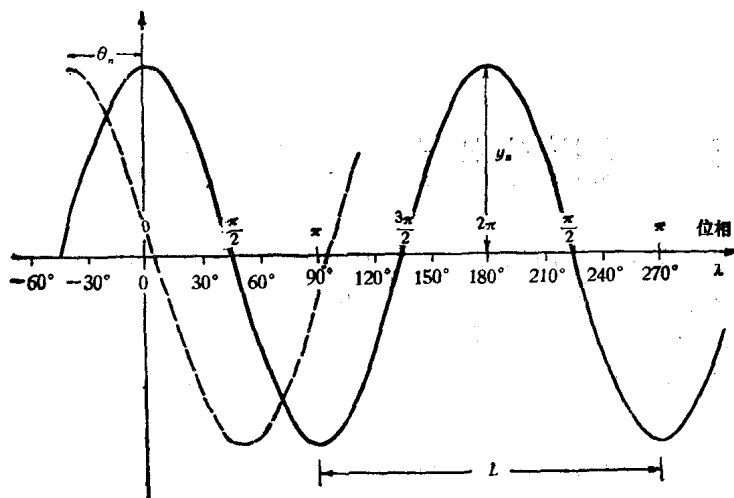


图 1.1 余弦波动基本参数示意图

$$\omega_n = \frac{1}{T_n} = \frac{nc}{2\pi} \quad (1.3)$$

由上式还可看到, $2\pi\omega_n$ 为以 2π 相角表示的单位时间内振动的次数, 称为角频率, 以 ν_n 表示。由此有

$$\nu_n = 2\pi\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \quad (1.4)$$

此时(1.1)和(1.2)式分别可以写成

$$q(\lambda, t) = y_n \cos(n\lambda - \nu_n t + \theta_n), \quad (1.5)$$

或者写成

$$q(\lambda, t) = y_n \sin(n\lambda - \nu_n t + \delta_n). \quad (1.6)$$

则 y_n , n (或 L), ν_n (或 ω_n), θ_n 称为波动参数。

在我们研究纬圈谱时, 将时间固定 $t = t_0$, 即有

$$\left. \begin{aligned} q(\lambda) &= y_n \cos(n\lambda + \theta_n), \\ q(\lambda) &= y_n \sin(n\lambda + \delta_n). \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

或者

在我们进行周期分析时, 空间位置固定, $\lambda = \lambda_0$ 时, 即有

$$\left. \begin{aligned} q(t) &= y_n \cos(-\nu_n t + \theta_n), \\ q(t) &= y_n \sin(-\nu_n t + \delta_n). \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

或者

1.2 傅里叶级数形式

实际大气中属性 q 代表许多不同参数的波动的叠加, 因此常常要将其不同波数的波动分解出来, 要这样做首先得求出各个波数波动的参数。应用傅里叶级数, 可以达到这个目的。在中期预报中应用较广的是把扰动分解为纬圈谱。所谓纬圈谱就是将属性 q 沿纬圈的分布分解出不同波数的波动。这里用余弦波表示波的形态, 其实余弦波和正弦波是一样的, 只是初位相差 90° , 下面会知道, 如果不是求初位相, 两种表示方法可以互换。

属性 $q(\lambda)$ 可以写为

$$q(\lambda) = \frac{q_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} y_n \cos(n\lambda + \theta_n), \quad (1.9)$$

这里 $\frac{q_0}{2}$ 就是 q 沿某纬圈的平衡状态, 也就是对纬圈的平均值, 和号 $\sum_{n=1}^{\infty}$ 所表示的量为扰动状态. 可以把上式按三角函数展开成

$$q(\lambda) = \frac{q_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} y_n \cos \theta_n \cos n\lambda - \sum_{n=1}^{\infty} y_n \sin \theta_n \sin n\lambda,$$

如令

$$\begin{aligned} a_n &= y_n \cos \theta_n, \\ b_n &= -y_n \sin \theta_n, \end{aligned} \quad (1.10)$$

则上式可以写为

$$q(\lambda) = \frac{q_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\lambda + b_n \sin n\lambda), \quad (1.11)$$

这就是傅里叶级数, q_0 , a_n , b_n 称为傅里叶系数. $a_n \cos n\lambda + b_n \sin n\lambda$ 称为 n 阶谐波, 简称 n 波. $q_0/2$ 有时称为 $q(\lambda)$ 的零波. $n=1$ 波动在半球图上, 常表现为偏心圆, 或为一

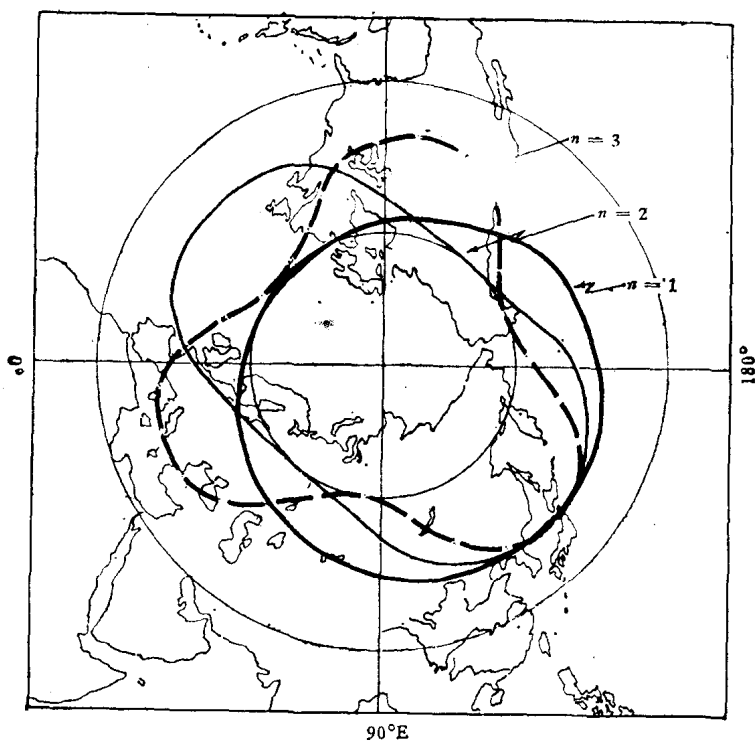


图 1.2 $n=1, 2, 3$ 高度波的平面分布的示意图

振幅都取为 24 什米, 起始槽线都取在 140°E

个高中心与一个低中心。 $n = 2$ 波表现为两高两低，或两槽两脊，其余类推。图 1.2 作为示例，说明 $n = 1, 2, 3$ 波的平面分布。为了清晰起见，图中已加上零波的高度值。

由(1.10)式可知， n 波的振幅为

$$y_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad (1.12)$$

初位相为

$$\theta_n = -\tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}. \quad (1.13)$$

注意，这个初位相是度数，如要化为经度，需除以 n 。

上面曾提到，波动既可用余弦函数表示，又可用正弦函数表示，由于 a_n, b_n 系数定义一样，只在求初位相时才有不同。现在把常见的几种波动表达式的求初位相公式，列在表 1.1 上，以供参考。

表 1.1

波的表达式	$\cos(n\lambda + \theta_n)$	$\cos(n\lambda - \theta_n)$	$\sin(n\lambda + \delta_n)$	$\sin(n\lambda - \delta_n)$
θ_n (或者 δ_n)	$-\tan^{-1}(b_n/a_n)$	$\tan^{-1}(b_n/a_n)$	$\tan^{-1}(a_n/b_n)$	$-\tan^{-1}(a_n/b_n)$

把属性 $q(\lambda)$ 展成傅里叶级数，其形状由傅里叶系数决定。不同的 $q(\lambda)$ 分布，有不同的系数，现在求这些系数。利用三角函数的正交性，可有

$$\int_0^{2\pi} \sin m\lambda d\lambda = \int_0^{2\pi} \cos m\lambda d\lambda = 0, \quad (1)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin m\lambda \sin n\lambda d\lambda = \begin{cases} 0 & \text{当 } m \neq n \text{ 时,} \\ \pi & \text{当 } m = n \text{ 时,} \end{cases} \quad (2)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos m\lambda \cos n\lambda d\lambda = \begin{cases} 0 & \text{当 } m \neq n \text{ 时} \\ \pi & \text{当 } m = n \text{ 时} \end{cases} \quad (3)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos m\lambda \sin n\lambda d\lambda = 0, \quad (4)$$

$$\int_0^{2\pi} 1^2 d\lambda = 2\pi. \quad (5)$$

把(1.11)式两边对 λ 自 0 积分到 2π ，再根据(1)式，会有

$$\int_0^{2\pi} q(\lambda) d\lambda = \int_0^{2\pi} \frac{q_0}{2} d\lambda,$$

所以

$$q_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} q(\lambda) d\lambda. \quad (1.14)$$

把(1.11)式两边乘上 $\cos m\lambda$ ，然后对 λ 由 0 积分到 2π ，并根据(1)，(3)，(4)关系式，会有

$$\int_0^{2\pi} q(\lambda) \cos n\lambda d\lambda = \pi a_n,$$

所以

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} q(\lambda) \cos n\lambda d\lambda. \quad (1.15)$$

把(1.11)式两边乘上 $\sin m\lambda$, 然后对 λ 由 0 积分到 2π , 并利用(1),(2),(4)关系式, 得到

$$\int_0^{2\pi} q(\lambda) \sin n\lambda d\lambda = \pi b_n,$$

所以

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} q(\lambda) \sin n\lambda d\lambda. \quad (1.16)$$

因此, 根据(1.14), (1.15), (1.16)三式可以求出系数 q_0, a_n, b_n . 在实际计算中, 用求和代替求积分. 沿纬圈均匀地取 36 个点或 72 个点, 分别编上序号. 以取 36 个点为例, 序号 $i = 1, 2, \dots, 36$, 两点间的经距 $\Delta\lambda = 10$, 则(1.14)–(1.16)式变为

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{36} q_i, \\ a_n &= \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{36} q_i \cos(10in), \\ b_n &= \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{36} q_i \sin(10in). \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

应用上述计算式, 求出 q_n, a_n, b_n 后, 就可由(1.12)式和(1.13)式求出振幅与初位相. 有了初位相, 可以决定波动的槽脊位置, 通常只要决定波脊的位置, 其计算公式如下:

$$\lambda_{n\theta} = \frac{-\theta_n}{n} \quad (1.18)$$

有了振幅和初位相, 还有波数 n , 可以决定 n 波的形态.

1.3 谐波综合

前面谈到, 属性 q 是具有波动形态的扰动场, 可按傅里叶级数分解成无数个分波并由其组合来表示. 气象上的属性场, 在一般情况下, $n < 20$ 个谐波之和, 甚至 $n < 10$ 个谐波之和, 就接近实际扰动场. 因此我们只要研究哪些分波占优势, 哪些分波组合接近于实际场就行, 为此, 可采用一种简单的均方差判别法.

1.3.1 均方差判别法

令 $q'(\lambda)$ 为 $q(\lambda)$ 的扰动量, 写成傅里叶级数为

$$\begin{aligned} q'(\lambda) &= \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\lambda + b_n \sin n\lambda) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} q_n(\lambda), \end{aligned} \quad (1.19)$$

这里

$$q_n(\lambda) = a_n \cos n\lambda + b_n \sin n\lambda. \quad (1.20)$$

现在就是要决定由 n 个分波所描述的 $q_n(\lambda)$ 场占原来的 $q'(\lambda)$ 的百分数.

在统计学上, 我们知道, 均方差是表示某个量其一组数据的距平情况. 均方差的平方

为方差,以 S 表示,则 $q(\lambda)$ 的方差按统计学应为

$$S = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (q(i\Delta\lambda) - \bar{q})^2, \quad (1.21)$$

这里 $\bar{q}$ 为 $q(\lambda)$ 的沿纬圈平均值,即(1.9)式的 $q_0/2$ 。类似地,再设 S_n 为 n 波对纬圈平均值的方差,由(1.20)式可有

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (q_n(i\Delta\lambda))^2 \\ &= \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (a_n \cos ni\Delta\lambda + b_n \sin ni\Delta\lambda)^2. \end{aligned}$$

把上式的右边平方展开,考虑到 $l = \frac{2\pi}{\Delta\lambda(\text{弧度})}$ 关系,把和号再化为积分号,即有

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_n^2 \cos^2 n\lambda d\lambda \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} b_n^2 \sin^2 n\lambda d\lambda \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} 2a_n b_n \cos n\lambda \sin n\lambda d\lambda. \end{aligned}$$

由于 a_n, b_n 只同 n 有关,而与 λ 无关,再根据三角函数的正交性(2),(3),(4),会有

$$S_n = \frac{1}{2\pi} (a_n^2 \pi + b_n^2 \pi) = \frac{1}{2} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{2} y_n^2. \quad (1.22)$$

也就是说, n 波的方差为其振幅平方的一半。

今有 1 到 m 波所组合成的 q 场,则其方差应为

$$\sum_{n=1}^m S_n = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^m y_n^2.$$

现在要回答,哪几个波所组成的 q_n 场为原先的 q' 场的最佳估计值,可引进一个比例数 R 。其定义为所捏合成的 q 场的方差占原 q' 场方差的百分比,即

$$R = \frac{\sum_{n=1}^m S_n}{S} \times 100 = \frac{\sum_{n=1}^m y_n^2}{2S} \times 100. \quad (1.23)$$

同理, R_n 为 n 波的方差占原方差的百分比,即

$$R_n = \frac{y_n^2}{2S} \times 100. \quad (1.24)$$

应用(1.23)和(1.24)两式,可以决定哪些波占优势,哪些波组合比较接近实际场。

1.3.2 波的合成

当各个分波的傅里叶系数,即 $\frac{q_0}{2}, a_n, b_n$ 求出后,考虑到(1.23)和(1.24)两式,就可根据(1.9)式或(1.11)式进行波的合成。有时人们愿意选择某一个纬圈或者几个纬圈进行波的合成,至于选择哪一个或哪几个纬圈,视讨论问题的需要而定。近年来,对于 500 毫巴高度场常采用一种波谱合成图。这是中期预报中一种参考工具,波谱合成图的制作,是沿