

51.2052 -
LYP
51

初中數學教學法

薩·耶·利亞平主編

人民教育出版社

初中數學教學法

薩·耶·利亞平主編

葉述武 葉佩華 曾如阜譯

人民教育出版社

本書是依据俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国教育部教育出版社出版的薩·耶·利亞平主編的‘初中數學教學法’1952年版譯出的。原書經苏联教育部審定為師範專科學校參考書。

本書是以優秀教師的工作經驗為基礎，通過具體的材料來論述數學教學中的問題。書中論述的全部材料，基本上是和我國現行中學數學教學大綱（修訂草案）相符合的。

本書共分四個部分：第一部分論述數學的一般教學法；第二部分論述算術教學法；第三部分論述代數教學法；第四部分論述幾何教學法。

本書可供我國初中數學教師以及師範專科學校數學科師生參考。

*

ПОД ОБЩЕЙ РЕДАКЦИЕЙ

С. Е. ЛЯПИНА

МЕТОДИКА

ПРЕПОДАВАНИЯ

МАТЕМАТИКИ

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЬСКИХ ИНСТИТУТОВ

МОСКВА * 1952

本書根據俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国教育部教育出版社

一九五二年莫斯科俄文版譯出

*

初中數學教學法

〔苏联〕薩·耶·利亞平主編

葉達武 葉佩華 曾如阜譯

北京市審判出版社審定許可証出字第2號

人民教育出版社出版

北京景山東街

新華書店發行 北京市印刷一廠印刷

書號：基 0254 字數：401千

開本：850×1168 1/32 印張：18 $\frac{1}{8}$

1955年8月第一版

1955年12月第一次印刷

1-13,000冊

定價(5)一元六角九分

目 錄

前言.....	8
引言.....	9

第一部分 數學的一般教學法

第一章 作為教學科目的數學	13
§ 1. 蘇維埃學校的任務與數學教學的目的	13
§ 2. 作為科學及教學科目的數學	16
§ 3. 數學及與其相近的科目，它們之間的聯繫	38
§ 4. 教學計劃及大綱	40
第二章 數學教學的方式方法	44
§ 5. 蘇維埃教學法在數學教學方面的一般原則	44
§ 6. 學校數學教學法中的歸納法與演繹法	46
§ 7. 分析與綜合	49
§ 8. 談話，學生的獨立工作與講演	50
§ 9. 數學教學中的輔助工具	54
§ 10. 教科書工作	57
第三章 數學的教學組織	59
§ 11. 數學課的構成，家庭作業	59
§ 12. 為學生的知識質量而鬥爭	65
§ 13. 數學語言的培養	72
§ 14. 數學課中的教育性工作	78
§ 15. 數學課中的口頭練習	86
§ 16. 學生的練習簿與練習簿的寫法	89

§ 17. 学過材料的複習	90
§ 18. 學生知識的檢查	92
§ 19. 學生知識的評價	105
§ 20. 預防不及格的办法	108
§ 21. 教師的計劃与課業準備	109
§ 22. 考試	117
§ 23. 課外工作	118
§ 24. 數學教研室	129

第二部分 算術教學法

第一章 作為教學科目的算術	133
§ 1. 算術教學的目的	133
§ 2. 算術的科學教程与學校教程	133
§ 3. 初等學校的算術教程	134
§ 4. 算術的系統教程	135
§ 5. 構成算術教程的一般教學原則	137
第二章 自然數	138
§ 6. 口頭及文字的記數法	138
§ 7. 算術運算的系統	142
§ 8. 算術運算的定律	146
§ 9. 數的整除性	154
第三章 普通分數	165
§ 10. 分數概念的引入, 分數的變換	166
§ 11. 對於分數的運算	173
§ 12. 整數乘分數	176

§ 13. 用整數除分數	178
§ 14. 用分數乘	181
§ 15. 用分數除	192
第四章 十進分數, 百分法, 近似計算	193
§ 13. 一般問題	196
§ 17. 十進分數的寫法及讀法	198
§ 18. 十進分數的變換	200
§ 19. 十進分數的運算	201
§ 20. 化普通分數為十進分數	206
§ 21. 學校教程內的百分數	209
§ 22. 近似計算	218
第五章 比及比例, 比例的量	223
§ 23. 比	223
§ 24. 比例	228
§ 25. 量的正比例性及反比例性	234
§ 26. 關於比例量的題目	242
§ 27. 按正比例及反比例配分所給的數的題目	248
第六章 算術題目	252
§ 28. 算術的口頭練習	252
§ 29. 關於算術題的解	259

第三部分 代數教學法

第一章 作為教學科目的代數	285
§ 1. 代數發生史	285
§ 2. 代數教學的任務	288

第二章 恆等變換	289
§ 3. 字母符号的引入	289
§ 4. 字母式的數值	294
§ 5. 正負數	297
§ 6. 恆等變換及它們的學習方法	309
§ 7. 分解多項式為因式	324
§ 8. 代數分式	328

第三章 方程及函數	333
§ 9. 在不完全中學內關於方程的準備及知識	333
§ 10. 方程的系統學習	343
§ 11. 函數的預備知識	350
§ 12. 函數的依存性及它的表示法	354
§ 13. 一次方程組	361
§ 14. 關於組織方程的題目的解	370
§ 15. 不等式	378
§ 16. 數的平方根的求法及二次方程的解	383
§ 17. 代數裏面的證明題	385
§ 18. 代數的口頭練習	388

第四部分 幾何教學法

第一章 作為教學科目的幾何	392
§ 1. 幾何教學的目的	392
§ 2. 科學的及學校的幾何教程	392
§ 3. 預備知識的幾何教程	397

§ 4. 七年制學校內系統幾何教程的內容及幾何教程的構造系統	415
第二章 七年制學校幾何系統教程教學法的基本問題	419
§ 5. 一般的考慮	419
§ 6. 新幾何概念的引入；定義的構造	421
§ 7. 定理的學習	431
§ 8. 關於公理的概念	460
§ 9. 直觀教具	461
§ 10. 在學校裏的測量工作	465
第三章 七年制學校幾何教程的基本項目	473
§ 11. 幾何系統教程的第一個項目	473
§ 12. 三角形	488
§ 13. 平行線	506
§ 14. 四角形	509
§ 15. 圓	515
§ 16. 點的幾何的軌跡	518
§ 17. 對稱性	523
第四章 幾何教程的題目	528
§ 18. 一般的考慮	528
§ 19. 計算題	530
§ 20. 證明題	539
§ 21. 作圖題	544
§ 22. 口頭題目及練習	568

前 言

這本書是七年制中學數學的教學法教科書，是師範專科學校物理數學科的学生們所用的。

作者們認為教學法教科書不應該是數學教學中每一個問題的方法彙編，但仍然認為必須用具體的材料來陳述大綱中的極大多數的問題。從這個原則出發，這本教科書就這樣地來構成，使得在每一個部門裏面讀者們都會熟識基本觀念，熟識每一個項目的特殊性及其在總的教學計劃內的意義。

書中全部材料的陳述是符合於現行學校大綱的，是符合於學校教科書及師範專科學校的教學法教學大綱的。

這裏，作為各個問題的陳述的基礎的是最優良的教師的工作經驗。

作者們認識到，這本教科書是不免有缺點的，但仍然一樣希望它可以幫助學生們及青年教師們去解決數學教學上的原則問題並從而使得他們的工作變得更容易。

作者們以深摯的感謝來接受讀者們的指示並將在下一版本中加以考慮。

數學的一般教學法是克列爾舒坦所寫的；算術教學法是格斯且娃所寫的；代數教學法是克列爾舒坦所寫的；而幾何教學法則是席特洛夫斯卡婭所寫的；利亞平寫了關於數學課的教育工作，關於為知識質量的鬥爭，關於數學教研室及正負數等各段的部分。此外，參加本書的組織工作的還有：給曼諾維奇（數學的課外工作），亞布哥娃及舒促京娜（關於作圖及四邊形的題目）。

列寧格勒城教師進修學院的工作者們的建議有過重大的幫助。

作者們對伯拉基斯教授及夸斯尼可娃教師致以深摯的感謝，他們詳細地讀過手稿並提供了極其珍貴的修正及補充。

引 言

蘇維埃教育學，在關於青年的共產主義教育的馬列主義的一般理論指導下，創造出一系列的兒童的教學原則。這些原則關係到教學材料的選擇，它的陳述，教學方法，組織作業等等。

教授數學時必須奉行這些教育學的基本命題，所以數學教學法應該解決下列三個基本題目。

1) 作為蘇維埃中學的教學科目的數學內容是由什麼東西組成的，以及學習數學的目的在整個以及每一個科目的部門來說是怎樣的。

2) 在學校中學數學的教學材料時要依怎樣的序列來安排它們。

3) 對於最全面最深奧的數學材料的教學要使用怎樣的方

式和方法。

依據蘇維埃學校的經驗，數學的教學法確定：初等數學最能服務於學生們一般的及數學的發展，幫助他們更深刻地發展唯物論的世界觀，服務於學生們的實踐性活動的準備。數學的教學法指出，怎樣的方法及教學組織形式來保證學生們有最牢固的系統化的及自覺的並在大綱中規定了的知識與熟練技巧。學校教程中哪些部分對學生們來說是最困難的以及怎樣使得學生們容易掌握這些部分，數學教學法負責將練習及題目加以系統化，按照它們的難度及重要性加以分類。數學教學法確定了檢查性問題及題目的性質，務使它們有最大的客觀性及真實性去檢查學生們的知識與熟練技巧。數學教學法研究，數學科學發展史中哪些材料可以幫助學生們了解科目的目的，數學教學法研究並概括有最好教學效果的數學教師的經驗。數學教學法要

从數學的發展史中选取那种材料,既可为学生們所能接受的材料又要向他們說明俄罗斯數学家在科学發展中所佔的地位。

数学教学法的問題从来都受到俄罗斯学者即數学家及教育家的關心。

古里耶夫(1837—1902年),拉弟舍夫(1850—1911年),哥尔見貝格(1837—1902年),蕭哈—特洛茨基(1853—1923年)都为組織教学法的指導書及習題集而工作。作为他們的原則性的命題的是:教学的自覺性,学生們的独立工作,教学材料的现实性,与某些侵入俄罗斯学校的外國教育家的反動見解作鬥爭。

院士古里耶夫(1764—1813年),奥斯特洛哥尔斯基(1840年生),拉弟舍夫製定了幾何的進步教学法的基礎,保衛着幾何学上的唯物觀點。例如,奥斯特洛哥尔斯基就寫过:‘概念是跟着觀察而來的,它是以现实的存在的世界作为基礎的。’

斯特蘭諾留布斯基(1893年死),舍列面捷夫斯基(1919年死),列別京且夫(1872—1925年)都曾經从事於代數教学法問題的研究。

車貝舍夫,奔尼亞可夫斯基,奥斯特洛格勒斯基的議論及工作對於数学教学法的建立有过很大的影响,奥氏寫过初等幾何的教科書,三角学綱要及關於中学数学教学的一些文章。

在前一世紀之末出版了廣泛知名的吉西略夫的教科書(算術教科書在1884年出版,代數教科書在1888年出版,幾何教科書在1892年出版),沙頗舒尼可夫及華尔左夫的習題集,雷布金的三角学。

数学教学的問題經常地在特別期刊上的篇幅裏受到接觸,其中最享盛名的有:‘物理及初等數學的經驗通報’(1917年以前出版的),‘數學教育’(从1912到1930年斷續地出版)及其他。

參加這些期刊的有下列最主要的數學家：穆洛且也夫斯基，齊士家可夫，舒且尔边娜，華里西里耶夫等教授。至今健存的，有：卡剛，博哥莫洛夫等人。上面說過的期刊上的許多文章，直到今天還是有價值的。

全俄數學教師第一屆（1912年在彼得堡舉行），第二屆（1915年在莫斯科舉行）會議對於中學的數學教學都有過顯著的影響。

偉大的十月社會主義革命為在最先進觀念的氣氛中研究數學教學問題開闢了廣泛的可能性，而這裏面的許多先進觀念是屬於我們祖國數學家的代表者的。這些問題中的最本質的是以下這些問題：關於學生函數思維的發展以及與此相連的函數知識的廣泛進入大綱之內，理論與實踐的聯繫問題，數的概念的發展，數學材料的馬克思主義的闡明。

在蘇維埃時代曾經從事於及現在從事於數學教學法的問題的研究的，有下列的教授及講師們：卡文教授（1935年死），伊士伏爾斯基教授（1938年死），伯拉基斯教授（首先寫出完全的數學教學法教程的），安得洛諾夫教授，岡盤尼茨教授，巴魯所夫講師，諾瓦雪洛夫講師等。

對數學教學法問題給予很大的注意的有：欣金，捷弗特弗魯欣，亞歷山大洛夫，柯莫哥洛夫，馬庫舍維茨，岡察洛夫，別列別爾京教授等。

數學教學法問題的工作吸引了很大部分的教師，他們刊行他們的著作並把他們的經驗在‘中學數學’及其他不同的教學法文集上面互相交流。這樣，蘇維埃數學教學法就以蘇維埃數學家，數學教學法家及大量教師們的工作來豐富了自己。

第一部分的
科學——教育的編纂
是由卡桑斯基負責的

第一部分

数学的一般教学法

第一章 作为教学科目的数学

§ 1. 苏维埃学校的任务与数学教学的目的

苏维埃政权以一种苏维埃学校代替革命前的所有类型的普通教育学校。摆在苏维埃学校前面的任务是：培养全面发展的共产主义社会成员，以及为专科与高等学校训练具有科学基础的完全合乎规格的青年。

联共(布)党中央执行委员会在1931年9月5日的‘初等与中等学校’及1932年8月25日‘初等学校与中等学校的教学大纲与制度’的历史性的决定中，业已确定了学校中对于每个教学科目的设置的基本要求。根据这些决定，重新拟订了许多计划，起草了许多教学大纲，从而确定了每个学生所必需获得的知识的內容与范围；修正与重新编辑了学生可以学习的教科书。

共产党中央执行委员会与苏维埃政府经常关怀着儿童在学校中的教育与教学的佈置，并且经常指导着它的发展的道路。

提到苏维埃学校的任务时，莫洛托夫同志在联共(布)党的第十八次代表大会的演词中，注意到学校中青年的教育和教学

的必要性，好讓他們畢業之後，即能從事實際活動。莫洛托夫同志說過：‘大量的青年男女，當他們在中等學校畢業而參加各種實際工作時，碰着了這樣一個問題，即：在中學畢業之前要使他們對於未來的實際工作，獲得一定的準備。’^①

若將‘對於未來的實際工作的準備’的說法局限於某些專門技能的獲致，那就不正確了。我國普通教育的特質在於：學校畢業生首先應該能夠參加共產主義社會建設的行列，明確地了解共產黨的黨綱與斯大林憲法所規定的蘇維埃國家的政治與經濟的任務。每個中學畢業生，應該掌握教學大綱所規定的普通教育知識內容，善於將所得的知識運用到生活中去，養成獨立研究書本的習慣，能夠帶着責任感不屈不撓地，頑強地，有意識地為自己的工作質量而奮鬥。

從上面所指出的確定學校任務的文件中可以推出，數學科目的目標是：普通教養性的，實踐性的與教育性的。

普通教養性的目標 教給學生以一定範圍的知識，使他了解實際世界中最簡單現象的數量關係，並通曉它的空間的形式。這些知識必須與正確的馬克思主義的世界觀的發展相結合，必須發展空間想像力與邏輯思維的能力。

這些知識應該給學生一種非常清楚的，關於作為科學的數學的概念，並且將學生武裝起來，使他能從事高級部門的數學科學的研究。在教學過程中，學生們應該學會對於得來的知識的加工，善於檢查所得知識的可靠性，即，掌握科學的證明與檢查的方法，同時，學生們應該獲得一種習慣，去安排與進行某些不太複雜的研究。

數學的研究應該協助作出通順的俄羅斯語言，正確而簡要地表達思想。在數學材料的敘述中不容許有冗長的話，特別重

要的是要把每一个字安排在它的恰当的位置上。

教育性的目标 数学方面的工作大体說來,較之其他科目更应养成学生們不屈不撓地,頑強地、準確地和小心地完成工作的習慣,养成檢查所作出的結論与判断的正確性的習慣;而且还应培养判断中的謹慎性,特別是根据观察、經驗及臆測所說出的判断。在其他科目方面,大体上不像数学科目这样的嚴格,必須檢驗自己的推論和自己的工作;也沒有一个科目如同数学方面的明顯地和容易地有極小錯誤,不精確,甚至某种程度的粗枝大葉;学生在其他科目中,大体上也不像数学一样的有可能去親自發現自己的錯誤和校正它。

数学利用許多假定的符号來表述具体的關係,以及數与运算的簡略記号。这种符号性的語言,隨着学生們在学校升班的關係而日益擴大和丰富起來。

教導学生將所表達的思想,从符号翻譯成比較長的祖國語言,以及反過來將祖國的語言翻譯成为符号——这是有着头等重要性的任务,而且它不是可以不从擺在教師面前的一般任务分离出來所能簡單地加以解决的。

在最初日子裏的数学課業中,学生可能作出独立的結論,開始的時候这种結論还不过是观察的結果,遲一點,他的結論則是根据邏輯的証明而得的。自然,引起学生對於独立結論的兴趣,从独立工作來發展他們的求知慾与滿意情緒,乃是数学教学的任务,也是領導这种教学的教師的任务。

在各种知識中本來都要求小心謹慎,可是在数学中,最小的不謹慎都經常成为錯誤的源泉;因此,数学这一科目的本身可以

① 联共(布)党第十八次代表大会,速記報告第 309 頁,國家出版局,1939。

培养学生的謹慎与意志的集中。

数学教学的实践性目标 就是要使学生善於將理論与实践結合起來，也就是应用所獲得的知識去解決实践性的問題，解決那些專为發展与鞏固运算習慣而設的帶有各种數字与數學式的問題。学生應該有一种習慣，即运用自己的知識去解決數學問題，以及日常生活实践中所發生的問題。为这，学生應該学会將所观察到的現象及生活实际的數學方面分析出來，並將它們分別歸納於对应的概念，數學的關係及法則的範圍上去。学生們應該学会利用數學儀器、圖表及手冊等。

§ 2. 作为科学及教学科目的數學

学校中對於數學是非常注意的，在學習數學的七年中，与‘俄語’科目相同，分配了最多的時數。

關於數學知識的意义，加里寧 1941 年 4 月 17 日在莫斯科的列寧區学校对学生的演說中，曾經很好地、簡單地加以確定，加里寧这样說过：‘第一，因为數學可以使人們的思想紀律化，能教会人們合理地去思維着。……，第二，……实际运用數學的範圍是很廣闊的。將來不管你們研究哪一門科学，不管你們進哪一個大学，不管你們在哪一個部門裏工作，如果你們想在那裏作出某種成績，那麼，到处都必須要有數學知識……。’^①

我們現在要說明：數學是怎樣的作为科学及教学科目的。

關於數學怎样作为科学這一問題的一般答案，我們可以在恩格斯那裏找到：‘純粹數學的对象是现实世界的空間的形式及數量關係。所以是非常现实的資料。这些資料，表現於非常抽象的形式。这一事实，只能在表面上掩盖它的來源。’^②

因此，數學如同其他科学一样，它的对象是客觀现实性，实