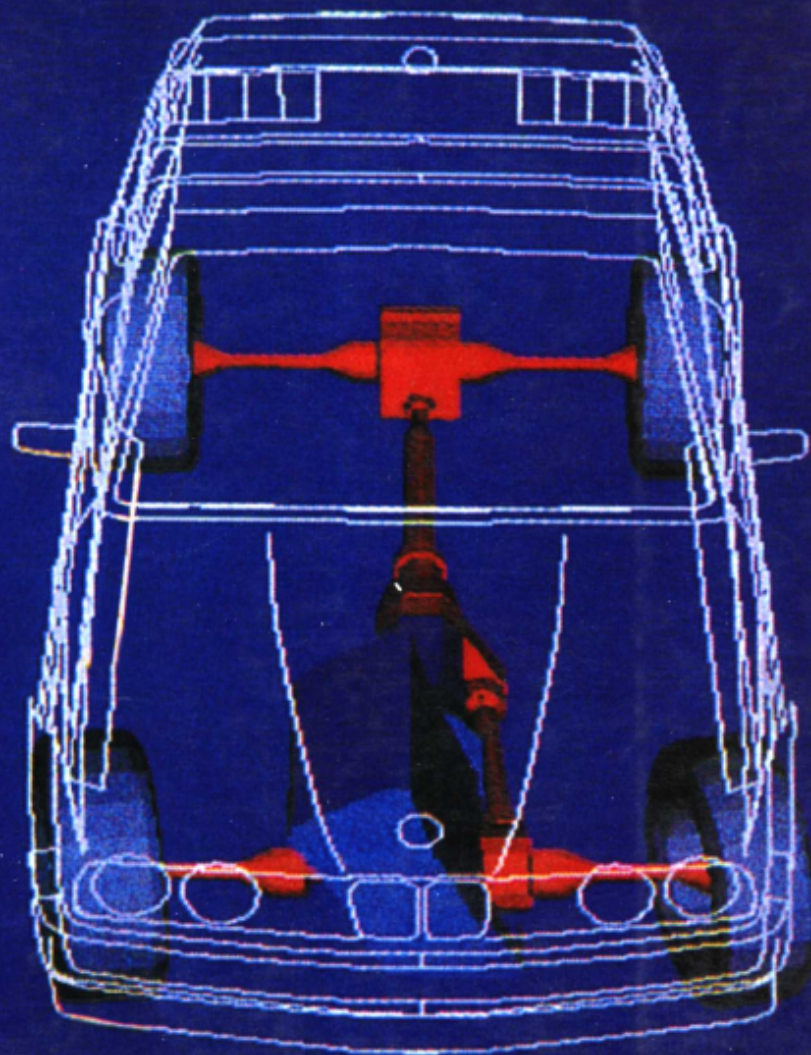




● 刘海江 于信汇 沈 斌 编著

汽车齿轮

● 同济大学出版社





ISBN 7-5608-1839-0



9 787560 818399 >

ISBN7-5608-1839-0/T.11

定 价: 32.00元

汽车齿轮

刘海江 于信汇 沈 斌 编著

同济大学出版社

内容提要

本书共分为七章,用严密而简明易懂的数学解析方法讲述了齿轮共轭啮合理论、齿轮副啮合特性以及广泛应用于汽车变速器、同步器、分动器、驱动桥中的直齿圆柱齿轮、斜齿圆柱齿轮、锥齿轮、准双曲面齿轮的结构设计、强度设计及齿坯设计、加工调整的计算原理和方法,并讲述了有关齿轮类型、失效形式、材料选择、润滑、齿轮变位、齿形修整和齿轮齿面接触传动质量的预报计算分析及汽车变速器、驱动桥设计等方面的内容。

本书可供在汽车行业中从事齿轮研究、设计、制造的技术人员以及高等学校汽车专业的教师、研究生作参考。

责任编辑 陆菊英

封面设计 李志云

汽车齿轮

刘海江 于信汇 沈 斌 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:16.25 字数:410 千字

1997 年 5 月第 1 版 1997 年 5 月第 1 次印刷

印数:1—1000 定价:32.00 元

ISBN7-5608-1839-0/T·11

前 言

汽车自诞生以来,给整个世界和人类生活带来了巨大和深刻的变化。1885年德国工程师卡尔·奔驰制成了世界上第一辆以汽油机作为动力的汽车。这辆汽车的发动机功率为0.8马力,排量为785毫升,行驶速度为时速15公里。该车于1886年1月29日获得专利,所以这一天被认为是世界第一辆汽车的诞生日。同一年德国的另一位工程师戴姆勒也独立制成了一辆装有1.1匹马力汽油机的汽车。奔驰和戴姆勒被人们公认为是现代汽车的发明者。在汽车发明后不久,法国的汽车工业有了飞速的发展,他们发明并研制了齿轮式变速器、差速器、摩擦片式离合器、后轿半独立悬架等机构,这些技术至今仍被广泛地使用。

汽车工业史上的第一次变革发生在本世纪初。美国福特汽车公司采用流水生产线生产汽车,极大地提高了汽车工业的生产效率,降低了生产成本,使汽车有可能进入实用阶段。第二次变革发生在本世纪五六十年代,德国的戴姆勒奔驰汽车公司建立了现代化的汽车生产线,汽车生产实现了大规模的自动化生产。日本的汽车工业在60年代有了飞速的发展,他们生产的汽车美观实用、价格适宜,使汽车进入家庭。汽车工业作为国家的支柱产业之一,为国民经济的快速发展作出了重要贡献,它的发展水平已成为了一个国家物质文明水平的标志之一。汽车也日益与人们的日常生活相交融,成为人们生活中的得力帮手。

我国汽车工业的建立是以1956年长春第一汽车制造厂的建成投产为标志的。此后我国在北京、上海、天津、南京、济南和湖北十堰等地分别建成了几个大型的汽车生产基地,汽车工业逐步成为我国的主要支柱产业之一。

汽车工业是技术密集型的产业,汽车结构复杂、种类繁多、集多种技术于一身。在汽车的发动机、传动系、行驶系、转向系、制动系、车系等六大系统中,无不包含各相关学科的最新研究成果。在这六大系统中涉及最多的零件之一就是齿轮。因此汽车齿轮的设计、制造质量和水平直接影响汽车的生产和使用,汽车齿轮的选材、润滑、齿形修整、接触面传动质量的预报分析研究又对提高汽车生产质量起着十分重要的作用。本书用严密而简明易懂的数学解析方法讲述了共轭啮合理论、齿轮副啮合特性以及广泛应用于汽车的变速器、同步器、分动器、转向器、驱动桥中的直齿圆柱齿轮、斜齿圆柱齿轮、锥齿轮、准双曲面齿轮的结构设计、强度设计及齿坯设计、加工调整的计算原位和方法,本书还讲述了有关齿轮类型、失效形式、材料选择、润滑、齿轮变位、齿形修整和鼓形修整以及齿轮齿面接触传动质量的预报计算分析等方面的内容。

本书的三位著者分别从事机械学、机械制造工艺、汽车技术和机械加工测试技术的研究,对齿轮这一经典而又复杂的机械零件有一定的研究,三位著者紧密合作,各扬其长,共同撰写了这本书。在撰写过程中,吕水娥实验师也给予了很多支持和帮助。我们希望本书能为在汽车行业从事齿轮研究、设计、制造的科技人员、教师、学生提供一些有参考价值的资料。

目 录

第一章 汽车与齿轮	(1)
§ 1.1 汽车概述	(1)
§ 1.2 齿轮传动技术概述	(4)
§ 1.3 汽车中齿轮应用	(5)
第二章 齿轮共轭啮合理论及啮合特性	(8)
§ 2.1 数学工具	(8)
§ 2.2 共轭啮合理论	(17)
§ 2.3 齿轮副啮合特性	(48)
第三章 汽车齿轮的设计	(59)
§ 3.1 概述	(59)
§ 3.2 渐开线标准	(60)
§ 3.3 标准直齿圆柱齿轮几何尺寸计算	(61)
§ 3.4 标准斜齿圆柱齿轮几何尺寸计算	(65)
§ 3.5 齿轮强度计算	(68)
§ 3.6 变位齿轮和变位系数	(70)
§ 3.7 驱动桥圆锥齿轮及双曲面齿轮的设计计算	(75)
§ 3.8 主减速器齿轮的支承设计	(86)
§ 3.9 主减速器齿轮的安装调整	(88)
第四章 汽车齿轮工艺设计及加工调整计算原理	(90)
§ 4.1 概述	(90)
§ 4.2 齿轮工艺方法及加工	(92)
§ 4.3 汽车齿轮工艺设计及加工	(102)
§ 4.4 圆锥齿轮及准双曲面齿轮传动加工工艺	(106)
§ 4.5 弧齿锥齿轮及准双曲面齿轮齿坯几何参数计算	(111)
§ 4.6 大轮加工调整计算	(137)
§ 4.7 小轮加工调整计算	(144)
第五章 锥齿轮及准双曲面齿轮齿面接触传动质量的预报计算分析	(160)
§ 5.1 接触区和运运曲线	(160)
§ 5.2 右旋构件加工啮合中的共轭接触点	(165)
§ 5.3 左旋构件加工啮合中的共轭接触点	(173)
§ 5.4 齿轮副的共轭接触计算条件	(178)

§ 5.5	$V-H$ 调整的计算分析	(183)
§ 5.6	瞬时接触椭圆和接触区	(186)
第六章 汽车齿轮变速器		(196)
§ 6.1	概述	(196)
§ 6.2	齿轮传动的变速原理	(197)
§ 6.3	汽车齿轮变速器的基本构造	(198)
§ 6.4	汽车齿轮变速器的传动比	(202)
§ 6.5	汽车齿轮变速器的变速传动机构	(203)
第七章 驱动桥		(222)
§ 7.1	概述	(222)
§ 7.2	主减速器	(223)
§ 7.3	差速器	(241)

第一章 汽车与齿轮

§ 1.1 汽车概述

一、国内外汽车工业发展概况

汽车是重要的运输工具,是科学技术发展水平的标志,汽车工业是资金密集、技术密集、人才密集、综合性强、经济效益高的产业。世界各个工业发达国家几乎无一例外地把汽车工业做为国民经济的支柱产业。汽车的研制、生产、销售、营运,与国民经济许多部门都息息相关,对社会经济建设和科学技术发展起重要推动作用。

汽车也是社会物质生活发展水平的标志。汽车的原有量随着国民人均收入水平的提高而增加。在许多发达国家中,汽车的数量很多并已普及到千家万户,促使人的社会生活方式发生显著的变化。

世界上第一辆装有功率为 625W 汽油机、最高车速为 15km/h 的三轮汽车是由德国工程师卡尔·奔驰于 1885 年在曼海姆城研制成功、1886 年 1 月 29 日立案专利的(如图 1-1 示)。迄今为止的 100 余年期间,汽车工业从无到有,迅猛发展,产量大幅度增加,技术日新月异。目前,全世界汽车的采用量已超过 5 亿辆。主要汽车生产国家是:日本、美国、德国、法国、前苏联、加拿大、英国等国。全世界汽车年产量近 5000 万辆,其中,日、美两国的产量约占 50%,欧洲各国总计占 30%。自本世纪初至 70 年代的数十年期间,美国汽车工业一直遥遥领先。日本则是后起之秀,从 1950 年产量仅 3 万辆迅速跃至 1970 年的 529 万辆,继而在 1980 年达到 1104 万辆,开始超过美国而居世界第一位。

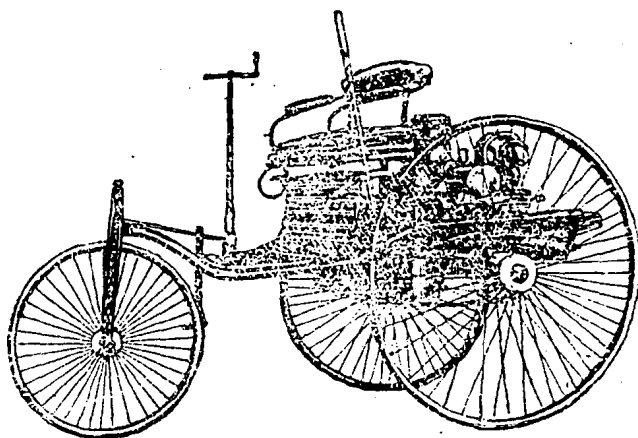


图 1-1 世界上第一辆汽车

与此同时,一些新兴工业国家和发展中国家的汽车工业正在崛起。其中不少国家都用优惠政策吸引外资,采取引进先进技术和设备、进口全拆散零件(CKD)装车,逐步提高国产零件的装车比率,进而使主要部件自给,然后扩大零部件及整车出口的模式发展自己的汽车

工业。西班牙、巴西、韩国等国就是采取这种模式使汽车工业迅速发展的典型例子,其汽车年产量已达 100 万辆左右的规模。在这些国家中,由于经济发展和国民收入逐年增长,对汽车的需求量不断增加,促使汽车工业迅速发展。另一些发展中国家也有采取合资经营或进口半拆散零件(SKD)装车等方式发展自己的汽车工业。可是,发展中国家要振兴汽车工业,都不同程度地面临工业基础薄弱、技术落后、资金匮乏、原料短缺、人才不足、销路不畅等种种困难。

中国的汽车工业是在 1949 年后才建立起来的。1953 年 7 月第一汽车制造厂开始在长春市兴建,仅用三年建成并于 1956 年开工,大批生产装载 4 吨的解放 CA10 货车,从而结束了中国不能制造汽车的历史。在 1958 年该厂又制造了我国第一辆轿车——东风牌轿车,接着又开始小批量生产红旗 CA770 高级轿车。

50 年代后期和 60 年代,在一汽逐步扩大生产的同时,我国各地一批汽车修配企业相继改建成汽车制造厂,此外,城建和交通部门等也设立了一批公共交通工具工厂,使我国汽车的品种和产量进一步发展。这批工厂及其产品主要有:南京汽车制造厂生产的装载 2.5t 的跃进 NJ130 轻型货车,济南汽车制造厂生产的装载 8t 的黄河 JN150 重型货车,北京汽车制造厂生产的 BJ212 轻型越野车,北京第二汽车制造厂生产的装载 2t 的 BJ130 轻型货车,上海汽车制造厂生产的 SH760 中级轿车,上海客车厂生产的 SK640 中型客车和 SK660 铰接式客车以及北京市客车总厂生产的 BK640 和 BK651 客车,等等。1968 年在湖北省十堰市开始动工兴建我国规模最大的第二汽车制造厂,以后又建成生产重型汽车的四川、陕西等较大的汽车制造厂。第二汽车制造厂于 1975 年生产第一个车型——装载 2.5t 的 EQ240 越野汽车,1978 年 7 月主导产品——装载 5t 的东风 EQ140 货车正式批量生产,进一步促进了我国汽车工业的发展,并带动了一大批地方企业的发展。1980 年我国汽车年产量已超过 22 万辆。

80 年代,在中国汽车工业总公司的统一领导和管理下,汽车行业以各个大型骨干厂为主,联合一批相关的中、小企业组建了解放、东风、南京、重型、上海、京津冀等六个汽车工业联营公司和一个汽车零部件工业联营公司,促进了企业间的合作和专业化分工生产,有利于技术引进和技术改造。到 1985 年汽车产量翻了番达 44 万辆。1985 年,中央在“七·五”计划建议中提出了要把汽车制造业作为支柱产业的方针,1987 年国务院又确定了发展轿车工业来振兴我国汽车工业的发展战略。这两项决定确立了我国汽车工业在国民经济中的重要地位以及汽车工业发展的重点。这十多年来,我国汽车工业有重点有选择地引进国外先进技术 100 多项,其中整车项目有:与德国、法国和美国合资生产的轿车和吉普车,引进奥地利斯太尔(STEYR)和德国本茨(MERCEDES-BENZ)重型汽车,美国 and 英国矿用自卸车,意大利依维柯(IVECO)和日本五十铃(ISUZU)轻型货车,以及日本大发(DAIHATSU)和铃木(SUZUKI)微型汽车。为了发展轿车生产,我国已确定了以一汽、二汽、上海为三大基地。一汽与德国大众公司合资经营,1990 年奥迪 100(AUDI100)轿车的生产线正式开工投产,同年双方又签订了年产 15 万辆高尔夫(GOLF)和捷达(JETTA)轿车的协议书并开始兴建生产基地。二汽与法国雪铁龙(CITROEN)公司合作生产轿车的协议书亦于 1990 年底签订并着手实施。上海与德国大众公司合资生产的桑塔纳(SANTANA)轿车,1985 年底投产以来,第一阶段规划已基本完成,在“八·五”规划末期年产量超过 10 万辆,并已开始进行第二阶段规划,预计年产量将达到 30 万辆。除了三大轿车生产基地外,还确定了天津、北京、广州三个较小的生产基地:天津引进日本大发公司技术生产夏利(CHARADE)微型轿车,北京与美国汽车公司

(AMC)合资生产切诺基(CHEROKEE)吉普车,以及广州与法国标致汽车公司合资生产的标致 505(PEUGEOT505)轿车。由于这些企业起步较早,基本建设和零部件国产化工作均已取得显著成绩。主要生产厂家及产品品种如表 1-1 示。

我国主要汽车生产企业 表 1-1

车 型	企 业		
微型轿车	天津市汽车制造厂		
普及型轿车	第一汽车制造厂	第二汽车制造厂	
中级轿车	上海大众汽车有限公司	广州标致汽车公司	第一汽车制造厂
微型客车	第一汽车制造厂吉林轻型车厂	国营长安机器厂	航空工业部昌河飞机制造厂
轻型客车	北京旅行车股份有限公司	天津市客车厂	河北红星旅行车制造厂
	国营松辽汽车厂	北京燕京汽车厂	万山特种车辆制造厂
	张家港市汽车改装总厂	郑州市少林汽车改装厂	成都客车制造厂
	沈阳金杯客车制造有限公司		
中型及大型客车	上海客车厂	广州客车厂	北京市客车总厂
	四平客车厂	重庆客车厂	郑州客车厂
	哈尔滨公交客车厂	常州客车制造厂	广州汽车制造厂
	上饶客车厂	鞍山客车制造总厂	武汉客车厂
	大连客车厂	扬州客车制造厂	丹东汽车制造厂
	黑龙江客车厂	四川省客车厂	湖北客车厂
	延边公路客车厂	合肥客车厂	石家庄新生客车厂
	山东省聊城客车厂	长沙客车厂	浙江省客车修造厂
	江西省交通厅客车厂	桂林客车厂	
微型货车	第一汽车制造厂吉林轻型车厂	国营长安机器制造厂	哈尔滨飞机制造公司
	天津市汽车制造厂	柳州微型汽车制造厂	航空工业部昌河飞机制造厂
轻型货车	南京汽车制造厂	北京轻型车有限公司	天津市汽车制造厂
	江西汽车制造厂	北京汽车摩托车公司	沈阳汽车工业公司
	国营星光机器厂	成都汽车制造厂	西南轻型汽车工业集团公司
中型货车	第一汽车制造厂	第二汽车制造厂	东风汽车联营公司柳州汽车厂
	青岛汽车制造厂	凌河汽车工业公司总装配厂	
重型货车	济南汽车制造总厂	长征汽车制造厂	淝河汽车制造厂
	上海重型汽车厂	四川汽车制造厂	
越野汽车	北京吉普有限公司	江西消防车辆制造厂	江西富奇汽车厂
	武汉轻型汽车制造总厂	陕西汽车制造厂	
自卸汽车	湖北汽车改装厂	青岛专用汽车制造厂	四平市汽车改装厂
	山西汽车制造厂	丹东汽车制造厂	石家庄汽车制造厂
	湖南省汽车制造厂	湖南省专用汽车制造厂	北京重型汽车制造厂
牵引汽车	汉阳特种汽车制造厂	淮阴市汽车改装厂	南京特种汽车制造厂

我国汽车工业经过 40 年的艰苦创业、巩固、调整与发展,虽然与世界先进水平还有相当大的差距,汽车品种尚不能完全满足国民经济的需要,但已形成相当的规模并明确了发展的方向,为迅速腾飞奠定了较好的基础。到本世纪末,将集中人力、物力、财力分期分批建成几个大型现代化的轿车、轻型车、重型车基地并进一步提高中型车的水平。届时,我国汽车的保有量将超过 1000 万辆,年产量将超过 100 万辆并跃居世界主要汽车生产国的行列。

§ 1.2 齿轮传动技术概述

齿轮传动是机械中应用最广泛的一种机械传动型式。与其它类型的机械传动相比,齿轮传动具有以下特点:

- (1) 瞬时传动比恒定;
- (2) 传动效率较好,例如一对闭式渐开线圆柱齿轮传动的效率 $\eta = 0.96 \sim 0.995$;
- (3) 工作可靠,寿命较长;
- (4) 可实现平行轴、任意角相交轴、任意角交错轴之间的传动;
- (5) 结构紧凑,适用于近距离传动;
- (6) 它要求较高的制造和安装精度,而且成本较高。

齿轮传动应用极广,以圆柱齿轮为例,直径有小于 1mm 的,也有达到 33m 的,传递的功率有的高达 7200kW,圆周速度有达到 300m/s 的。在工业各部门中都广泛应用各种各样的齿轮传动。

齿轮传动按两轴的相对位置和齿向,可将是齿轮传动分为如下类型(如图 1-2 所示):

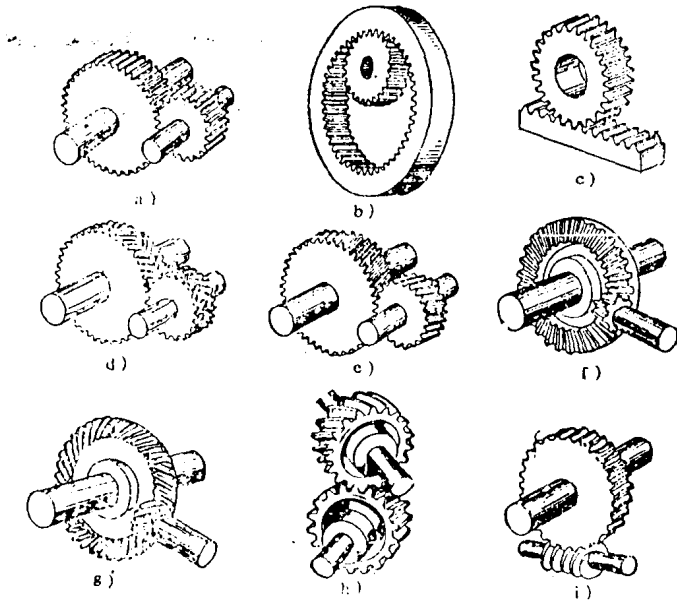
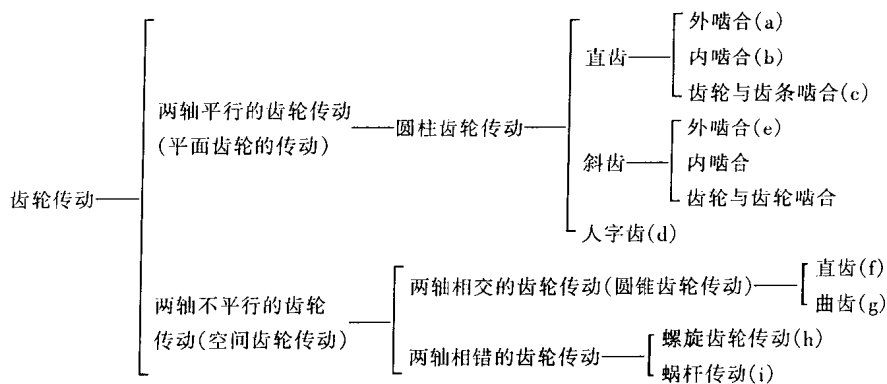


图 1-2 齿轮传动的种类



按照齿廓曲线, 齿轮传动又可分为渐开线、摆线和圆弧齿轮等, 其中渐开线齿轮应用最为广泛。

按照齿轮传动是否分闭, 还可分为闭式传动和开式传动两种, 其中闭式传动的齿轮、轴承等全部装在刚性较大的密闭箱壳内, 所以润滑条件好、封闭严密, 安装精确, 可保证齿轮传动良好的工作。

汽车中多使用渐开线圆柱齿轮、圆锥齿轮等来传动工作。

§ 1.3 汽车中齿轮应用

一、汽车总体构造

汽车是由各种工作装置和机构组成的, 通常人们把它们归纳为四大部分, 即发动机、底盘、车身和电气设备。一般货车的总件构造如图 1-3 示。

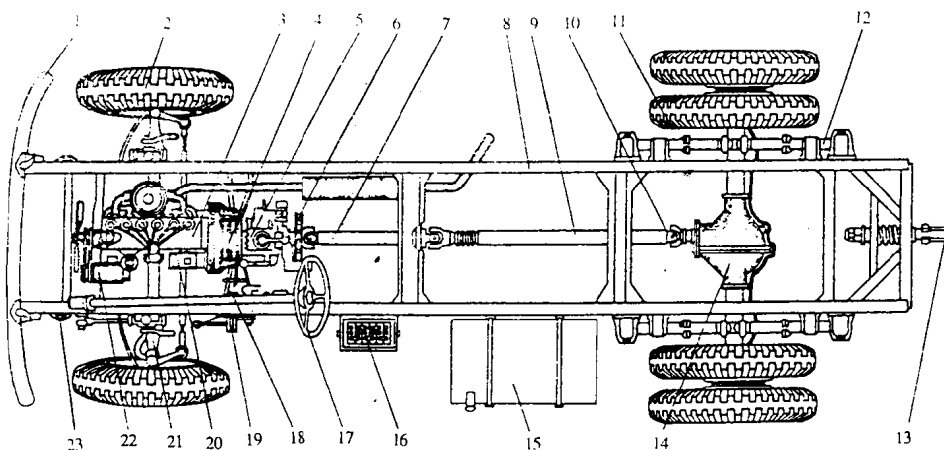


图 1-3 一般货车构造

- 1—前保险杠; 2—转向车轮; 3—发动机; 4—离合器; 5—变速器; 6—驻车制动装置; 7—中间传动轴; 8—车器;
9—主传动轴; 10—万向节; 11—驱动车轮; 12—后钢板弹簧; 13—牵引钩; 14—后桥; 15—汽油箱;
16—蓄电池; 17—转向盘; 18—制动踏板; 19—离合器踏板; 20—起动机; 21—前桥; 22—发电机; 23—前钢板弹簧

1. 发动机

发动机是汽车的动力装置(有人称发动机是汽车的“心脏”)。其作用是使供入其中的燃

料燃烧后产生动力,然后通过底盘的传动系驱动汽车行驶。汽油发动机由曲柄连杆机构、配气机构、燃料供给系、冷却系、润滑系和点火系、起动系(“两大机构”“五大系”)组成。

2. 底盘

底盘是汽车的基础,其作用是接受发动机的动力,使汽车产生运动,并保证正常行驶;同时支承、安装汽车其它各部件、总成。底盘由传动系、行驶系、转向系和制动系等“四大系”组成。

(1) 传动系

将发动机的动力传给驱动车轮。如图 1-3 示,传动系包括离合器 5、变速器 6、传动轴 8、驱动桥 9 等部件。

(2) 行驶系

将汽车各总成及部件连成一个整体并对全车起支承作用,以保证汽车正常行驶。行驶系包括车架 12、前轴 2、驱动桥 9 的壳体、车轮(转向车轮 4 和驱动车轮 11)、悬架(前悬架 3 和后悬架 10)等部件。

(3) 转向系

保证汽车能按照驾驶员选择的方向行驶,由带转向盘 15 的转向器及转向传动装置组成。

(4) 制动系

使汽车减速或停车,并保证驾驶员离去后能可靠地停驻。每辆车的制动设备都包括若干个相互独立的制动系统,每个制动系统都由供能装置、控制装置、传动装置和制动器组成。

3. 电气设备

电气设备由电源组、发动机起重系和点火系、汽车照明和信号装置等组成。此外,在现代汽车上愈来愈多地装用各种电子设备:微处理机、中央计算机系统及各种人工智能装置等显著地提高了汽车的性能。

4. 车身

车身是驾驶员工作的场所,也是装载乘客和货物的场所。车身应为驾驶员提供方便的操作条件,以及为乘客提供舒适安全的环境或保证货物完好无损。典型的货车车身包括车前钣金件 13、驾驶室 14、车厢 16 等部件。

为满足不同使用要求,汽车的总体构造和布置型式可以是不同的。按发动机和各个总成的相对位置的不同,现代汽车的布置型式通常有如下几种:

(1) FR 型

发动机前置后轮驱动,是传统的布置型式。国内外大多数货车、部份轿车和部分客车都采用这种形式。

(2) FF 型

发动机前置前轮驱动,是在轿车上逐渐盛行的布置型式,具有结构紧凑、减少轿车的质量、降低地板高度、改善高速时的操纵稳定性等优点。

(3) RR 型

发动机后置后轮驱动,是目前大、中型客车盛行的布置形式,具有降低室内噪声、有利于车身内部布置等优点。少数微型或轻重轿车也采用这种型式。

(4) MR 型

发动机中置后轮驱动,是目前大多数运动型轿车和方程式赛车所采用的布置形式。由于这些车型都采用功率和尺寸很大的发动机,将发动机布置在座椅之后和后桥之前有利于获得最佳轴荷分配和提高汽车的性能。此外某些大、中型客车也采用这种布置型式,把配备的卧式发动机装在地板下面。

(5) nWD 型

全轮驱动,是越野汽车特有的形式,通常发动机前置,在变速器后装有分动器以便将动力分送到全部车轮上。

二、汽车中应用齿轮的部件

构成汽车基础的底盘中的传动系中的变速器,同步器、分动器及驱动桥,它们的主要组件就是齿轮。变速器主要是由直齿和斜齿圆柱齿轮构成,驱动桥主要由锥齿轮和准双曲面齿轮构成,它们实现了汽车的变速及动力转向、传递功能,是汽车的主要组成部件之一。

第二章 齿轮共轭啮合理论及啮合特性

§ 2.1 数学工具

§ 2.1.1 曲面和曲线的矢量表示

一般说,任一曲面 S 可用两个变量 u, v 表达为参数方程:(如图 2-1 所示)

$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = z(u, v) \end{cases} \quad (2.1)$$

参数方程(2.1)就是曲面 S 上任一点 P 对应的一组坐标值,从式(2.1)及图 2-1 可分析知,曲面 S 上的任一点 P 还可用有向线段 OP 唯一地确定,参数方程(2.1)事实上就是有向线段 OP 在坐标轴上的投影。随着参数方程变量 u, v 取不同的值,参数方程将给出曲面 S 上的不同的点,从而使有向线段 OP 有不同的长短和方向。这样的有向线段,称之为参变量 u, v 的矢函数。参变量 u, v 的矢函数可用符号 $R(u, v)$ 来表示;有时也可简写为 R ,这样曲面可用矢函数写为:

$$\begin{aligned} R &= R(u, v) \\ &= \{x(u, v), y(u, v), z(u, v)\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

由此可以引出:

结论 1 由两个独立的参变量表示的矢函数可以表示一个曲面。

应当注意,上述的矢函数都是由某一固定的点引向三维空间的另一点的矢量。由此给出

定义 1 有固定的始点,并以某终点来指定另一点在空间的位置的矢量称为径矢。

从后述章节可以看到,用矢函数来表示曲面可使有关曲面的计算和分析过程大为简化。

同样,图 2-2 所示的圆柱螺旋线可用参数方程写为:

$$\begin{cases} x = r \cos \tau \\ y = r \sin \tau \\ z = p\tau \end{cases} \quad (2.3)$$

式中 p ——螺旋线的螺旋参数;

r ——螺旋线所在的圆柱的半径;

τ ——参数方程的参变量,它指定了螺旋线上任一点 P 所在的包含 z 轴的轴截面与 x 轴的夹角。

表示螺旋线的参数方程只有一个参变量 τ 。任何曲线一般都可用一个参变量(例如 t)写成如下的矢函数形式:

$$R(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} \quad (2.4)$$

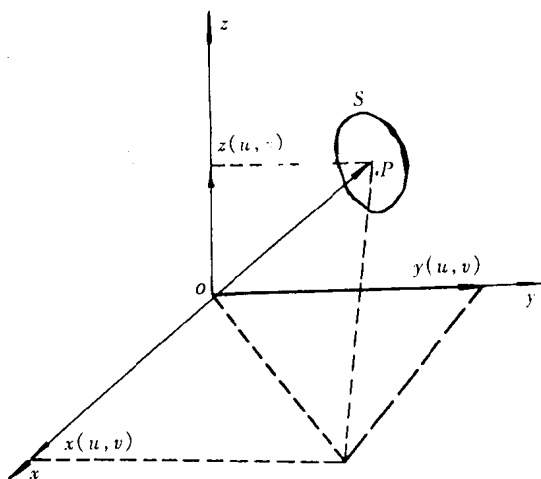


图 2-1

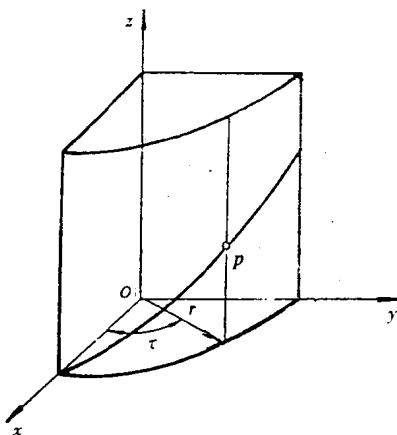


图 2-2

§ 2.1.2 位移和运动参数的矢量表示

定义 2 束缚矢量

仅有一个确定的作用点的矢量定义为束缚矢量。

物体或点运动的线速度或物体上作用力都属于这里定义的束缚矢量。

定义 3 滑动矢量

仅有确定的作用线而无确定的作用点的矢量定义为滑动矢量。

角位移或角速度不仅具有滑动矢量的性质,并且其正、负方向也是人为地给定的。

定义 4 伪矢量

参考坐标系的旋向改变时,应当反向或反号的矢量定义为伪矢量。

角位移角速度矢量既是滑动矢量也是伪矢量。显然,角位移对时间的高阶导数——角加速度、角加速度导数等,皆具有滑动矢量和伪矢量的性质。

定义 5 自由矢量

只有确定的方向而可任意变更其位置的矢量,定义为自由矢量。

用矢函数来表示曲面、曲线、方向、位置、位移、运动参数等,可将复杂的空间曲面和曲线作复杂的空间运动时的各种分析计算,变成简捷的矢量代数和矢量分析运算,从而免除人们对复杂的空间图形和运动作具体或详尽的想像和构思。

§ 2.1.3 矢量的运算

一、矢量的加法运算

定义 6 标量

只有数值上的大小和正负的纯量定义为标量。

结论 2 空间诸矢量求和所得的矢量,等于诸矢量首尾依次相连时所得的空间多边形最后一个使多边形封闭的那个矢量。最后一个封闭矢量的首尾连接关系应和其它矢量一致。

如图 2-3(a) 示, 根据结论 2 有:

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b$$

$$\mathbf{R}_f = \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b + \mathbf{R}_d + \mathbf{R}_e$$

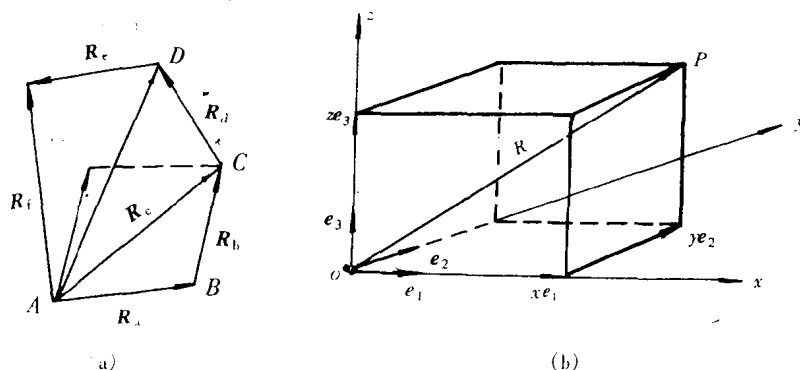


图 2-3

诸矢量求和的多边形封闭法则, 自然适用于三维空间中的诸矢量求和。如图 2-3(b) 示, 将经矢 $\mathbf{R}$ 看作从坐标原点 O 到 P 点的位移, 它将等价于从 O 点分别作坐标 $x\mathbf{e}_1, y\mathbf{e}_2, z\mathbf{e}_3$ 后的结果。这里 x, y, z 分别表示三个方向的分位移长度 (标量), $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 分别表示三个方向上的单位矢量。参照矢函数的表达式 (2.4), 可将矢量 $\mathbf{R}$ 写为:

$$\mathbf{R} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3 = \{x, y, z\} \quad (2.5)$$

式 (2.5) 指出了矢量运算中常用的两种分量表达式具有相同的含义。

在式 (2.5) 中, 实际上已用到了矢量的标量的乘积。将标量 λ 和矢量 $\mathbf{a}$ 相乘的函义是将矢量 $\mathbf{a}$ 的长度沿同一方向增长 λ 倍。矢量与标量的乘积遵守:

结合律:

$$\lambda(\mu\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\mathbf{a} \quad (2.6)$$

分配律:

$$(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a} \quad (2.7)$$

$$\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b} \quad (2.8)$$

因而可将两矢量

$$\mathbf{R}_a = x_a\mathbf{e}_1 + y_a\mathbf{e}_2 + z_a\mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{R}_b = x_b\mathbf{e}_1 + y_b\mathbf{e}_2 + z_b\mathbf{e}_3$$

求和所得的矢量 $\mathbf{R}_c$ 写为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_c &= \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b \\ &= (x_a + x_b)\mathbf{e}_1 + (y_a + y_b)\mathbf{e}_2 + (z_a + z_b)\mathbf{e}_3 \\ &= x_c\mathbf{e}_1 + y_c\mathbf{e}_2 + z_c\mathbf{e}_3 \\ &= \{x_a + x_b, y_a + y_b, z_a + z_b\} \\ &= \{x_c, y_c, z_c\} \end{aligned} \quad (2.9)$$

由式 (2.9) 有:

结论 3 两矢量求和所得矢量的分量, 等于两矢量在对应方向的分量之和。

因为 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 是直角坐标系中三个坐标轴上的单位矢量, 由图 2-3 不难得出矢量 $\mathbf{R}$ 的