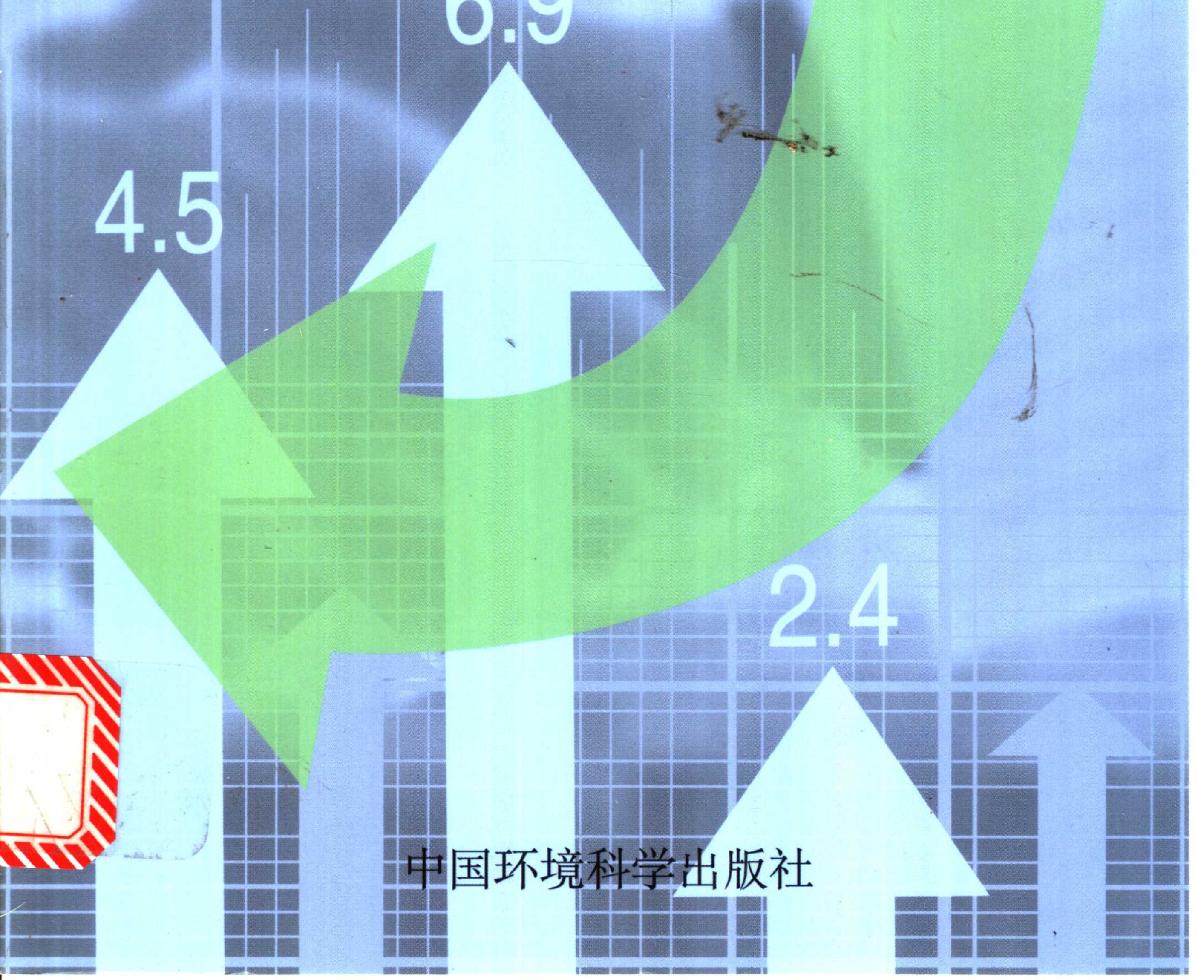
JIANZHU GONGCHENG JIEGOU JIANCE SHUJU DE CHULI

建筑工程结构检测数据的处理

邱平 编著



中国环境科学出版社

建筑工程结构
检测数据的处理

邱　平　编著

中国环境科学出版社

北　京

内 容 提 要

本书较系统地介绍了检测(试验)数据的处理方法。内容包括:误差与数据处理;数值修约规则;检测数据的回归分析;采用计算器进行数据处理;采用计算机处理数据;数据处理程序集;回弹法、钻芯法、混凝土缺陷检测数据处理程序;混凝土无损检测数据处理系统。全书内容密切联系检测(试验)工程实际,并列举了典型工程实例,供读者参考。

本书可作为检测(试验)人员的培训教材,也可供建筑设计、施工、监理人员以及高等院校有关专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

建筑工程结构检测数据的处理/邱平编著. -北京:中国环境科学出版社,2002.3
ISBN 7-80163-276-1

Ⅰ.建… Ⅱ.邱… Ⅲ.建筑结构—检测—数据处理—方法 Ⅳ.TU317

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 013993 号

中国环境科学出版社出版发行
(100036 北京海淀区普惠南里 14 号)
北京市联华印刷厂印刷
各地新华书店经售

*

2002 年 4 月第 一 版　　开本 787×1092 1/16
2002 年 4 月第一次印刷　　印张 11.25
印数 1-5000　　字数 270 千字

定价: 20.00 元

前　言

检测试验数据的处理是科学试验研究的重要内容，也是我们在实践中经常遇到的问题。本书是编著者在大量工程实践中根据误差与数据处理、回归分析的基本理论，创造性地应用基本理论计算分析了“回弹法”、“超声回弹综合法”，以及“回弹法检测高强混凝土”检测技术规程测强拟合曲线计算。同时根据现行检测规程较早地编制了成套的数据处理软件。

本书从误差与数据处理、数据修约规则、回归分析出发，循序渐进地介绍了误差来源与种类；测量误差对测试结果的影响；一元或多元、线性或非线性回归方法。结合计算器现有的功能，开发了数据处理计算操作。既突出检测试验数据处理方法，又注重结合实际工程实例，在数据处理程序集中进行重点介绍。

本书可供掌握了混凝土检测（试验）方法，具有材料试验知识并了解混凝土无损检测技术的工程技术人员使用，也可供建筑设计、施工、监理人员以及高等院校有关专业师生参考。

本书在数据处理程序集编写中，郭玉江、廖伯志同志给予了许多帮助，谨致由衷的谢意。

由于水平有限，书中错误难免，欢迎读者批评指正。

邱　平

二〇〇一年八月二十日　于北京

目　录

1　误差与数据处理

在任何测试过程中，无论采用什么检测方法，由于设备、测量方法、测量环境、人的观察力等多种因素的影响，都会造成测量结果与待求量真实值之间存在一定的差值，这个差值就是测量误差。这一规律在测量结果中普遍存在，因此测量结果都带有误差。

在混凝土无损检测中也不例外，同样存在着误差。由于误差的存在，使我们对客观现象的本质及其内在规律的认识受到某种程度的限制。因此。就必须分析产生误差的原因、性质和误差对测试结果的影响，并采取有效的措施，以消除、抵偿和减少误差。从而提高检测结果的可靠性。

1.1　误差的估计

1.1.1　误差的来源与种类

首先，我们应了解什么叫误差、相对误差和真实值。测量结果与该测量真实值大小之间的差异，叫做误差。即：

$$误差 = 测量值 - 真实值$$

误差与真实值之比称为相对误差。即：

$$相对误差 = \frac{误差}{真实值} \approx \frac{误差}{测量值}$$

真实值是在某一时刻，某一位置的状态下，被测物理量的真正大小。

$$真实值 = 测量值 + 修正值$$

在应用中，应根据所测误差的需要，用尽可能近于真实值的数值来代替真实值。如仪表指示值加上修正值，就可作为真实值。

例如一根金属标准棒为 $26.2\mu s$，实际测得为 $26.6\mu s$，计算测量的误差为：

$$26.6 - 26.2 = 0.4\mu s$$

在一般的测试过程中，误差来源可从以下几方面考虑：

(1) 设备误差：包含标准器误差、仪器误差、附件误差；

(2) 环境误差：温度、湿度、磁场、振动等引起的误差；

(3) 人员误差：观测人中读数的分散性等引起的误差；

(4) 方法误差：如经验公式的近似值等引起的误差；

(5) 测量对象变化误差：被测对象变化使测量不准带来的误差等。

在试验中得到的测量数据，由于受各种因数的影响，总是存在着误差。为了最后确定检测结果的可靠程度，必须进行误差分析和数据处理，即所谓测量误差估计。

根据误差产生的原因和性质，常把误差分为随机误差（或称偶然误差）、系统误差、综合误差和粗差（或称过失误差）。

1.1.1.1　随机误差

随机误差是指在实际相同条件下，多次测量同一量值时误差的绝对值和符号的变化，时大

时小,时正时负,没有确定的规律,也不可以预定。

随机误差常由测量仪器、测量方法和环境等因素带来。如仪器的电源电压、刻度线不一致、读数中的视差、度量曲线中线条宽度、峰谷之间的距离瞄准不精确、温湿度的影响、磁场的干扰等,都会给测量结果带来随机误差。

随机误差无法避免,它在各项测量中单个表现为无规律,但在多次重复测量时,它就表现稳定的统计规律性。在实际测量中,往往很难区分随机误差和系统误差,因此许多误差都是这两类误差的组合。

1.1.1.2 系统误差

系统误差是指在同一条件下多次测量同一量值时,误差的绝对值和符号保持恒定;或在条件改变时,按某一确定规律变化的误差。

系统误差的来源是多方面的,例如:

仪器误差:非金属超声波检测仪 to 调整不对;回弹仪未调整成标准状态等。

测量误差:这是由于使用中产生的误差。如混凝土构件进行超声波无损检测时,测区相对面位置不对,收发换能器未在一直线上,超声测距测量不准等。

另外,环境(温湿度等按某一规律变化)观察者特有习惯等都可能产生系统误差。

系统误差有的可以通过查明原因或找出变化规律,在测量结果中予以修正。

例如回弹仪检测时有角度和测试面修正;超声波检测仪当在混凝土浇筑的顶面与底面测试时,测区声速应进行修正等。

1.1.1.3 综合误差

随机误差与系统误差的合成叫做综合误差。

1.1.1.4 粗差

明显歪曲测量结果的误差称为粗差或过失误差。例如试验者粗心大意测错、读错和记错等都会带来粗差。含有粗差的测量值为坏值和异常值,正确的结果不应包含粗差,所以坏值都应剔除。

1.2 测量误差对测量结果的影响

以上我们从误差的性质出发,谈了误差的分类与来源。我们知道误差有三类,即随机误差、系统误差和粗差。由于误差的性质不同,因而它们对测量结果的影响也不同,下面分别讨论它们对测量结果的影响。

1.2.1 随机误差对测量结果的影响

随机误差是指在多次测量某一被测值时,误差的大小、符号变化不定的情况,一般地说这种误差只有在仪器设备的灵敏度比较高,或分辨率足够高,并且对某一被测量值只有进行多次测量或多次比较时方能发现。随机误差的存在,只影响测量结果的精密程度,而对其它无大的影响。所谓精密程度,是指测量数据的重复性好还是坏。重复性好即精密度高;反之,则精密度低。总之,精密度是反映随机误差大小的程度。

1.2.2 系统误差对测量结果的影响

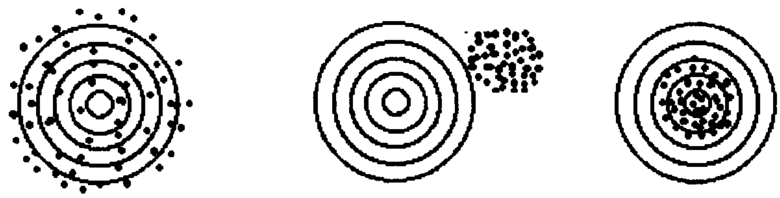
系统误差一般是一项固定的误差。例如在某项测量中,存在某种系统误差,而我们又未及时发现,这个测量结果是不正确的。由此说明,系统误差的存在,直接影响测量结果的正确程

度，也就是说，测量结果的正确与否，很大程度上取决该次测量的系统误差的大小。

1.2.3 粗差对测量结果的影响

由于粗差明显地歪曲了测量结果，所以含有粗差的测量结果应从测量数列中剔除。

关于精密度、正确度和准确度之间的关系，我们用射击打靶例子来说明。通常在射击打靶时可能会出现如图 1.2.3-1 所示的三种情况：



(a) (b) (c)

图 1.2.3-1 精密度、正确度和准确度图解

(1) 射击点在靶心附近，见图 1.2.3-1 (a)。我们说它的正确度高，精密度低。原因是射击较准，但分布却很零乱。

(2) 射击点离靶心较远，但都密集在一处，见图 1.2.3-1 (b)。我们说它的精密度高，正确度差。原因是虽未射击在靶心，但较集中。

(3) 射击点离靶心很近的某一处，见图 1.2.3-1 (c)。我们说它的正确度及精密度都较高。原因是大部分都射在靶心，而且分布也比较集中，所以既正确又精密，即准确度高。

一般地说，精密度反映了随机误差的大小程度；正确度反映了系统误差大小的程度；准确度(精确度)反映了综合误差大小的程度。所以，在测量实践中，我们如果说某项测量的结果很“准确”，那就意味着在该测量结果中，系统误差、随机误差的影响很小很小，甚至可以不考虑，否则就不能轻易用“准确”这个术语。

1.3 多次检测结果的误差估计

实验时测量所得的数据，称为测量值。就被测的物理量本身来说，客观上只存在着一个确定的真实值(或称实际值)，即称为真值。一个物理量的测量值与真值之差，称为误差。

测量值 = 真值 + 误差

误差是随机变量，测量值也是随机变量。反映随机变量有三个重要的统计特征数，即算术平均值、标准差和变异系数。

1.3.1 平均值

1.3.1.1 算术平均值

样本数据(测量值)的均值是表示数据的集中位置，通常在数据处理中所用的均值，指的是算术平均值。

$$m_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.3-1}$$

式中 m_x—— 算术平均值；

x_i —— 第 i 次测量值；

n —— 观测次数。

例如我们用回弹仪测试构件混凝土强度，在相对面的测区上各测 8 个回弹值，共 16 个回弹值，当去掉较高和较低的 3 个回弹值后，余下 10 个回弹值的平均值即为该测区回弹值。

如 $R_1=34$, $R_2=33$, $R_3=35$, $R_4=34$, $R_5=36$, $R_6=33$, $R_7=32$, $R_8=35$, $R_9=35$, $R_{10}=36$

$$m_{\mathrm{R}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}R_i=\frac{1}{10}(34+33+35+34+36+33+32+35+35+36)=34.3$$

我们在前面已介绍了实测的数据带有各种各样的误差，这些误差有正有负，求均值后，正负误差消去了一部分，从而可反映检测数据的真实面貌。

1.3.1.2　均方根平均值

均方根平均值对数据的大小跳动反映较为灵敏，计算公式如下：

$$s=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}}=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_n^2}{n}} \tag{1.3-2}$$

式中　s —— 测试数据的均方根平均值；

$x_1\cdots x_n$ —— 各测试数据；

n —— 测试数据个数。

1.3.1.3　加权平均值

加权平均值是各个测试数据和它对应数的平均值，计算公式如下：

$$m=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_ip_i}{\sum_{i=1}^{n}p_i}=\frac{x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots+x_np_n}{p_1+p_2+p_3+\cdots p_n} \tag{1.3-3}$$

式中　m —— 加权平均值；

x_i —— 测试值；

p_i —— 不同的权。

如以不同的权 p_i 分别获得同一量的独立测得值为 x_i，其值为 x_i, $p_i=0.31, 2; 0.28, 3; 0.33, 2$。求加权平均值。

按（1.3-3）式求得：

$$m=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_ip_i}{\sum_{i=1}^{n}p_i}=\frac{0.31\times2+0.28\times3+0.33\times2}{2+3+2}\approx0.303$$

1.3.2　误差计算

1.3.2.1　绝对误差和相对误差

从长度测量中可以知道，如同一个钢卷尺、同一测量方法、同一个测试人员对某一试件，进行若干次测量，所获得的测试结果是不相同的。如果用不同的钢卷尺、不同的测量方法、不同的测试人员对某一试件，则这种差别就更为明显了。因此，在任何一次测量中，不管我们测量多么仔细，所使用的钢尺多么精确，所采用的测量方法多么可靠，我们所得的实际测量值，仅仅

是被测值的近似值，它与被测值的真值之间的差异，就叫做测量误差。即：

$$\Delta L = L - L_0 \tag{1.3-4}$$

式中 ΔL —— 测量误差；

L —— 实际测量值；

L_0 —— 被测值的真值。

一般将测量误差 ΔL 叫做绝对误差。相对误差为绝对误差 ΔL 与测量值的比值，用 ε 表示相对误差，相对误差无量纲，通常以百分数(%)表示。即：

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}\left(\text{或}\frac{\Delta L}{L_0}\right)$$

一般采用绝对误差的形式来表达测量误差。

1.3.2.2 范围误差

范围误差也叫极差，极差是试验值中最大和最小之差。

如三个混凝土试块抗压强度值为 32.5MPa, 37.6MPa, 30.3MPa。那么该组试块的极差(或范围误差)为：

$$37.6 - 30.3 = 7.3\text{MPa}$$

1.3.2.3 算术平均误差

算术平均误差计算公式为：

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - m_x|}{n} = \frac{|x_1 - m_x| + |x_2 - m_x| + |\cdots| + |x_n - m_x|}{n} \tag{1.3-5}$$

式中 δ —— 算术平均误差；

$x_1, x_2 \cdots x_n$ —— 各试验数值；

m_x —— 试验数值的算术平均值；

n —— 试验数个数；

$|\ \ |$ —— 绝对值符号。

以上述三个试块为例：

$$32.5\text{MPa}, 37.6\text{MPa}, 30.3\text{MPa} \quad m_x = 33.5\text{MPa}。$$

$$\delta = \frac{|32.5 - 33.5| + |37.6 - 33.5| + |30.3 - 33.5|}{3} = 2.76\text{MPa}$$

严格讲误差和偏差这两个术语含义是不同的。误差是测量值和真值之差；偏差是指测量值和算术平均值之差。因此，算术平均误差亦称算术平均偏差。算术平均偏差是一种常用表示误差的方法，它的缺点是不能反映出测量值的分布情况(表 1.3-1 所示)。

表 1.3-1 A、B 两组数据计算算术平均偏差

组 别	A 组($\times 10^5$MPa)			B 组($\times 10^5$MPa)		
序 号	P_i	$\|d_i\|$	$\|d_i^2\|$	P_i	$\|d_i\|$	$\|d_i^2\|$
1	2700	50	2500	2790	20	400
2	2830	20	400	2810	0	0
3	2850	40	1600	2780	30	900

续表

组　别	A 组($\times 10^5$MPa)			B 组($\times 10^5MPa$)		
序　号	P_i	$\|d_i\|$	$\|d_i^2\|$	P_i	$\|d_i\|$	$\|d_i^2\|$
4	2760	50	2500	2760	50	2500
5	2850	40	1600	2910	100	10000
$\sum$	13990	200	8600	14050	200	13800
平　均	2798	40	1720	2810	40	2760

从表中所列的算术平均偏差均为 40×10^5MPa,很明显看出 B 组的各偏差的数值大小参差不齐,而 A 组的各偏差的数值比较均匀,由此说明算术平均值不能反映数值的分布情况。

1.3.3 标准误差

标准误差也称为均方根误差、标准离差、均方差。用符号 s(或 σ)表示。当测量次数为无限多时,用 σ 表示标准离差,其计算公式为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - nm_i^2}{n}} \tag{1.3-6}$$

当测量次数为有限时,尤其是 $n>5$ 时,其标准离差用 s 表示,计算公式为:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - nm_x^2}{n-1}} \tag{1.3-7}$$

式中　$\sigma(s)$ —— 标准离差;

$x_1 \cdots x_n$ —— 各试验数据值;

m_x —— 试验数值算术平均值;

n —— 试验数据个数。

标准误差对测量值的分布状况十分敏感。用表 1.3-1 的两组数据计算标准误差分别为:

$$\sigma_A = \sqrt{1720} = 41.5 \times 10^5 \text{MPa}$$

$$\sigma_B = \sqrt{2760} = 52.5 \times 10^5 \text{MPa}$$

不难看出 B 组测量值的分散性比 A 组大。在工程测试中,常用标准误差来表示误差的大小范围。

例如有 10 个混凝土试块,28 天抗压强度列入表 1.3-2。

表 1.3-2　标准离差计算

序　号	x_i	$x_i - m_x$	$(x_i - m_x)^2$
1	37.3	0.5	0.25
2	35.0	1.8	3.24
3	38.4	1.6	2.55
4	35.8	-1.0	1.00
5	36.7	-0.1	0.01
6	37.4	0.6	0.36
7	38.1	1.3	1.69
8	37.8	1.0	1.00

续表

序　　号	x_i	$x_i - m_x$	$(x_i - m_x)^2$
9	36.2	−0.6	0.36
10	34.8	−2.0	4.00
$\sum_{i=1}$	367.5		14.47

平均值：$m_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{367.5}{10} = 36.8\text{MPa}$

标准离差：$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{14.47}{10-1}} = 1.27\text{MPa}$

1.3.4　或然误差

或然误差用 γ 表示。它的意义是：在一组测量中，如果不计正负号，误差大于 γ 的测量值和误差小于 γ 的测量值将各占测量次数的一半。或然误差与标准误差之间有以下关系。

$$\gamma = 0.6745\sigma$$

范围误差、算术平均误差、标准误差和或然误差都可以用来表示测量误差的大小。但是，有时仅仅指出误差的大小是不够的，还必须和所测的物理量的大小相联系，从而表示出误差的严重程度。为比较其严重程度，通常使用相对误差来表示。

1.3.5　极差估计

极差是表示数据离差的范围，也可用来度量数据的离散性。极差是测量数据中最大值和最小值之差。

$$W = X_{\max} - X_{\min}$$

当 $n<10$ 时，总体标准差

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{d_n}W$$

当 $n>10$ 时，要将数据随机分成若干个数量相等的组，对每组求极值，并计算平均值。

$$m_w = \frac{\sum_{i=1}^{m} W_i}{m} \quad 标准离差\ \tilde{\sigma} = \frac{1}{d_n}m_w$$

式中　W、m_w—— 极差、各组极差的平均值；

$\tilde{\sigma}$ —— 标准离差估计值；

d_n—— 与 n 有关的(见表 1.3-3)极差估计法系数；

m —— 数据分组的组数；

n —— 每组数据拥有的个数。

表 1.3-3　极差估计法系数

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_n	/	1.128	1.693	2.059	2.326	2.534	2.704	2.847	2.970	3.078
$1/d_n$	/	0.886	0.591	0.486	0.429	0.395	0.369	0.351	0.337	0.325

如有 35 个混凝土试块数据随机分成 5 块一组，共分 7 组。计算如下：

第一组:30.0,41.6,47.1,47.5,43.9　$W_1=7.5$
第二组:41.5,40.6,39.5,43.8,44.5　$W_2=5.0$
第三组:36.9,40.7,47.3,44.1,45.6　$W_3=10.4$
第四组:38.7,41.4,49.0,36.1,45.9　$W_4=12.9$
第五组:38.7,47.1,43.5,36.0,41.0　$W_5=11.1$
第六组:40.7,42.8,41.7,39.0,38.9　$W_6=3.9$
第七组:40.9,42.1,43.7,34.0,41.5　$W_7=9.7$

$$m_w = \frac{(7.5+5.0+10.4+12.9+11.1+3.9+9.7)}{7} = 8.64$$

$n=5,\ d_n=2.326\approx 2.33$　$\tilde{\delta}=\frac{1}{d_n}m_w=\frac{1}{2.33}\times 8.64=3.71$

极差估计法计算较方便,但反映实际情况的精度较差。

1.3.6　变异系数

标准离差是表示绝对波动大小的指标,当测量较大的量值时,绝对误差一般较大,测量较小的量值时,绝对误差一般较小。因此,要考虑相对波动的大小,即用平均值的百分率来表示标准离差,即变异系数。

$$C_V = \frac{s}{m_x}\times 100\%$$

式中　C_V—— 变异系数(%);

s —— 标准离差;

m_x—— 试验数据的算术平均值。

如甲、乙两个水泥厂生产的325号矿渣水泥,甲厂在1999年8月生产的水泥平均强度为39.8 MPa,标准差1.68 MPa;乙厂与甲厂同年同月生产的水泥平均度为36.2 MPa,标准差1.62 MPa,计算两厂的变异系数。

甲厂:$C_V=\frac{s}{m_x}=\frac{1.68}{39.8}\times 100\% = 4.22\%$

乙厂:$C_V=\frac{s}{m_x}=\frac{1.62}{36.2}\times 100\% = 4.48\%$

从离差看,甲厂大于乙厂;从变异系数看甲厂小于乙厂,说明甲厂生产的水泥强度相对跳动比乙厂小,该产品稳定性较好。

1.3.7　可疑数据的取舍

在多次测量中,有时会遇个别测量值和其它多数测量值相差较大,这些个别数据就是所谓的可疑数据。对于可疑数据的剔除,我们可以用正态分布来决定取舍。因为,在多次测量中误差在 -3σ 与 $+3\sigma$ 之间,其出现的概率为99.7%,换言之误差出现的概率只有0.3%或3‰。即测量330次才遇上一次,而对于通常只进行一、二十次的有限次测量,就可以认为超出 $\pm 3\sigma$ 的误差,因此,有时大的误差仍属于随机误差,不应该舍弃。由此可见,对数据保留的合理误差范围同测量次数 n 有关的。表1.3-4是推荐的试验值舍弃标准,超过可以舍弃。其中 n 是测量次数,d_i 是合理的误差值,σ 是根据测量数据算得的标准误差。

表 1.3-4　试验值舍弃标准表

n	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18
d_i/σ	1.68	1.73	1.79	1.86	1.92	1.99	2.03	2.10	2.16	2.20
n	20	22	24	26	30	40	50	100	200	300
d_i/σ	2.24	2.28	2.31	2.35	2.39	2.50	2.58	2.80	3.20	3.29

例如测试一批混凝土试块的抗压强度，试验数据见表 1.3-5 所示。试计算该批数据的取舍、平均强度及可能波动的范围。

计算平均强度：

$$m_f = \frac{15.2 + 14.6 + 16.1 + 15.4 + 15.5 + 14.9 + 16.8 + 18.3 + 14.6 + 15.0}{10} = 15.64\text{MPa}$$

表 1.3-5　d_i值计算

编　号	f_i	$d_i = f_i - m_f$	d_i^2
1	15.2	−0.44	0.1936
2	14.6	−1.04	1.0816
3	16.1	0.46	0.2116
4	15.4	−0.24	0.0576
5	15.5	−0.14	0.0576
6	14.9	−0.74	0.5476
7	16.8	1.16	1.3456
8	18.3	2.66	7.0756
9	14.6	−1.04	1.0816
10	15.0	−0.64	0.4096
$\sum$			12.0240

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{12.0240}{10-1}} = 1.16\text{MPa}$。试验数据“18.3”$d = 18.3 - 5.64 = 2.66$

$d/\sigma = 2.66/1.16 = 2.33 > 1.99$（表 1.3-4 中 $n = 10$ 时 $d/\sigma = 1.99$），所以“1.83”应当舍弃。

现余下 9 个数据，再计算 m_f，σ 得：

$m_f = 15.34\text{MPa}$，$\sigma = 0.7860$，再次检查余下数据中是否还有应该舍弃的数据。

$d = 16.8 - 15.34 = 1.46$，$d_i/\sigma = 1.46/0.786 = 1.86 < 1.92$ 故“16.8”应保留。波动范围为 $m_f = m_f \pm 3\sigma = 15.3 \pm (3 \times 0.786) = 15.3 \pm 2.36\text{MPa}$。

变异系数 $C_V = (\sigma/m_f) \times 100\% = (2.36/15.3)\% = 15.4\ \%$。