

ELEMENTS OF
ANALYTIC GEOMETRY

BY
SMITH AND GALE

斯 改 二 氏

解 析 幾 何 學 原 理

義 烏 龔 文 凱 譯

科 學 會 出 版

商 務 印 書 館 發 行

例 言

- 一、本書爲美國耶爾大學校數學教授 Smith 氏及洛徹斯德大學校數學教授 Gale 氏所合著。該國各大學多用爲教科書茲特譯之。以爲我國高等以上學校教科之用。
- 一、凡特別名辭。雖不甚確切。然他書沿用已久者。本書亦採用之。以免紛歧。
- 一、書中凡兩直線相交成 90° 度角者。譯爲正交。九十度角。則譯爲直角。
- 一、本書取材富而精要。說理新而切用。固世界少見之作。而定理另提之扼要。法術分步之明晰。既易了解。尤便記憶。更爲本書之特色。
- 一、譯述本書。限於時日。未能細校。間或有誤。尙祈宏材博學。幸辱教之。

譯 者 識

目 次

第 一 章

代數及三角之復習

節

1. 數	1
2. 常數	1
3. 二次式	2
4. 特別二次式	4
5. 二次式之兩根有特別之關係時	5
6. 變數	14
7. 二次式符號之變更	15
8. 根之無窮	22
9. 多變數之方程式	24
10. 直角三角形內一角所有之諸函數	28
11. 通常角	28
12. 三角術內緊要之公式及定理	29
13. 三角函數值之簡表	31

14. 符號之定則	32
15. 希拉字母	32

第 二 章

卡的遜坐標

16. 方向直線	33
17. 卡的遜坐標	35
18. 矩形坐標	36
19. 角	39
20. 直角投影	41
21. 長	44
22. 傾斜及斜度	48
23. 分點	53
24. 面積	59
25. 投影之第二定理	66

第 三 章

曲線及方程式

26. 點之軌跡之能滿足一要件者	72
27. 能滿足一要件諸點之軌跡方程式	72

28. 第一基本問題	75
29. 直線及圓之普通方程式	82
30. 方程式之軌跡	83
31. 第二基本問題	84
32. 比較法	88
33. 第三基本問題	96
34. 對稱	102
35. 較深之討論	103
36. 討論方程式之綱要	105
37. 交點	109
38. 超越曲線	115
39. 圖表法	120

第 四 章

直線及普通一次方程式

40. 總綱	123
41. 直線方程式之方次	123
42. 普通一次方程式 $Ax + By + c = 0$	124
43. 合解兩個一次方程之幾何解釋	127
44. 兩要件可定一直線	131

45. 以斜度及直線上一點之坐標表直線之方程式	136
46. 以截線表直線之方程式	137
47. 通過已知兩點之直線之方程式	139
48. 以法線表直線之方程式	144
49. 由直線至一點之距離	150
50. 一直線與第二直線所成之角	156
51. 直線系	162
52. 與一已知直線平行之直線系	165
53. 與一已知直線正交之直線系	167
54. 通過已知兩直線之交點之直線系	170
55. 直線之補徑式	177

第 五 章

圓及方程式 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

56. 圓之普通方程式	187
57. 三要件可定一圓	190
58. 圓系	197
59. 切線之長	207

第 六 章

極 坐 標

60. 極坐標	214
61. 方程式之軌跡	216
62. 改直角軸坐標爲極坐標	222
63. 應用	224
64. 軌跡之方程式	227

第 七 章

坐 標 軸 之 移 轉

65. 總綱	230
66. 軸之移位	230
67. 軸之廻轉	232
68. 坐標軸之移轉	235
69. 軌跡之分類	235
70. 移轉坐標軸以簡方程式	236
71. 移轉軸之應用於一次或二次方程式	241

第 八 章

圓 錐 曲 線 及 二 次 方 程 式

72. 極坐標方程式	248
------------------	-----

73. 由極坐標改爲直角軸坐標	255
74. 直角軸坐標方程式之討論及簡清法	255
75. 直角軸坐標方程式之討論及簡清法	260
76. 共軛雙曲線及漸近線	269
77. 以漸近線爲軸之等邊雙曲線	272
78. 有心圓錐曲線之焦點性	273
79. 圓錐曲線之機械作法	274
80. 二次方程之軌跡之形狀	276
81. 二次方程軌跡之作法	280
82. 圓錐曲線系	285

第 九 章

切線及法線

83. 切線之斜度	295
84. 切線及法線之方程式	299
85. 圓錐曲線之切線及法線之方程式	302
86. 通過曲線外一點之切線	308
87. 圓錐曲線之切線及法線之性質	311
88. 切曲線於原點之切線	318
89. 求切線方程式之第二法	320

第 十 章

直線與圓錐曲線之關係

二次式定理之應用

- | | |
|-------------------------------------|-----|
| 90. 直線及圓錐曲線之位置關係..... | 324 |
| 91. 直線系與圓錐曲線及直線及圓錐曲線系之
位置關係..... | 329 |
| 92. 圓錐曲線之切線..... | 332 |
| 93. 以斜度表之切線方程式..... | 337 |
| 94. ρ 方程式..... | 339 |
| 95. 切線..... | 343 |
| 96. 漸近方向及漸近線..... | 344 |
| 97. 心..... | 348 |
| 98. 直徑..... | 350 |
| 99. 共軛直徑及有心圓錐曲線..... | 354 |

第 十 一 章

軌跡及通徑方程式

- | | |
|---------------------------|-----|
| 100. 總綱..... | 361 |
| 101. 由已知曲線及一定作法作成之軌跡..... | 363 |

102. 曲線之通徑方程式.....	370
103. 諸曲線系之交點之軌跡	379

第 十 二 章

普通二次方程式

104. 二次普通方程式.....	386
105. 退縮圓錐曲線之要件	386
106. 退縮圓錐曲線系.....	390
107. 轉軸時之不變式.....	394
108. 移軸時之不變式.....	401
109. 二次方程之軌跡之性狀	404
110. 等圓錐曲線	409
111. 圓錐曲線定於五要件	412

第 十 三 章

相似圓錐曲線之變位

112. 總綱	415
113. 等形	415
114. 移位	416
115. 轉位	417

116. 易位	420
117. 直線上之反映	424
118. 對稱變位	425
119. 等勢圓錐曲線及對稱圓錐曲線	431
120. 等比變位	432
121. 相似變位	433
122. 相似圓錐曲線	436

第 十 四 章

反數形

123. 定義	442
124. 反演方程式	443
125. 圓錐曲線之反演	446
126. 兩圓所作之角	454
127. 反演時角度之不變	455
128. 直線系之反演	457
129. 同心圓系之反數形	459
130. 正交圓系	461

第十五章

極帶及極帶交換

131. 對於圓之極及極帶.....	463
132. 極與極帶之作法.....	465
133. 對於圓之交換極帶.....	469
134. 對數任意兩次方程之軌跡之極與極帶.....	472
135. 對於任意二次方程之軌跡之交換極帶.....	477
136. 一圓對於他圓之交換極帶.....	481
137. 相系	485

立體部

第十六章

空間之卡的遜坐標

138. 卡的遜坐標	489
139. 直角投影.....	493
140. 直線之方向餘弦.....	497
141. 長	499
142. 兩方向直線間之角.....	504
143. 分點	506

第 十 七 章

面 曲 線 方 程 式

144. 空間之軌跡	511
145. 面之方程式第一基本問題	512
146. 平行坐標面之平面	515
147. 曲線之方程式第一基本問題	516
148. 方程式之軌跡第二基本問題	520
149. 兩個方程式之軌跡第二基本問題	521
150. 曲線方程式之討論第三基本問題	521
151. 面方程式之討論第三基本問題	524

第 十 八 章

平 面 及 三 變 數 之 一 次 方 程 式

152. 平面之法線式	528
153. 一次之普通方程式 $Ax + By + Cz + D = 0$	529
154. 三條款測定一平面	535
155. 平面之截線式	540
156. 一點與平面之距離	541
157. 兩平面間之角	542
518. 平面系	545

第十九章

空間之直線

159.	直線之普通方程式.....	550
160.	直線之投影平面.....	556
161.	直線之各種方程式.....	560
162.	直線與平面相關之位置.....	567
163.	三個一次方程式之解法.....	568

第二十章

特別之面

164.	總綱.....	575
165.	球面.....	575
166.	圓柱面.....	579
167.	曲線之投影圓柱面.....	581
168.	圓錐面.....	582
169.	旋轉面.....	584
170.	法面.....	586

第二十一章

坐標之變換法及各種坐標法

171. 移軸	592
172. 轉軸	592
173. 極坐標	595
174. 球面坐標	596
175. 圓柱面坐標	597

第二十二章

二次曲面及三變數之二次方程式

176. 二次曲面	601
177. 三變數二次普通方程式之改簡式	602
178. 橢圓面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	605
179. 一片之雙曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	606
180. 兩片之雙曲面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	608
181. 橢圓拋物面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2cz$	612
182. 雙曲線拋物面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2cz$	613
183. 直母線	616

第二十三章

直線與二次曲面之關係

二次曲面理論之應用

184. ρ 方程式直線與二次曲面相關之位置	619
185. 正切平面	621
186. 極平面	624
187. 外切圓錐面	624
188. 漸近線方向及圓錐面	628
189. 心	633
190. 直徑平面	634

平面解析幾何學原理

第一章

代數及三角之復習

1. 數 代數學所論之數有二種。即實數與虛數是也。

凡實數。其平方必爲正數。然零亦爲實數。

凡純粹之虛數。其平方必爲負數。任何虛數。必可以 $b\sqrt{-1}$ 表之。然 b 爲實數。且 $(\sqrt{-1})^2 = -1$ 。

凡可寫爲 $a+b\sqrt{-1}$ 形之數。名曰複素數。(Complex number) 其 a, b 俱爲實數。且 b 不等於零。又複素數之平方仍爲複素數。因若 a 不等於零。則

$$(a+b\sqrt{-1})^2 = a^2 - b^2 + 2ab\sqrt{-1}$$

故也。

2. 常數 凡數量。其值一定不變者曰常數。

常數無論在何種問題。其值恒不變如 $2, -3, \sqrt{7}, \pi$ 等者。曰絕對常數。(Absolute constant)。