

中学基础知识与素质教育

ZHONGXUE JICHU ZHISHI YU SUZHI JIAOYU

丛书主编◎吴万用

初中数学

知识点与能力训练手册

衣凤岐 谢慧◎主编



ZHISHIDIAN YU NENGLIXUNLIAN SHOUCE

大连理工大学出版社

Dalian University of Technology Press

丛书主编◎吴万用

ZHONGXUE JICHU ZHISHI YU SUZHI JIAOYU

中学基础知识与素质教育

初中数学

知识点与能力训练手册

第四版

主 编 / 衣凤岐 谢 慧
编 者 / 闫 森 张 叶 岳战军
李 刚 王殿坤 安丰波
刘溥臣

大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

100-03115
12

© 衣凤岐, 谢慧 2003

图书在版编目(CIP)数据

初中数学知识点与能力训练手册 / 衣凤岐, 谢慧主编. — 4版. — 大连:
大连理工大学出版社, 2003. 6
中学基础知识与素质教育
ISBN 7-5611-1775-2

I. 初… II. ①衣… ②谢… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 05936 号

大连理工大学出版社出版

地址: 大连市凌水河 邮政编码: 116024

电话: 0411-4708842 传真: 0411-4701466 邮购: 0411-4707961

E-mail: dutp@mail.dlptt.ln.cn URL: http://www.dutp.cn

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸: 185mm × 260mm 印张: 15 字数: 473千字

印数: 80 001 ~ 100 000

2000年7月第1版

2003年6月第4版

2003年6月第8次印刷

责任编辑: 韩 艺
封面设计: 孙宝福

责任校对: 李 丽
版式设计: 宋 蕾

定 价: 15.00 元

概念篇

数与式 第1章

一、有理数

► 知识点剖析

(一) 知识要点

1. 正数、负数

像5, 1.5, $10\frac{1}{2}$ 等大于0的数叫做正数。

像-5, -1.5, $-10\frac{1}{2}$ 等在正数前面加上“-”号的数叫做负数。

2. 整数、分数

正整数、零、负整数统称为整数。

正分数、负分数统称为分数。

3. 有理数

整数和分数统称为有理数,有理数可划分为:正有理数、负有理数、零。

4. 数轴

规定了原点、正方向、单位长度的直线叫做数轴。

5. 相反数、绝对值

只有符号不同的两个数,其中一个叫做另一个的相反数,它们互为相反数,数 a 的相反数是 $-a$ 。

一个数 a 的绝对值就是数轴上表示 a 的点与原点的距离, a 的绝对值记作 $|a|$ 。

6. 倒数

乘积是1的两个数互为倒数。0没有倒数。

7. 乘方

求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方,乘方的结果叫幂, a 的 n 次方,记作 a^n ,其中 a 称之为底数, n 称之为指数。

(二) 思维拓展

1. 有关零

(1)零既不是正数,也不是负数;零和正数统称为非负数;零和负数统称为非正数。

(2)零的相反数为零,绝对值也为零。

2. 有关数轴

(1)有理数和数轴上的点有如下关系:每一个有理数都可以用数轴上的惟一确定的点表示。

(2)数轴是用“形”来研究“数”的性质的有力工具,充分了解数轴的结构及应用特点很重要,用数轴可以进行数的大小比较,即正确用数轴上的点表示出数后,应用“数轴上的点表示的数,右边的数总比左边的数大”进行比较。

3. 有关相反数

(1)相反数的几何意义:在数轴上原点的两旁,并且离开原点距离相等的两个点。

(2)如果 a 与 b 互为相反数,则 $a+b=0$,或 $a=-b$,或 $-a=b$ 。

4. 有关绝对值

一个数的绝对值大于或等于零,即对任一有理数 a ,必有 $|a| \geq 0$ 。

5. 有关乘方

乘方是一种运算,它的结果是幂;负数或分数的乘方应该用小括号括起来。

(三) 考纲要求及命题走向

1. 考纲要求

理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小;借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母);理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、

乘方及简单的混合运算。

2. 命题走向

纵观全国各地近几年的中考试题,考查有理数基本概念的题目约占2~3分,题目要求考生判断说法的正误或说法正确的个数等,题型多以填空题、选择题为主,难度适中。

► 品牌题解析

1. 基础题解析

【例1】 下列判断正确的是()。

- A. 所有的整数都是正数
B. 正整数、负整数统称为整数
C. 分数一定是有理数
D. 有理数包括小数和整数

讲解:本题答案是C

整数还包括负整数,故选项A错;0也是整数,故选项B错;无限不循环小数是无理数,故选项D错。

点拨:本题主要考查有理数的分类,常见的错误有两个方面:

- ①保留小学时整数的定义,认为整数即0和正整数。
②将小数和分数的概念弄混淆,误认为小数和分数一定可以相互转化,事实上无限不循环小数是不能化成分数的,如 π 。

【例2】 下面说法:

- (1)在数轴上表示 $-a$ 的相反数的点一定在原点的左边。
(2)两个表示相反意义的数是相反数。
(3)符号不同的两个数是相反数。
(4)任何一个数的相反数与这个数本身不相同。

其中正确的个数是()。

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

讲解:本题答案是D

$-a$ 的相反数是 a ;当 $a \geq 0$ 时,数轴上表示的数是原点或在原点的右边;当 $a \leq 0$ 时,数轴上表示的点是原点或在原点的左边,故(1)错;相反数是体现两个数之间关系的一个定义,强调“只有符号”不同,其本质是:①两数符号相反;②两数除符号外的数字相同,二者缺一不可,故(2)、(3)错;零的相反数是零,故(4)错。

点拨:本题主要考查学生相反数的理解, $-a$ 的相反数是 a , $-a$ 不一定是负数,它随着 a 的值变化而变化,因而在数轴上的位置也不同。

【例3】 若 $|a-1|=3$,则 $a=$ _____

讲解: $a=4$ 或 -2

本题有三种解题思路:

解法1: $\because |a-1|=3$

$$\therefore a-1=3 \text{ 或 } a-1=-3$$

$$\therefore a=4 \text{ 或 } -2$$

解法2:分类讨论求值。

$$\textcircled{1} \text{ 当 } a > 1 \text{ 时, } |a-1|=a-1, \therefore a=4$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } a < 1 \text{ 时, } |a-1|=1-a, \therefore a=-2$$

解法3: $|a-1|=3$ 的几何意义为在数轴上表示到1的距离为3的点,故 $a=4$ 或 -2

点拨:本题主要考查绝对值的意义,解法1把 $a-1$ 看成一个整体,根据绝对值为3的数是 ± 3 求解;解法2根据使 $a-1$ 为不同性质的数的 a 的值进行分类讨论;解法3关键在对 $|a-1|$ 的几何意义的理解。相反数、绝对值的几何意义常为一些问题的解决提供极大的方便。

【例4】 $-(\frac{2}{3})^4$ 的值是_____。

$$\text{讲解:原式} = -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{2^4}{3^4} = -\frac{16}{81}$$

点拨: $(-\frac{2}{3})^4$ 与 $-(\frac{2}{3})^4$ 的结构相似,仅有“-”号位置的不同,其意义大相径庭,从而计算过程与结果不同,解题时应注意分辨其不同之处。

【例5】 $(-1)^4 - (1-0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 + (-3)^2]$ 的值是_____。

$$\text{讲解:原式} = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 11 = -\frac{5}{6}$$

点拨:在有理数混合运算中,遵循运算规则是第一要素;正确处理运算符号是第二要素;合理正用、逆用运算规律是第三要素;对一些相似的数据计算要认真分清它们之间的联系与区别,如分辨 -1^4 与 $(-1)^4$ 的不同之处,直接影响计算结果。

2. 中考题解析

【例6】 2000年北京市中考题 -3 的相反数是()。

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

讲解:本题答案是C

-3 的相反数是 3 ; -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$,故选项B错; -3 的负倒数是 $\frac{1}{3}$,故选项D错。

点拨:本题也可利用“连续求两次相反数即回到原数本身”来做,即 $-(-3)=3$, $\therefore -3$ 的相反数是 3

【例7】2000年石家庄市中考题 比较大小。

$$-1.6 \quad \underline{\quad} \quad -1.67$$

讲解： $-1.6 > -1.67$

$$\because |1.6| = 1.6, |-1.67| = 1.67, 1.6 < 1.67$$

$$\therefore -1.6 > -1.67$$

点拨：比较负数间大小有两种方法：

①用数轴法比较，即“数轴上的点所表示的数，右边的总比左边的大”；

②用绝对值法比较，即“两个负数，绝对值大的反而小”，两个负数的大小关系与它们绝对值的大小关系正好相反。

► 品牌题训练

(一) 选择题

- 下列各数 $-\frac{1}{2}, 3, 0, 52, -(-2), 0, -5$ 中正数有()个。
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 下列各对数中，互为相反数的是()。
A. $+(-8)$ 和 $-(+8)$
B. $-(-8)$ 和 $+(+8)$
C. $-(-8)$ 和 $|-8|$
D. $-(-8)$ 和 $+(-8)$
- 下列说法正确的是()。
A. 两个数的绝对值相等，则这两个数相等
B. 不相等的两个数的绝对值也不相等
C. 相等的两个数的绝对值一定相等
D. 两个数互为相反数，则绝对值一定不相等
- 一个数的相反数是非负数，那么这个数一定是()。
A. 正数 B. 正数或零
C. 负数 D. 负数或零
- 绝对值小于2.5的整数有()个。
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
- a 和 b 互为相反数，下列各组中不一定是相反数的是()。
A. a^4 和 b^3 B. a^2 和 b^2
C. $-a$ 和 $-b$ D. $\frac{a}{2}$ 和 $\frac{b}{2}$
- 下列说法错误的是()。
A. 所有的有理数都可以用数轴上的点表示
B. 数轴上的原点表示零
C. 在数轴上表示-3的点与表示+1的点的距离是2

D. 数轴上表示 $-3\frac{1}{4}$ 的点，在原点左边 $3\frac{1}{4}$ 个单位

8. $(-1)^{1999} + (-1)^{2000}$ 的值是()。

- A. 0 B. 2
C. -2 D. 以上都不对

9. 下列说法中错误的是()。

- A. -1 的倒数的相反数是 1
B. 0 的相反数等于 0
C. 1 的相反数等于它的倒数
D. 1 的相反数等于它的负倒数

10. 若有理数 a, b 在数轴上的对应点如图 1-1，则下列结论中错误的是()。

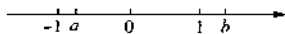


图 1-1

- A. $b > a$ B. $|a| > -b$
C. $|b| > a$ D. $|a| > |b|$

11. 下列说法正确的是()。

- A. 2^3 表示 2×3 的积
B. 任何一个有理数的偶次方都是正数
C. 一个数的平方是 $\frac{4}{9}$ ，这个数一定是 $\frac{2}{3}$
D. -3^2 与 $(-3)^2$ 互为相反数

12. 在 -2, 3, 4, -5 这四个数中，任取两个数相乘，所得积最大的是()。

- A. 20 B. -20
C. 12 D. 10

13. 下列运算正确的是()。

- A. $a^2 = (-a)^2$ B. $a^3 = (-a)^3$
C. $-a^2 = |-a^2|$ D. $a^3 = |a^3|$

14. 某种细菌在培养过程中，细菌每半小时分裂一次(由一个分裂为两个)，经过两小时，这种细菌由一个可分裂繁殖成()。

- A. 8 个 B. 16 个 C. 4 个 D. 32 个

15. 计算 $-2^2 - (-2)^2 - 2^3 - (-2)^3 - (-1)^2 + (-1)^3$ 的结果是()。

- A. -108 B. -6 C. 2 D. 0

(二) 填空题

16. 最小的正整数是_____，最大的负整数是_____，绝对值最小的数是_____，倒数等于本身的数是_____，相反数等于本身的数是_____，绝对值等于本身的数是_____。

17. 下列各数： $-\frac{2}{3}, 8, 9, -7, \frac{4}{5}, -3.3, 0, -0.5,$

+98, -9 其中正数有 _____ 个, 负分数有 _____ 个, 整数有 _____ 个, 有理数有 _____ 个。

18. 数轴上到原点距离为 4 的点有 _____ 个, 它们是 _____。

19. $-(-8)$ 是 _____ 的相反数, $-|-5|$ 的相反数是 _____, $a-2$ 的相反数是 _____。

20. 用“>”“=”“<”填空。

(1) 当 $b > 0$ 时, $a-b$ _____ a

(2) 当 $b = 0$ 时, $a-b$ _____ a

(3) 当 $b < 0$ 时, $a-b$ _____ a

21. 在 $(-2)^3$ 中底数是 _____, 指数是 _____, 值是 _____。

22. 当 n 为奇数时, $\frac{1+(-1)^n}{4} =$ _____; 当 n 为偶数时, $\frac{1+(-1)^n}{4} =$ _____。

23. 若 $a^7 > 0$, 则 a _____ 0, 若 $a^5 < 0$, 则 a _____ 0。

24. a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值是 1, 则 $\frac{a+b}{m} + cd + m^3 =$ _____。

(三) 解答题

25. 在数轴上标出小于 5 且大于 -3 的所有整数。

26. 在数轴上标出下列各数, 再按从小到大的顺序把这些数连接起来。

+5 -4 $-3\frac{1}{2}$ 0 2.5 -3.6

27. 比较大小: (写出过程)。

(1) $-\frac{7}{12}$ 和 $-\frac{5}{9}$

(2) $-\frac{1}{6}$ 和 $-\frac{1}{7}$

28. 写出符合下列条件的数。

(1) 小于 $3\frac{1}{4}$ 的非负整数

(2) 绝对值小于 3 的整数

29. 化简下列各数。

$-(-15.1)$ $+(-25)$

$-(+1\frac{2}{3})$ $+(+3\frac{1}{3})$

30. 把下列各题写成代数和的形式, 并计算其值。

(1) $(+12) - (-18) + (-7) - (+15)$

(2) $(-40) - (+28) - (-19) + (-24) - (-32)$

31. 计算。

(1) $-(-3)^2 - 3^2 - (-3)^3 + (-1)^6$

(2) $7\frac{1}{3} \times (-\frac{1}{12}) \div \frac{1}{9} \div (-\frac{11}{14})$

【参考答案与提示】

(一) 选择题

1. C 2. D 3. C 4. D 5. A

6. B 7. C 8. A 9. C 10. D

11. D 12. C 13. A 14. B 15. B

(二) 填空题

16. 1, -1, 0, 1 和 -1, 0, 非负数

17. 3, 3, 4, 9 18. 2 个, 4 和 -4

19. -8, 5, 2-a 20. <, =, >

21. -2, 3, -8 22. 0, $\frac{1}{2}$

23. >, < 24. 0 或 2

(三) 解答题

25. 略 26. 略

27. ① $-\frac{7}{12} < -\frac{5}{9}$

$\because |-\frac{7}{12}| = \frac{7}{12}, |-\frac{5}{9}| = \frac{5}{9}, \frac{7}{12} > \frac{5}{9}$

$\therefore -\frac{7}{12} < -\frac{5}{9}$

② $-\frac{1}{6} < -\frac{1}{7}$

$\because |-\frac{1}{6}| = \frac{1}{6}, |-\frac{1}{7}| = \frac{1}{7}, \frac{1}{6} > \frac{1}{7}$

$\therefore -\frac{1}{6} < -\frac{1}{7}$

28. (1) 0, 1, 2, 3 (2) -2, -1, 0, 1, 2

29. 15, 1, -25, -1 $\frac{2}{3}$, 3 $\frac{1}{3}$

30. (1) $12+18-7-15=30-22=8$

(2) $-40-28+19-24+32$

$=-68+19-24+32$

$=-49-24+32$

$=-73+32$

$=-41$

31. (1) 原式 $= -9-9+27+1=10$

(2) 原式 $= \frac{22}{3} \times (-\frac{1}{12}) \times 9 \times (-\frac{14}{11})$

$= \frac{22}{3} \times \frac{1}{12} \times 9 \times \frac{14}{11} = 7$

二、实数

► 知识点剖析

(一) 知识要点

1. 平方根、算术平方根

如果一个数的平方等于 a , 这个数就叫做 a 的平方

根(或二次方根),即若 $x^2=a$,则 x 叫做 a 的平方根;正数 a 的正的平方根,叫做 a 的算术平方根。

2. 立方根

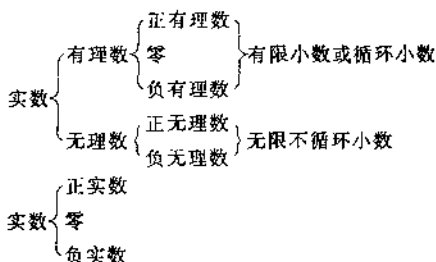
如果一个数的立方等于 a ,这个数就叫做 a 的立方根(也叫做三次方根),即若 $x^3=a$,那么 x 叫做 a 的立方根。

3. 无理数

无限不循环小数叫做无理数。

4. 实数

有理数和无理数统称为实数。



5. 近似数与有效数字

一个近似数,从左边第一个不是0的数字起,到需要精确的数位止,所有的数字,都叫做这个数的有效数字。

6. 二次根式、二次根式的性质

一般地,式子 \sqrt{a} ($a \geq 0$)叫做二次根式。

二次根式有如下性质:

(1) 积的算术平方根

积的算术平方根,等于积中各因式的算术平方根的积,即 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)。

(2) 商的算术平方根

商的算术平方根,等于被除式的算术平方根除以除式的算术平方根,即 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)。

7. 最简二次根式

满足下列两个条件的二次根式,叫做最简二次根式。

- (1)被开方数的因数是整数,因式是整式;
- (2)被开方数中不含有开得尽方的整数或整式。

8. 同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式以后,如果被开方数相同,这几个二次根式叫做同类二次根式。

9. 二次根式的运算

(1) 乘法

两个二次根式相乘,按照法则 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

($a \geq 0, b \geq 0$)进行,结果要化成最简二次根式。

两个含有二次根式的代数式相乘,如果它们的积不含有二次根式,这两个代数式叫做互为有理化因式。

(2) 除法

两个二次根式相除,按照法则 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)进行,结果化成最简二次根式。

把分母中的根号化去,叫做分母有理化。

(3) 加减法

二次根式相加减,先把各个二次根式化成最简二次根式,再合并同类二次根式。

(二) 思维拓展

1. 有关平方根

一个正数有两个平方根,它们互为相反数;0有一个平方根,就是0本身;负数没有平方根。

2. 有关立方根

一个正数有一个正的立方根;一个负数有一个负的立方根;0的立方根仍然是0。

3. 有关实数

有理数的运算法则在实数范围都适用;实数和数轴上的点是一一对应的。

4. 有关近似数与有效数字

(1)有效数字越多,近似数就越相对精确。

(2)由四舍五入得到的近似数0.005016,左边第一个不是零的数是5,最后一位四舍五入所得到的数是6,从5到6中间的所有的数字是5,0,1,6,左边的三个0不算,但5和1之间的0要算,这个近似数有4个有效数字。

5. 有关二次根式

(1)二次根式 \sqrt{a} ($a \geq 0$)的实质是非负数的算术平方根的表示式,即 \sqrt{a} ($a \geq 0$)是一个非负数。

($\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$),应用这个式子,可以把任何一个非负数写成一个数的平方的形式。

(2)二次根式加减混合运算的实质就是合并同类二次根式。

(3)二次根式 $\sqrt{a^2}$ 化简:

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

(三) 考纲要求及命题走向

1. 考纲要求

了解平方根、算术平方根、立方根的概念;了解无理

数和实数的概念;理解近似数与有效数字的概念;理解二次根式的定义、性质及运算法则,掌握二次根式化简的方法,技巧及分母有理化。

2. 命题走向

纵观全国各地近年中考试题,对于这部分知识的考查,题型多为填空题、选择题,主要考查对平方根、二次根式等概念的理解;以课本题为原型,经过加工改编成为中考试题,仍然是近年来中考命题的热点。

► 品牌题解析

1. 基础题解析

【例 1】 $\sqrt{25}$ 的算术平方根是()。

A. 5 B. ± 5 C. $\pm \sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$

讲解:本题答案是 D

本题很容易错选 A,读题不仔细是造成本题错解的主要原因, $\sqrt{25}$ 表示 25 的算术平方根, $\sqrt{25}=5$,故本题是求 5 的算术平方根,不能把同时存在的“ $\sqrt{\quad}$ ”与“算术平方根”混为一谈。

点拨:本题告诉我们,认真读题是获取正确答案的前提,做完本题,同学们不妨想想 $\sqrt{a^2}$ 的算术平方根是多少?

【例 2】 下列各数中,是无理数的有 _____。

$\frac{22}{7}$, 3.1415926, $\sqrt{8}$, $\sqrt[3]{9}$, 0.6, $3\frac{1}{4}$, $\sqrt{36}$, 1.732, $\frac{\pi}{3}$

讲解:无理数有 $\frac{\pi}{3}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt[3]{9}$

本题中有三处是易错点:

① π 是无理数, π 不能误认为是 3.14, 故 $\frac{\pi}{3}$ 也是无理数;

② $\sqrt{36}$ 带有根号,但 $\sqrt{36}$ 不是无理数;

③ $\frac{22}{7}$ 是无限循环小数,属于有理数。

点拨:无理数有三种类型:

① 开方开不尽的数,但不是说带有根号的数就是无理数;

② π ;

③ 有规律排列的无限不循环小数,如 0.2020020002...

【例 3】 某位老师在讲“实数”这节课时,画了图 1-2,即以数轴的单位长线段为边作一个正方形,再以原点为圆心,正方形对角线为半径画弧与数轴正半轴交于 A 点,作这样的图是用来说明:_____。

讲解:以下说法都对:①数轴上的点不仅能表示有

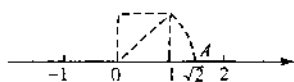


图 1-2

理数也能表示无理数;②可以运用几何作图的办法在数轴上表示出某些无理数。

点拨:本题利用数与形的结合来研究和解决问题,同时也考查了学生的语言表达能力,此题属于探索性问题。

2. 中考题解析

【例 4】 2000 年西安市中考题 下列命题:

(1) 零是最小的实数。

(2) 数轴上所有的点都表示实数。

(3) 无理数就是带根号的数。

(4) $-\frac{1}{27}$ 的立方根是 $\pm \frac{1}{3}$ 。

(5) 一个实数的平方根有两个,它们互为相反数。

其中正确的个数是()。

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

讲解:本题答案是 A

带根号的数不一定是无理数,如 $\sqrt{4}$ ($=2$) 是有理数,而任何数的立方根只有一个,立方根的符号与原数的符号相同,负数没有平方根。

点拨:实数是在有理数的基础上又新增了无理数,这是新的数的形式,要注意在考虑实数概念时,不要遗漏了无理数,而这一点往往被初学者忽视。

【例 5】 2000 年杭州市中考题 在二次根式

$\sqrt{5}a$, $\sqrt{8}a$, $\sqrt{\frac{c}{9}}$, $\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{a^3}$ 中,最简二次根式有()。

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

讲解:本题答案是 B

注意:题中 $\sqrt{a^2+b^2}$ 是最简二次根式。

点拨:判断最简二次根式的标准是:

① 被开方数中每一个因数或因式的指数都小于根指数;

② 被开方数中不含分母;

③ 分母中不含根号,这三者必须同时满足才是最简二次根式。

【例 6】 2000 年云南省中考题 下列各组二次根式中,同类二次根式有()。

(1) $\sqrt{12}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (2) $\sqrt{18}$ 与 $\sqrt{27}$

(3) $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ (4) $\sqrt{2}$ 与 $-2\sqrt{2}$

A. 1组 B. 2组 C. 3组 D. 4组

讲解: 本题答案是 B

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}, \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}, \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

点拨: 要严格按照同类二次根式的定义来正确区分两个二次根式是否是同类二次根式。

► 品牌题训练

(一) 选择题

1. -8 的立方根与 4 的算术平方根的和是()。

A. 0 B. 4 C. -4 D. 0 或 -4

2. 在实数 $-\sqrt{2}$, 0 , $3i$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{1}{7}$, 0.80108 中, 无理数的个数为()。

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. $(-5)^2$ 的算术平方根是()。A. -5 B. 5 C. $-\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$ 4. 下列根式 $2\sqrt{xy}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{\frac{ab}{2}}$, $\sqrt{\frac{3xy}{5}}$, $\sqrt{x+y}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 中, 最简二次根式的个数是()。

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

5. 化简 $\sqrt{a^4+a^2b^2}$ 等于()。A. $|a|\sqrt{a^2+b^2}$ B. $a^2\sqrt{a^2+b^2}$ C. $a(a+b)$ D. $\pm a\sqrt{a^2+b^2}$

6. 下列各式是二次根式的是()。

A. $\sqrt{1-x}(x>0)$ B. $\sqrt{-2a}(a\leq 0)$ C. $\sqrt{-x}(x\geq 0)$ D. $\sqrt{\frac{1}{x-2}}(x\neq 2)$

7. 下列说法中, 不正确的是()。

A. -8 的立方根是 -2

B. $\sqrt[3]{-8}$ 表示 -8 的立方根的相反数C. $\sqrt[3]{-1}$ 表示 -1 的立方根

D. -2 的立方是 -8

8. 若 $\sqrt[3]{4b}$ 与 $\sqrt{3a+b}$ 是同类二次根式, 则 a, b 的值是()。A. $a=0, b=2$ B. $a=1, b=1$ C. $a=0, b=2$ 或 $a=1, b=1$ D. $a=2, b=0$ 9. 若最简二次根式 $\sqrt{1+a}$ 与 $\sqrt{4a^2-2}$ 是同类二次根式, 则 $a=()$ 。A. $a=1$ 或 $-\frac{3}{4}$ B. $a=1$ C. $a=-\frac{3}{4}$ D. 以上都不对10. 把 $(a-1)\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$ 的根号外面的因式移到根号内, 则原式等于()。A. $\sqrt{1-a}$ B. $\sqrt{a-1}$ C. $-\sqrt{a-1}$ D. $-\sqrt{1-a}$

(二) 填空题

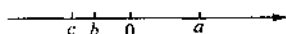
11. 用符号表示 $(-2)^2$ 的平方根_____。12. 若 $x^3=-64$, 则 $x=$ _____; 若 $x^3=343$, 则 $x=$ _____。13. 当 x _____ 时, $\sqrt{2+3x}$ 在实数范围内有意义;当 x _____ 时, $\sqrt{\frac{1}{1-x}}$ 在实数范围内有意义。14. $2-\sqrt{3}$ 的相反数是_____, 绝对值是_____。15. 已知最简二次根式 $5\sqrt{3x-1}$ 与 $\frac{1}{3}\sqrt{2x+7}$ 是同类二次根式, 则 $x=$ _____。16. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图 1-3, 化简 $a+|a+b|-\sqrt{c^2}-\sqrt{(b-c)^2}=$ _____

图 1-3

(三) 解答题

17. 求下列各数的平方根和算术平方根。

(1) $6\frac{1}{4}$ (2) 0.0144 (3) 10^{-8} (4) $(-24)^2$

18. 一正方形和一长是 9cm, 宽是 4cm 的矩形面积相等, 试求这个正方形的边长。

19. 球的体积公式是 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$, 若球的体积 $V=288\pi\text{cm}^3$, 求半径 R 。

20. 比较下列各组数中两个数大小。

(1) 5 与 0 (2) -3 与 0

(3) π 与 3.142 (4) $-\sqrt{3}$ 与 -1.7321. 已知 $\sqrt{3}\approx 1.732$, 求 $\sqrt{\frac{1}{12}}$ 的近似值(精确到

0.01)。

22. 把下列各式化成最简二次根式。

(1) $\sqrt{\frac{d}{ab^2c^3}}$

(2) $\sqrt{\frac{3y}{98x}}$

(3) $2ab\sqrt{\frac{1}{b^2}-\frac{1}{a^2}} (a>b)$

【参考答案与提示】

(一) 选择题

1. A 2. B 3. B 4. A 5. A 6. B 7. B

8. A 提示: 将 A 项与 C 项严格加以区分, 虽然 C 项 $a=1, b=1$ 也满足 $a+b=2$ (此时 $4b=3a+b$), 但此时 $\sqrt[4]{4b} = \sqrt[4]{4} = 2$ 与 $\sqrt{3 \times 1 + 1} = \sqrt{4}$ 均不是根式, 故 C 项错。

9. B 提示: 由 $1+a=4a^2-2$ 得 $a=1$ 或 $-\frac{3}{4}$, 但当 $a=-\frac{3}{4}$ 时, $\sqrt{1+a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ 不是根式, 不合题意, 故舍去。

10. D 提示: $\because -\frac{1}{a-1} > 0 \therefore a-1 < 0$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= -(1-a)\sqrt{-\frac{1}{a-1}} \\ &= -\sqrt{(a-1)^2 \cdot \left(-\frac{1}{a-1}\right)} \\ &= -\sqrt{1-a} \end{aligned}$$

故选 D。

(二) 填空题

11. $\pm\sqrt{(-2)^2}$ 12. $-4, 7$ 13. $\geq -\frac{2}{3}, < 1$

14. $\sqrt{3}-2, 2-\sqrt{3}$ 15. 8 16. $2a+2c$

(三) 解答题

17. (1) $6\frac{1}{4}$ 的平方根是 $\pm\frac{5}{2}$, 算术平方根是 $\frac{5}{2}$

(2) 0.0144 的平方根是 ± 0.12 , 算术平方根是 0.12

(3) 10^{-8} 的平方根是 $\pm 10^{-4}$, 算术平方根是 10^{-4}

(4) $(-24)^2$ 的平方根是 ± 24 , 算术平方根是 24

18. 6cm 19. 6cm

20. (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $<$ 21. 0.29

22. (1) $\frac{\sqrt{acd}}{abc^2}$ (2) $\frac{\sqrt{6xy}}{14x}$ (3) $2\sqrt{a^2-b^2}$

三、代数式

▶ 知识点剖析

(一) 知识要点

1. 代数式

用基本的运算符号把数或表示数的字母连接而成的式子叫做代数式。

2. 代数式的值

用数值代替代数式里的字母, 按照代数式指明的运算, 计算出的结果叫做代数式的值。

(二) 思维拓展

1. 书写代数式应注意的几个问题

(1) 代数式中出现乘号, 通常写作“ \cdot ”或省略不写;

(2) 数与数相乘, 仍然用“ \times ”号;

(3) 数字与字母相乘, 数字在前, 字母在后;

(4) 代数式中出现除法运算时, 按照分数的写法来写。

2. 有关代数式

代数式是由运算符号连接而成的, 含有“ $=$ ”、“ $<$ ”、“ $>$ ”、“ \neq ”的式子不能称为代数式, 如“ $x > 2$ ”不是代数式。

(三) 考纲要求及命题走向

掌握代数式的意义, 列出代数式, 求代数式的值。纵观几年的中考题, 命题多以填空题、选择题为主, 题目难度不大。

▶ 品牌题解析

1. 基础题解析

【例 1】下列式子中, 书写格式正确的是()。

A. $a-\frac{c}{b}$

B. $\frac{1}{2} \cdot 7a^2b$

C. $ab \div c$

D. $m \times 3$

讲解: 本题答案是 A

B 中数字与数字相乘时, 不能省略乘号或用“ \cdot ”代替乘号; C 中的除法运算要写成分数形式; D 中乘法运算是数字与字母相乘, 要省略乘号, 并把数字写在字母后面。

点拨: 本题着重考查学生对“书写代数式应注意的几个问题”的掌握, 代数式的书写还应注意的是: 带分数与字母相乘时, 应把带分数写成假分数, 如 $\frac{7}{2}xy^2$ 等; 最后一步是加减运算的代数式, 带单位时要把整个代数式

加上括号。

【例2】 设甲数为 x , 用代数式表示比甲数大 10% 的数为_____。

讲解: $x+10\%x$

本例中的 10% 不是一个具体的数, 体现的是一种比例关系, 即 $\frac{10}{100}x$, 不同于“比甲数大 10”的意义, 从而不要误写成 $x+10\%$ 。

点拨: 列代数式时, 要注意分辨相同句式后所接数字的不同意义, 往往是一些细微的区别就会导致结论的改变。做完本题, 同学们可想想: 用代数式表示与 $2a-1$ 的和为 8 的数是多少?

【例3】 下列语句:

(1) $2x$ 表示偶数。

(2) 一个代数式只有一个值。

其中()。

A. (1)、(2)均不正确 B. (1)正确

C. (2)正确 D. (1)、(2)均正确

讲解: 本题答案是 A

(1) 中用一个特殊值替代了 x 的一般性 (x 为任意数), 由此得出的结论不具有普遍性, 如 $x = \frac{1}{2}$, $2x = 1$, 不是偶数; (2) 中的代数式因字母的取值不同而得到不同的值。

点拨: 用“ $2x$ ”型的代数式表示偶数, x 有限制条件, 即 x 应为整数, 做完本题, 可以思考: 全体奇数用代数式怎么表示。

2. 中考题解析

【例4】 1999年山西省中考题 用语言叙述代数式 $a^2 - b^2$, 正确的是()。

A. a, b 两数的平方差 B. a 与 b 差的平方

C. a 与 b 的平方的差 D. b, a 两数的平方差

讲解: 本题答案是 A

点拨: 表述代数式的意义或列代数式要注意一些习惯用法, 如 $a^2 \pm b^2 \Leftrightarrow a, b$ 的平方和(差); $(a \pm b)^2 \Leftrightarrow a, b$ 的和(差)的平方等。

► 品牌题训练

(一) 选择题

1. 下列各式哪些是代数式? ()

(1) $3x-4y$ (2) $S = \frac{1}{2}ab$

(3) $a(b+c) = ab+ac$; (4) $2a$

(5) $2x+4y=7$ (6) 0

(7) $3\frac{1}{2}-2$

A. (1)(4) B. (1)(4)(6)

C. (1)(4)(7) D. (1)(4)(6)(7)

2. 下列式子中符合代数式的书写格式的是()。

A. $x \cdot \frac{1}{2}y$ B. $m \div 3n$

C. $\frac{x-y}{4}$ D. $2\frac{3}{4}ab$

3. 一个两位数的十位数字为 a , 个位数字为 b , 如果十位数字与个位数字对调, 则这新的两位数是()。

A. ab B. ba C. $10a+b$ D. $10b+a$

4. 用语言叙述 $\frac{1}{a}-2$ 表示的数量关系中, 表达不正确的是()。

A. 比 a 的倒数小 2 的数

B. 比 a 的倒数大 2 的数

C. a 的倒数与 2 的差

D. 1 除以 a 的商与 2 的差

5. 一项工程, 甲独做 a 天完成, 乙独做 b 天完成, 则甲乙合做一天可完成的工作量是()。

A. $\frac{1}{a+b}$

B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

C. $\frac{1}{ab}$

D. $1 \div (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$

6. 下面说法:

(1) 2 与 $\frac{2a}{a+b+c}$ 都表示代数式。

(2) 代数式 $\frac{cb}{a}$ 表示 c 除以 a 再乘以 b 。

(3) a 与 b 的和的 60% 等于 $60\%(a+b)$ 。

(4) a 减 b 的平方是 $(a-b)^2$ 。

其中正确的是()。

A. (1)(2)(3)(4) B. (2)(3)

C. (1)(3) D. (3)(4)

(二) 填空题

7. 三个数 a, b, c 的平均数用代数式表示是_____。

8. 除以 y 的商是 $x-2$ 的数为_____。

9. 温度由 18°C 上升 $t^\circ\text{C}$ 后是_____。

10. 一个工厂 10 月份生产 a 件产品, 11 月份比 10 月份增产 20%, 12 月份比 11 月份减产 20%, 则 12 月份生产产品是_____件。

11. 一件商品每件成本 a 元, 按成本增加 25% 定出价格, 后因库存积压减价, 按价格的 92% 出售, 每件还能盈利_____元。

12. 一名打字员要打印稿件 a 页, 原计划每天打印 b 页, 用代数式表示。

(1)如果每天比计划多打印 c 页,可提前_____天完成;

(2)如果按计划工作了 5 天,还剩_____页。

(三)解答题

13. 用代数式表示。

(1)比 a 除 b 的商小 2 的数

(2)比 m 除以 n 的商大 7 的数

(3) x 与 y 的和的 75%

(4)被 a 除商 b 余 c 的数

14. 表述下列各代数式的意义。

(1) $\frac{1}{2}(a^2+b^2)$

(2) $2x^2-3y^2$

(3) $(a-b)^3$

(4) a^2+b^3

15. 甲块棉田 m 亩,每亩施化肥 a 千克,乙块棉田 n 亩,每亩施化肥 b 千克,则共需化肥多少千克?

【参考答案与提示】

(一)选择题

1. D 2. C 3. D 4. B 5. B

6. A

(二)填空题

7. $\frac{a+b+c}{3}$ 8. $y(x-2)$

9. $(18+z)$ 注意:必须加括号

10. $(1+20\%)(1-20\%)a$ 11. 0.15a

12. (1) $(\frac{a}{b} - \frac{a}{b+c})$

(2) $(a-5b)$ 提示:后面有单位,故必须加括号

(三)解答题

13. (1) $\frac{b}{a}-2$ 提示:此式中“除”与“除以”的意义不同,“ a 除 b ”是 $\frac{b}{a}$,而“ a 除以 b ”是 $\frac{a}{b}$,一字之差,列式正好相反

(2) $\frac{m}{n}+7$ 提示:同本题(1)

(3) $75\%(x+y)$ (4) $ab+c$

14. (1) a, b 两数的平方和的一半

(2) x 的平方的 2 倍与 y 的平方的 3 倍的差

(3) a, b 两数的差的立方

(4) a 的平方与 b 的立方的和

15. $(am+bn)$ 千克

四、整式与分式

▶ 知识点剖析

(一)知识要点

1. 幂的运算性质

(1)同底幂的乘法

同底数幂相乘,底数不变,指数相加。

(2)幂的乘方

幂的乘方,底数不变,指数相乘。

(3)积的乘方

积的乘方,等于把积的每一个因式分别乘方,再把所得的幂相乘。

2. 科学记数法

把一个大于 0 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式,其中 a 是整数位只有一位的数,这种记数的方法叫做科学记数法。

3. 单项式、多项式、整式

(1)单项式

像代数式 $4x, ab, x^3, -n$, 它们都是数与字母的积,这样的代数式叫做单项式;单独一个数或一个字母也是单项式;单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数;一个单项式中,所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数。

(2)多项式

几个单项式的和叫做多项式。

(3)整式

单项式和多项式统称为整式。

4. 降幂排列、升幂排列

把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来,叫做把多项式按这个字母降幂排列;把一个多项式,按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来,叫做把多项式按这个字母升幂排列。

5. 同类项、合并同类项

所含字母相同,并且相同字母的次数也相同的项叫做同类项;把多项式中的同类项合并成一项,叫做合并同类项。

6. 整式的乘法法则

(1)单项式的乘法

单项式相乘,把它们的系数及相同字母分别相乘,对于只在一个单项式里含有的字母,则连同它的指数作为积的一个因式。

(2)单项式与多项式相乘

单项式与多项式相乘,就是用单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加。

(3) 多项式的乘法

多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把所得的积相加。

7. 乘法公式

(1) 平方差公式

两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差。

(2) 完全平方公式

两数和(或差)的平方,等于它们的平方和,加上(或减去)它们的积的2倍。

8. 分式

一般地,用 A, B 表示两个整式, $A \div B$ 可以写成 $\frac{A}{B}$ 的形式,如果 B 中含有字母,式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式,其中 A 叫做分式的分子, B 叫做分式的分母。

9. 最简分式

一个分式的分子与分母没有公因式时,叫做最简分式。

10. 分式的通分

通分的关键是确定几个分式的公分母,通常各分母的所有因式的最高次幂的积作为公分母,这样的公分母,这叫最简公分母。

11. 分式的加、减、乘、除混合运算

先做乘、除运算,再做加减运算,遇到有括号先计算括号里的部分。

12. 公式变形

把一个公式从一种形式变换成另一种形式,叫做公式变形。

(二) 思维拓展

1. 有关科学记数法

(1) $a \times 10^n$ 形式中的 a 应满足 $1 \leq a < 10$ 。

(2) $a \times 10^n$ 形式中 n 的大小应该是原数字的整数位的位数减去 1。

2. 有关单项式、多项式的次数

(1) 如果一个单项式只含有字母因数,它的系数就是 1 或者 -1。如单项式 ab 的系数是 1, 单项式 $-n$ 的系数是 -1; 单项式的系数包括前面的符号; 如果一个单项式的数字因数是带分数,要化为假分数,如 $\frac{10}{3}m$ 不能写作 $3\frac{1}{3}m$ 。

(2) 多项式里,次数最高项的次数,就是这个多项式的次数; 一个多项式里,次数最高的项(即这个多项式的最高次项)可能不止一个。

3. 有关升、降幂排列

(1) 移动项的位置进行升(降)幂排列时,一定带着这个项的符号。移动首项系数是正数的项时,应添上“+”移动,其他正系数的项做首项时,应省略“+”号,移动带有负号的项到第一项时,负号不能省略。

(2) 对于含有两个以上字母的多项式,做升(降)幂排列时,一定要先确定是按哪个字母排列,另外的字母只按系数处理,其次数不必考虑。

4. 有关同类项

(1) 判断是否是同类项的标准是:

① 所含字母相同;

② 相同字母的指数也分别相同。

(2) 判断同类项与系数的太小及字母的排列顺序无关,如 $3ab$ 与 $5ba$ 是同类项,而 $3ab^2$ 与 $5a^2b$ 不是同类项。

(3) 几个常数项也是同类项,如 -125 和 5^2 是同类项。

5. 有关合并同类项

合并同类项的结果不一定必须是单项式。也可能是多项式,不要盲目地把不是同类项的项凑成一个单项式。

6. 因式分解和整式乘法的关系

因式分解是把多项式化为积的形式,而整式乘法是把积的形式化成和、差的形式,它们是互逆的两种恒等变形。

(三) 考纲要求及命题走向

1. 考纲要求

掌握整式,指数的意义和基本性质,会用科学记数法表示数;理解整式的概念,会进行简单的整式加、减运算及乘法运算;能推导乘法公式并能进行计算。用提公因式法、公式法进行因式分解;用公式的基本性质进行约分和通分,会进行加、减、乘、除混合运算。

2. 命题走向

纵观近几年全国各地的中考题,对于这部分知识的考查,题型多为填空题,选择题,主要考查整式、同类项等基本概念的理解;字母取何值时,分式有(无)意义、为零;简单的分解因式。这部分知识的考查,多将试题的背景贴近生活实际,贴近社会热点,融入德育、美学的内容。

► 品牌题解析

1. 基础题解析

【例 1】 下列命题:

(1) $-\frac{a^2b}{\pi}$ 不是单项式。(2) $\frac{a+c}{2}$ 是多项式。(3) $\frac{x+1}{x}$ 不是整式。(4) 0 不是单项式。

其中正确的有()。

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

讲解: 本题答案是 B

(1) 中的 π 是一个数, 不能当成字母, 故 $-\frac{a^2b}{\pi}$ 是单项式, 从而(1)错; (2) 中含有加法运算, 是多项式, 而单项式只含有乘法运算, 故(2)对; 单个的数或式子都是单项式, 故(4)错; (3) 中含有加法运算, 且分母中含有字母, 故不是单项式, 也不是多项式, 从而不是整式, 故(3)对。

点拨: π 是圆周率的代号, 是一个具体的数字, 常被误以为是字母, 这一点应该引起足够的重视, 另外对于 π 而言, 要搞清 π 是无理数, 而不是有理数

【例 2】 下列说法:

- (1) a 是单项式。
(2) 7 是一次单项式。
(3) x 没有指数。
(4) $-y$ 的系数是 0。

其中错误的有()。

- A. 0 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

讲解: 本题答案是 C

显然(1)正确; (2) 中 7 是常数项, 是零次单项式(单项式的次数是指所含字母的指数和, 常数不含字母, 故次数为 0); (3) 中 x 的指数为 1, 常省略不写, 但指数存在; (4) 中 $-y$ 的系数为 -1 , 不是 0。

点拨: 单独的数字与字母也是单项式, 对于系数为 1 或 -1 , 指数为 1 的单项式, 其中的数字“1”往往都省略不写。考察系数时, 要带上原有性质符号, 常数项的次数为 0。

【例 3】 多项式 $-3^5m^2n - 3m^8 + \frac{m^3n^3}{6} + 3^{17}$ 最高次项系数是_____, 它是_____次_____项式。

讲解: 最高次项系数为 -3 , 这个多项式是八次四项式。

单项式的次数与系数的指数无关, 故 -3^5m^2n 的次

数应是三次。这个多项式的最以高次项应该是 $-3m^8$ 。

点拨: 找多项式中的项时应把项前的符号看成性质符号, 多项式的次数由最高次单项式决定, 题中 -3^5m^2n ; -3^5 是系数部分, 3 的指数为 5, 不能算作计算单项式次数的数据之一。做完本题, 同学们试想了 3^{17} 作为单项式次数是多少?

【例 4】 下列各题的变形中, 是多项式因式分解的有()

- A. $a(m+n) = am + an$
B. $x^2y - x = x^2(y - \frac{1}{x})$
C. $m^2 - 6m + 11 = (m-3)^2 + 2$
D. $3(x+y)(x-y) + 3 = 3(x^2 - y^2 + 1)$

讲解: 本题答案是 D

选项 A 不是因式分解, 是整式乘法; 选项 B 不是因式分解, 因式分解是整式范围内的定义; 选项 C 不是因式分解, 等式右边不是因式积的形式。

点拨: 因式分解应注意:

- ① 因式分解与整式的乘法是两种互逆的运算;
- ② 因式分解不应该含有不是整式的式子, 诸如分式等;
- ③ 因式分解是个等量转化过程, 从左到右的变形不能改变原式的大小, 故可以利用整式的乘法运算来检验因式分解是否正确。

【例 5】 下列式子中:

- (1) $\frac{1}{x}$ (2) $-\frac{1}{8}$
(3) $\frac{1}{a-1} (a \geq 0)$ (4) $-\frac{3}{2+y}$
(5) $\frac{b}{a} - 4m$ (6) $\frac{x^2-1}{x-1}$

分式的个数是()。

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 4

讲解: 本题答案是 D

根据分式的定义(1)、(4)、(6)显然是分式; (2) 中分母不含有字母, 故不是分式; (5) 中 $\frac{b}{a} - 4m$, 是 $\frac{b}{a}$ 与 $-4m$ 的和, 不符合 $\frac{A}{B}$ 的形式; (3) 中 $\frac{1}{a-1} (a \geq 0)$, 在 $a=1$ 时分母为 0, 它只表明此时分式没有意义, 但仍然是分式, 故分式有四个。

点拨: 判断一个代数式是否是分式, 应从代数的最初形式来考虑, 而不是看化简的最终结果; 但要注意, 一元一次方程的判断不能仅从给出的方程表面去看, 而是指判别化简后的方程。因此同学们在解题时要善于“具体问题具体分析”, 不要“一刀切”。

【例6】下列说法中,错误的是()。

- A. $\frac{3a}{a^2-4}$ 与 $\frac{a}{4-2a}$ 的最简公分母是 $2(a+2)(a-2)$
 B. $\frac{2}{m+1}$ 与 $\frac{1}{m-1}$ 的最简公分母是 m^2-1
 C. $\frac{2x}{3x^2y^3}$ 与 $\frac{x}{-2xy^2}$ 的最简公分母是 $6x^2y^3$
 D. $\frac{a}{2c(x-y-z)}$ 与 $\frac{b}{c(z+y-x)}$ 的最简公分母是 $2c(x-y-z)$

讲解:本题答案是C

点拨:求最简公分母应分为以下三个步骤:

- ①取各分母系数的最小公倍数;
- ②凡出现的字母(或含字母的式子)为底的幂因式都要取到;
- ③相同字母(或含字母的式子)的幂的因式取指数最大的。

2. 中考题解析

【例7】2000年吉林省中考题 下列计算正确的是()。

- A. $2x^2 \cdot 3x^3 = 6x^6$ B. $x^3 + x^3 = x^6$
 C. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ D. $(x^3)^m \div x^{2m} = x^m$

讲解:本题答案是D

A项应改为 $2x^2 \cdot 3x^3 = 6x^5$;B项应改为 $x^3 + x^3 = 2x^3$ 或 $x^3 \cdot x^3 = x^6$;C项由公式可知 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$;D项正确。

点拨:整式乘法的基本运算形式有三种:同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方,每种基本形式的计算法则不同,在学习时,应注意分清三种基本形式之间的区别,如 $(a^4)^2$ 与 $a^4 \cdot a^2$ 之间的区别, $(a^3)^2$ 与 $a^{(3^2)}$ 之间的区别等。

【例8】1999年北京市中考题 下列三组式子中,是同类项的有()。

- (1) $-\frac{1}{x}$ 和 $\frac{3}{x}$ (2) $-x^2y$ 和 $-xy^2$
 (3) $-ab$ 和 $3ba$

- A. 0对 B. 1对
 C. 2对 D. 3对

讲解:本题答案是B

(1)中分母含有字母,是分式,不是整式,故不可能是同类项;(2)中相同字母的指数不同,故(2)不是同类项;(3)利用乘法交换律可将 $3ba$ 变换为 $3ab$,故它与 $-ab$ 是同类项。

点拨:判断两个式子是否是同类项,应从本质内容出发,加以判断,如不能简单地认为 $-ab$ 与 $3ba$ 不是同类项, $-x^2y$ 和 $-xy^2$ 是同类项。

【例9】2001年长沙市中考题 下列关系式中,正确的是()。

- A. $(a-b)^2 - a^2 - b^2$
 B. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
 D. $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

讲解:本题答案是B

点拨:形如 $(x^2) \pm (y^2)$ 的式子叫平方和、平方差,形如 $(x \pm y)^2$ 的式子叫完全平方,它们是完全不同的两种代数式,不能有 $(x \pm y)^2 = x^2 \pm y^2$ 这样的结论,完全平方 $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$,从上述结构可以看出,它们的区别只有第二项的符号,看清这一点,对记忆完全平方公式十分有益。

【例10】2000年广西壮族自治区中考题 如果 $a^2 + ma + 9$ 是一个完全平方,那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

讲解: $m = \pm 6$

由题意可得 $m = (\pm 2) \times 3 = \pm 6$

点拨:完全平方的结构形 $x^2 \pm 2xy + y^2$,这里 x, y 既可以是系数不一定为1的单项式,甚至也可以是多项式,如 $(a+b)^2 \pm 2(a+b)c + c^2$ 等,用语言表述为:“第一个数的平方,加上(或减去)第一、二个数乘积的2倍,再加上第二个数的平方的代数式即完全平方。”其本质是要求第一项、第三项的性质符号相同,第二项应是第一、二个数乘积的2倍,如 $-a^2 \pm 2ab - b^2$ 也是完全平方,此时因第二项的符号可正可负,故待定系数在第二项时,一般有两解。由此结构也可确定一个二次三项式可否逆用完全平方。

【例11】2000年扬州市中考题 当式子 $\frac{|x|-5}{x^2-4x-5}$ 的值为零时, x 的值是()。

- A. 5 B. -5
 C. -1或5 D. -5和5

讲解:本题答案是B

由分母 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 解得 $x_1 = -1, x_2 = 5$ 。由分子 $|x| - 5 = 0$ 得, $x_1 = 5, x_2 = -5$,当 $x \neq -1$ 且 $x \neq 5$ 时分式有意义,从而当 $x = -5$ 时分式的值为0。

点拨:讨论分式的值为0,既要求分母不为0,又要求分子为0,二者缺一不可,应用分式基本性质时,若分子、分母同乘(或除)以一个含字母的代数式时,一定要讨论其不为0的情况,这点易被忽视。若本题改为:使式子 $\frac{|x|-5}{x^2-4x-5}$ 有意义, x 的值为_____,结果又如何?

► 品牌题训练

(一) 选择题

1. 下列各式中, 正确的是()。
- A. $m^4 \cdot m^4 = m^8$ B. $m^5 \cdot m^5 = 2m^{25}$
 C. $m^3 \cdot m^3 = m^9$ D. $y^6 \cdot y^6 = 2y^{12}$
2. 下列各式中, 错误的是()。
- A. $[(x-y)^3]^2 = (x-y)^6$
 B. $(-2a^2)^4 = 16a^8$
 C. $(-\frac{1}{3}m^2n)^3 = -\frac{1}{27}m^6n^3$
 D. $(-ab^4)^3 = -a^3b^6$
3. 用科学记数法表示 863000000 正确的是()。
- A. 863×10^6 B. 86.3×10^7
 C. 8.63×10^8 D. 8.63×10^9
4. 下列说法正确的是()。
- A. x 的系数是 0 B. 5 是单项式
 C. $-8x$ 的系数是 8 D. $1 + \frac{1}{a}$ 是多项式
5. 多项式 $3x^4 - 8x^3y^4 - y^2 - xyz^6$ 的次数是()。
- A. 5 次 B. 6 次 C. 7 次 D. 8 次
6. 代数式 $-1, a^2bc, \frac{1}{x}, -\frac{n}{2}, \frac{a-b}{3}, x+y$ 中单项式共有() 个。
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
7. 多项式 $3^4 - x^2y$ 是()。
- A. 四次二项式 B. 三次二项式
 C. 七次二项式 D. 二次二项式
8. 对于单项式 $-\frac{3x^3yz^2}{4}$, 下列结论正确的是()。
- A. 它的系数是 $\frac{3}{4}$, 次数是 3
 B. 它的系数是 $-\frac{3}{4}$, 次数是 5
 C. 它的系数是 -3, 次数是 6
 D. 它的系数是 $-\frac{3}{4}$, 次数是 6
9. 下列计算正确的是()。
- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $(a^3)^4 = a^7$
 C. $(a^2b)^3 = a^6b^3$ D. $a^3 \div a^4 = a (a \neq 0)$
10. 用乘法公式计算 98×102 应选择的公式是()。
- A. 平方差公式 B. 完全平方公式
 C. 同底数幂相乘公式 D. 幂的乘方公式
11. 下列多项式中能用公式进行因式分解的是()。
- A. $x^2 + 4$ B. $x^2 + 2x + 4$

C. $x^2 - x + \frac{1}{4}$ D. $x^3 - 4y$

12. 多项式 $a^{2n} - a^n$ 提取公因式后, 另一个因式是()。
- A. a^n B. $a^n - 1$ C. $a^n - 1$ D. $a^{n-1} - 1$
13. 如果 m, n 为自然数, 多项式 $x^m + x^n + 2^{m+n}$ 的次数是()。
- A. m B. n
 C. $m+n$ D. m, n 中较大的数
14. 若分式 $\frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{x-2}{x+1}$ 的值为零, 则 x 的值为()。
- A. $x = -1$ 或 2 B. $x = 0$
 C. $x = 2$ D. $x = -1$
15. 若有 m 人 a 天完成某项工程, 则这样的 $(m+n)$ 人完成这项工程需要的天数是()。

A. $a+m$ B. $\frac{ma}{m+n}$ C. $\frac{a}{m+n}$ D. $\frac{m+n}{ma}$

(二) 填空题

16. (1) $(xy)^3 \cdot (-xy)^2 \cdot x =$ _____
 (2) $(0.25)^{1999} \cdot (-4)^{2000} =$ _____
 (3) $a^3 \cdot a^2 + (-a) \cdot a^4 =$ _____
 (4) 若 $a^{n-1} \cdot a^{2n+1} = a^9$, 则 $n =$ _____
17. 数字 2002 用科学记数法可表示为 _____。
18. 如果 $-axy^m$ 是关于字母 x, y 的单项式, 且系数是 $-\frac{3}{4}$, 次数是 3, 那么 $a =$ _____, $m =$ _____。
19. 在多项式 $4ab - 7a^2b^2 - 8ab^2 + 5a^2b^2 - 9ab$ 中, $4ab$ 与 _____ 是同类项, _____ 与 $-7a^2b^2$ 是同类项。
20. 计算。
- (1) $(-\frac{1}{3}x^3y^2)^3 \cdot (3xy)^2 \cdot xy =$ _____
 (2) $(-2x^2) \cdot (2x^3 - 2x^2 + 1) =$ _____
 (3) $(m+n)(2m-n+2) =$ _____
21. 写出下列各式的公因式。
- (1) $2ab^2 + 5a^2b - 10b$ 的公因式: _____
 (2) $-3ab^3 + 6a^2b^2 + 12a^3b$ 的公因式: _____
22. 在下列各式右边的括号内填上适当的多项式, 使等式成立。
- (1) $x(y-z) - y(z-y) = (y-z)($ _____ $)$
 (2) $(2a-b)(2a+3b) + 3a(b-2a) = -(2a-b)($ _____ $)$
 (3) $mn(m-n)^2 - n(n-m)^3 = n(m-n)^2 ($ _____ $)$
 (4) $16a^{m+2}b + 12a^{m+1}b^2 - 8a^m b^3 = 4a^m b ($ _____ $)$
23. 分解因式。
 $4y^2 - 1 =$ _____