

86.57
GEZ

論桥梁拱上建筑与拱的 共同作用

[苏联] A. A. 盖尔卓格 著

殷 永 山 译

人民交通出版社

本書介紹各种体系拱桥模型的試驗結果。書內列有經驗公式和按虚拟拱法（与实际結構撓度等效的虚拟体系）的計算方法。利用書內公式可以对复杂的超靜定結構進行快速計算，并可供設計和試驗拱桥之用。

本書供科学工作者和工程技術人員閱讀。

論桥梁拱上建筑与拱的 共同作用

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

А. А. ГЕРЦОГ,
доцент, канд. техн. наук

О СОВМЕСТНОЙ РАБОТЕ АРК И НАДАРОЧНОЙ ЧАСТИ МОСТОВ

ПО ДАННЫМ ОПЫТОВ НА ПЛОСКИХ МОДЕЛЯХ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА
И ШОССЕЙНЫХ ДОРОГ РСФСР
Москва 1962

本書根据苏联汽車運輸与公路部出版社1962年莫斯科俄文版本譯出

殷 永 山 譯

人民交通出版社出版
(北京安定門外和平里)

北京市書刊出版业營業許可証出字第〇〇六号
新华书店北京发行所发行 全国新华书店經售
人民交通出版社印刷厂印刷

1964年5月北京第一版 1964年5月北京第一次印刷

开本: 787×1092 $\frac{1}{32}$ 印張: 2 $\frac{1}{2}$ 張

全書: 50,000字 印数: 1—3,700册

統一書号: 15044·1485

定价(科六): 0.34元

137837

86-575-8224

74

GE2

目 录

前言.....	2
計算总則.....	3
实肩拱的計算.....	4
敞肩拱的計算.....	18
帶刚性梁的柔性拱的計算.....	55
結論.....	82

前 言

一般地，对任意类型桥跨结构的拱桥（敞肩的或实肩的），为解决拱上建筑和拱共同作用所作的各种研究都未得到满意的结果。在这些推荐的方法中，有的过于复杂，因而实际上不能采用；有的基于某些假定，而这些假定又未必适用。某些解题方法只涉及到了拱上建筑（如敞肩拱桥）的计算，因为拱上建筑的工作条件比在普通计算方法中所考虑的更为繁重。在大多数情况，研究者对钢筋混凝土敞肩拱桥的计算方法进行了研究。

根据对石拱桥、混凝土和钢筋混凝土拱桥拱上建筑同拱共同作用的试验数据之研究，以及作者用各种体系平面拱模型^①所作的试验资料，可以寻求上述问题的一般性解答。

在计算敞肩拱或实肩拱桥时，除利用所谓虚拟拱之概念外，还可以采用作者根据试验数据归纳提出的经验公式。

利用所论方法可足够精确地设计超静定拱桥，其中包括装配式钢筋混凝土桥，且比普通计算方法简捷省力。目前装配式钢筋混凝土桥获得了巨大发展，这就决定了拟定并提出结构新计算方法的迫切性。

① 作者有关研究拱与拱上建筑共同作用的著作的第一部分“利用平面拱模型设计超静定结构”一文，载于莫斯科公路学院科学通报第14号，汽车运输与公路部出版社，1958年。

計算總則

虚拟拱是一种刚性与实际结构等效的计算体系，实际结构则假定拱和拱上结构有共同作用。此时虚拟拱轴和实际结构轴线重合。虚拟拱的垂直厚度（高度）按下列原则确定，即假定实体截面的虚拟拱之截面惯性矩等于实际结构在垂直截面内所有构件的截面惯性矩之和。

虚拟拱的宽度采用常数。如实际拱的宽度不同，则虚拟拱的宽度 b 如同在拱顶截面一样，可按适合于其它截面高度（厚度）变化的公式确定：

$$h_{np} = \sqrt{\frac{12I}{b}}$$

式中： b 和 h_{np} ——虚拟拱横截面尺寸；

I ——实际结构在同一垂直截面内对某一轴之惯性矩，此轴通过考虑共同作用时的截面重心。

利用本书推荐之计算方法，需按如下顺序进行：

- 1) 根据实际资料假定所设计的结构的主要尺寸；
- 2) 把实际结构的计算图式变换成上述虚拟拱；
- 3) 确定虚拟拱的活载内力及温度内力，以及由此造成的挠度；
- 4) 根据3)项所求数据和经验公式，确定实际结构的拱和拱上结构各构件的内力；
- 5) 确定活载应力及温度应力；
- 6) 计算由于拆除拱架和拱上建筑发生作用的先后顺序而在

实际結構构件內造成之恆載內力及应力，以及由此造成的挠度。

7) 編制实际結構构件計算截面中由于各种作用引起的应力总表以及总挠度。

上述順序是計算任何类型拱桥的一般步驟。在所論計算方法中将不考慮結構的空間作用，也不考慮材料在恆載作用下的徐变現象。

实肩拱的計算^①

实肩拱桥（混凝土或石砌上部构造）的拱脚部分可归并在薄壁結構类型內，因为这种上部构造的拱頂部分可視為曲杆，而其余部分則近似于墙：墙是高度 h 比跨长 l 大的构件。众所周知，計算薄壁結構（墙）时系假定 $\frac{h}{l} \geq 1$ ，而属于弹性力学的范疇。根据作者对上部构造的两种結構方式，即拱脚处設置和不設置（当小跨度时）伸縮縫时所获得的試驗資料証明，对于所論情况，可以采用建筑力学的方法，把結構的全长近似地当作变截面拱来处理。但这里應該說明，这一結論只当表征桥梁特征的 h 和 l 符合上述比例关系时适用。

我們在計算时，把拱和拱上結構視為一种弹性模量不变的材料，并假定其受压和受拉效果相同，而与应力大小无关。

当拱和拱上結構所用材料不同时，考虑它們的弹性模量的差別是非常困难的，因为石砌結構和混凝土結構的 E 值变化非常大，而且与应力大小和受压受拉的形式有关。因此，在計算

① 按此方法計算的資料見作者在1957年莫斯科公路学院第17次科学研究代表會議上的报告。

拱和拱上結構的共同作用時，第一次近似計算取 $E = \text{常數}$ 。

虛擬拱法的基本任務之一，是確定這種拱的幾何參數。下面介紹構成所論假定計算圖式的一些資料，實際結構為跨長40米的實肩拱橋，採用兩種標定方案。拱上側牆寬1米，填充砌體為貧混凝土。實際結構的一個標定方案——拱腳上設置伸縮縫（圖2中圖式1）；而另一方案——拱腳上無伸縮縫（圖2中圖式2）。

確定圖式1和2中虛擬拱之幾何參數時必須：

- 1) 解決同繪制拱軸綫有關的一些問題；
- 2) 求斷面沿結構長度的變化規律。

確定虛擬拱的軸綫。普通計算方法是已知拱軸綫及其斷面變化規律，求結構輪廓。我們所用的方法則相反，是從拱的已知輪廓，用特殊的方法確定拱的軸綫。為了求出軸綫，必須了解拱的輪廓綫以內軸的法綫中點之幾何位置。

虛擬拱的輪廓，不論是它的上界還是下界，都和實際結構的輪廓不符，就是當結構寬度為常數的情況下也不例外，因為虛擬拱的橫斷面假定為實體截面，其寬度則與模型寬度相當，而模型結構斷面並非為實體矩形，而為反轉的 Π 型斷面。

計算指出，不論拱上側牆的類型和高度如何，虛擬拱的輪廓下界都與實際結構的輪廓下界接近而稍偏下方。圖1為虛擬拱輪廓綫的構成，相應的實際結構為一鐵路石拱橋，填充砌體為貧混凝土。虛擬拱的上界是與斷面形式有關的折綫。

為了簡化計算，我們用平滑曲綫代替這條折綫。在所論情況中，虛擬拱採用和實際結構一樣的輪廓下界，而上界為一水平直綫。水平綫在實際拱頂上端點以上通過，兩者相距 $v = h_{np} -$

$h_{\pi} = \sqrt[3]{\frac{12I_{\pi}}{b}} - h_{\pi}$ 。在更一般的情況下，可採用由折綫構成的輪廓上界。

确定了虚拟拱轮廓的上下界限和以垂线之几何中点作为初步近似轴以后，再按前述确定轴线的原则，求其更准确的轴线位置。

为此可采用如下三种方法：（1）理论方法；（2）图解分析法；（3）图解法。

理论方法，当虚拟拱轮廓的上下界限可写成某一方程式的形式时，可采用理论方法。有了方程式，即可通过数学计算求出一条曲线，使该曲线的法线将轮廓线内图形等分，此即所求的轴线方程式。

图解分析法，或称逐次渐近法，其原理是逐渐求出轴线。利用此方法或给出轮廓上下界限方程式，或在结构图式上用图解法求得一些固定量。在所论例题，利用通过上述结构垂直截面重心所联曲线作第一次渐近轴线。如果取轮廓上界为水平线，下界为圆弧，则第一次渐近轴线为椭圆曲线。作椭圆曲线的法线，求其与虚拟拱轮廓线的理论交点。求出这些法线的中点坐标作为第二次渐近轴线的点，再绘制第二次渐近轴线的法线，用同样的方法求出第三次渐近轴线，等等。逐次渐近轴线可用三个点的坐标绘制成固定曲线（所选的轴线）的形式。

图解法，这是确定拱轴的最简单方法，内容如下：作虚拟拱轮廓下界任何点的法线，然后通过这些点作轮廓上界的法线。平分所求两法线的夹角 φ ，分角线即为所求轴线的法线，取分角线中点作轴线上的点，这些点的几何位置就是所求的拱轴线。图2系对桥跨结构两种标定方案的虚拟拱轴线的确定法。对于图式1，桥跨结构沿实际结构起拱线标定，在此情况下，虚拟拱轮廓沿垂直的伸缩缝绘制。对于图式2（无伸缩缝），假定桥跨结构和支座的分界线通过拱脚内点以上的垂线。在第一种情况（图式1），结构为具有平滑曲线下缘之刚

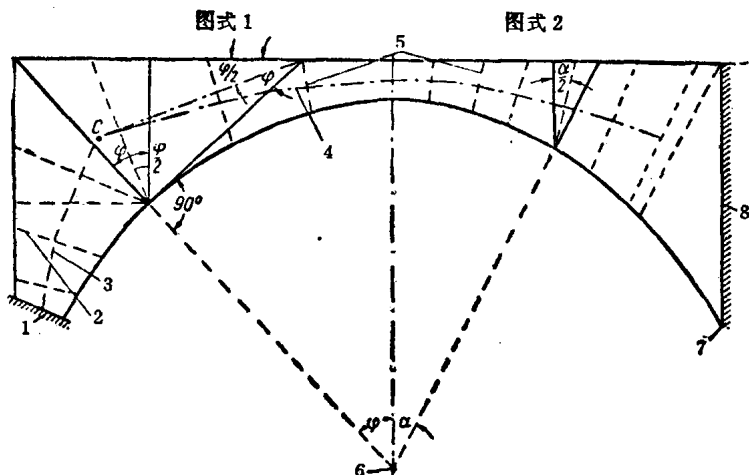


图2 对桥跨结构两种标定方案之虚拟拱轴线的图解构造
 1-拱脚; 2-立柱部分虚拟拱截面; 3-立柱部分轴线; 4-梁部分轴线;
 5-虚拟拱截面; 6-轮廓内缘之曲率中心; 7-拱脚内点;
 8-支座同桥跨结构的假定分界线

架，刚架由两个立柱和一根梁组成。

刚架的这些组成部分，其轴线交会于 C 点，并略呈弯折，即虚拟拱在全跨范围内不是一条平滑的曲线。立柱部分轴线近似于直线，而梁部分轴线则为椭圆曲线。立柱部分轴线和梁部分轴线求法相同。

在虚拟拱结构长度上，用确定拱轴线之图解分析法对断面变化规律作了研究。结果确定，按图式 1 标定之系统，其断面随座标 x 之函数而接近似于直线规律变化，该规律具有一定的使用范围（图 3a），而在梁部分则按二次曲线（椭圆曲线）变化。换言之，对以上两种情况有如下方程式：

$$y = kx + b \quad \text{和} \quad y = c - \sqrt{d^2 - x^2}$$

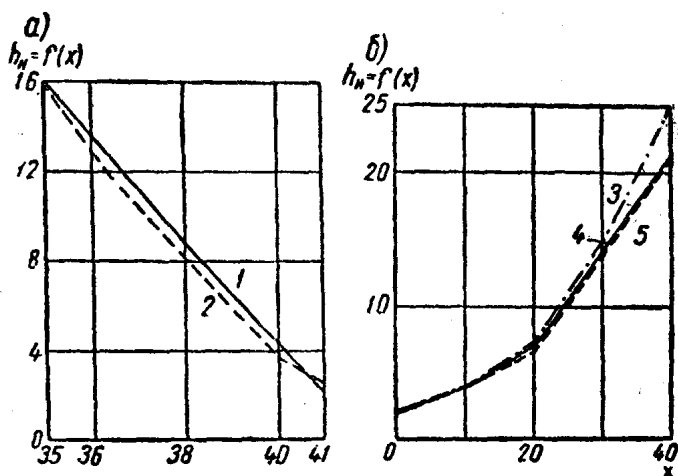


图3 虚拟拱截面变化规律

a)在立柱部分; b)在梁部分

1-立柱部分沿轴的法线方向之断面高度 h_n 按方程 $h_n=93.1-2.22x$ 变化;

2- h_n 按计算之变化; 3-垂直截面高度按方程式 $h_n=52.2$

$-\sqrt{50^2-x^2}$ 变化; 4-沿轴的法线方向高度按方程式 $h_n=57.2$

$-\sqrt{55^2-x^2}$ 变化; 5-取决于法线计算长之 h_n

上述方程式的坐标原点规定在对称轴(通过拱顶)上,但在不同的高度上,虚拟结构沿轴线的法线方向之断面高度用 h_n 表示。对于每一具体情况,确定虚拟拱截面高度方程式中的 k 、 b 、 c 和 d 的数值,利用确定虚拟拱轴线的图解分析法所得结果,以选择的方法加以决定。

对所论具体情况,立柱部分的高度 h_n 方程式有如下形式:

$$h_n = -2.22x + 93.1 \quad \begin{cases} x = 40.9 \text{ 厘米} \\ x = 34.7 \text{ 厘米} \end{cases}$$

对模型的梁部分,断面变化方程式为:

① 计算单位为厘米,因为这里的记载不是虚拟拱的实际数值,而是它的模型,模型比例为1:50,以后所有计算皆同。

$$h_n = 57.2 - \sqrt{55^2 - x^2} \text{ 厘米}$$

与构成虚拟结构有关的最后计算步骤是选择三次超静定图式的基本体系。为此，需利用弹性中心的概念。对前述两种标定情况，于弹性中心处施加虚拟拱的多余未知量。在划分虚拟结构为楔形块来求弹性中心以及在拟制这一体系时，还将碰到若干特殊问题。

如果拱具有立柱部分（图4图式1），则于立柱与梁接合处，结构轮廓或出现称为共轭楔的三角形缺口，或出现立柱轮廓的一部分重叠于横梁轮廓之上，形成重叠三角楔。对后一种情况，由于施加在附加楔上的弹性荷载 $d\omega = \frac{ds}{EI}$ 相当小，对立柱和梁必须考虑这些具有较大高度 h_n 的附加楔。弹性中心先按不足断面（不考虑共轭楔）确定，然后按过盈断面（考虑附加三角楔）确定，就所论例题而言，对两种情况都获得了同样的结果。否则，为了寻求最后的答案，可以采用座标的平均值 y_c 。必须指出，虚拟拱的弹性中心 C_1 离拱顶中心的距离约为 $0.16f$ ，即约为自由拱的 $\frac{1}{6}$ 。

在按图式2标定的结构中（图4），假定的计算拱脚可以这样来规定，即拱轮廓线的上半部分伸入支座，相反的，此轮廓线的下半部分则等于支座了，而使拱脚略呈伸出状态。此时计算跨长约等于实际结构净跨长度。这样标定实际结构所得的

y_c 值很小，在所论情况， $y_c = 0.5 \text{ 厘米} = \frac{1}{40} f$ （弹性中心在 C_2 点）。

活载内力影响线，如果已知加于虚拟拱顶的多余未知量的影响线，则实际结构任何截面的活载内力影响线也就容易确定了。这时假定，前者的影响线和实际结构拱顶处的影响线相

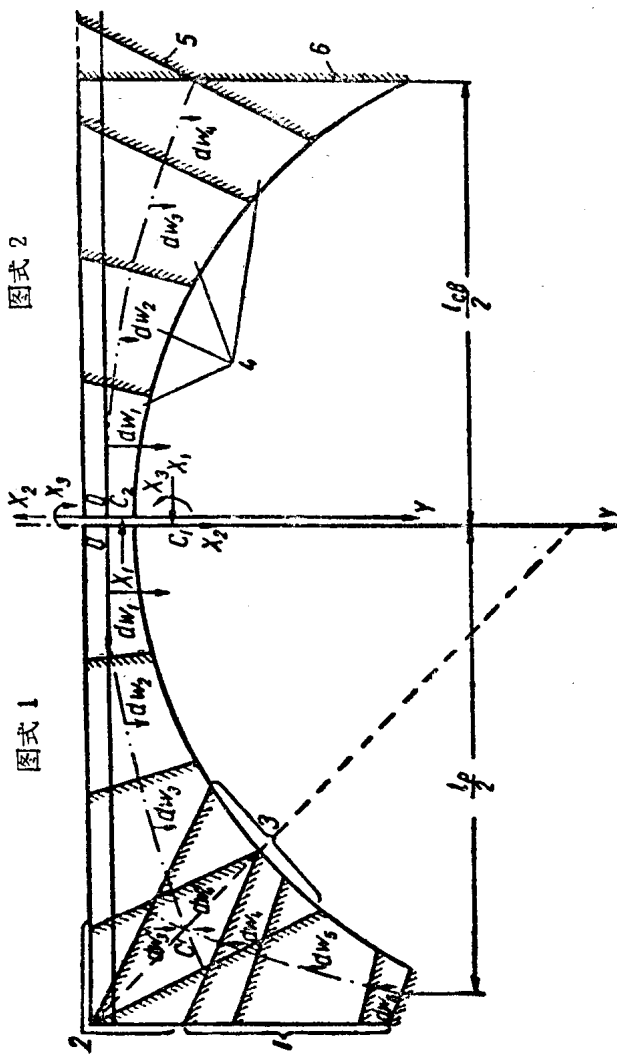


图 4 采用两种标定方案，行車部分时实盾拱桥之基本体系
 1-立柱部分；2-共轭楔；3-重叠楔；4-确定弹性中心用楔；5-沿轴的法线方向
 所采用的标线；6-垂直标线； C_1 和 C_2 -弹性中心

同。未知数 $X_1=H$ 、 $X_2=Q$ 和 $X_3=M_c$ 的影响綫按力法来求，这时在莫尔积分中的位移部分，不仅要考虑弯矩作用引起的位移，而且要考虑 N 和 Q 引起之位移。計算 Q 力之位移时采用：

剪切系数 $\mu_1=1.2$ （断面为矩形）和 $G = \frac{E_{\text{ок}}}{2(1+\mu)} = \frac{E_{\text{ок}}}{2.9}$ ，假

定波桑系数 $\mu=0.45$ ，弹性模量 $E_{\text{ок}} = \frac{E_{\text{нгр}}}{2}$ 。所有这些数据

均由专门試驗而得。 O 点曲率半径不予考虑，因为 $\frac{\rho}{h} > 5$ 。

为証实所求虚拟拱頂理論影响綫的正确性，我們用比格斯 (БИГГС) 仪测出了这一拱桥模型的試驗影响綫，对以上两种标定桥跨结构方案都获得了試驗数据。图 5 为这些影响綫的比較图。由此看出，比較結果是令人滿意的。特別是法向力和切向力的影响綫，两者符合程度更好（誤差 $\leq 10\%$ ）。弯矩影响綫的精度稍差，但誤差也不算大（平均为 15% ）。总的来看，按理論影响綫求出的內力比試驗数据略大。由此可以証明，这里所述繪制实肩拱桥內力影响綫的計算方法是可行的。

对于两种被研究的系統來說，在計算虚拟拱模型的挠度时，上述推荐的計算方法得到了驗證。用前述方法确定系統断面內力后，即用莫尔法确定其挠度，并考虑 M 、 N 和 Q 作用引起之位移的影响。这样，我們就能滿意地繪出虚拟拱个别节点的理論挠度影响綫。接着把单位荷載加在模型上，用显微鏡測量其位移。通过試驗方法也测出了同样的挠度影响綫。

把影响綫加工整理后可得两半拱拱頂的最大挠度图。以后我們只限于引証最大挠度图形。至于挠度影响綫則需指出下列几点：

- 1) 对于第一种标定法，理論和試驗数值的比較結果很好，

图式 2

图式 1

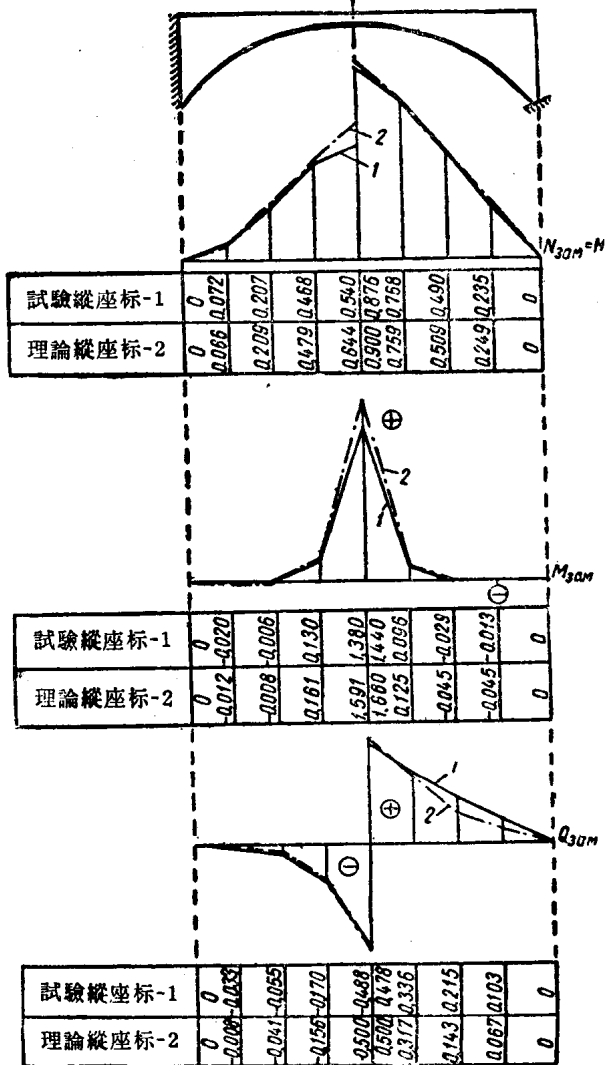


图 5 按图式 1 和 2 标定之虚拟拱拱顶截面影响线

特別当挠度数值較大时符合程度最好(誤差从 5 到 20%)。当挠度数值較小时, 个别情况的誤差有达 50% 者。若就其影响綫面积的平均值比較, 則誤差只有 15%。这一标定方案的特点是拱頂处挠度影响綫沒有負值, 而其余影响綫面积則有負面积;

2) 对于第二种标定法, 所有影响綫都沒有負面积。理論和試驗数值的符合程度比第一种标定法差些 (最大纵座标誤差从 5 到 30%)。两者影响綫的形状相同。

对于两种标定图式, 标有理論及試驗纵座标值的最大挠度图見图 6。从第一图式的挠度图中看到, 最大正挠度向跨中, 大約按直綫規律递增。挠度最大值在 0—2' 节間①。第二图式之挠度图的特点是沒有負面积。正面积为凹形曲綫图形, 挠度

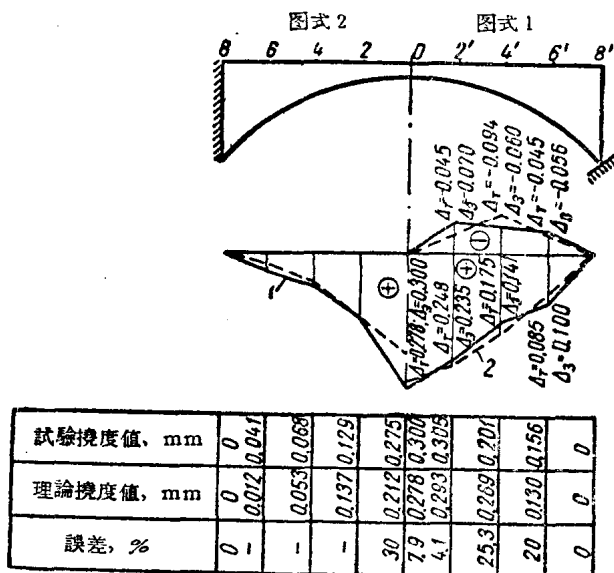


图 6 按第 1 和第 2 图式标定的相应于单位荷载的最大挠度图
1-試驗曲綫; 2-理論曲綫

① 此处原文为 0—2 節間, 疑为 0—2' 節間之誤——編輯注。

图面积的比較誤差約为20%。必須指出，挠度影响綫及最大挠度图都是相应于 $P = 1$ 公斤时的数据。

这样，用挠度驗證的結果也証明，本书推荐的計算方法具有足够的可靠性。

e 曲綫。在研究各种体系拱桥影响綫的过程中，作者认为有必要繪制一条新曲綫，使其标明通过拱截面合压力作用点的偏心距 e 如何变化。如果已知相应截面的 N 和 M 之影响綫，則很容易求出这条曲綫，曲綫纵座标 $y_e = \frac{M}{N}$ 。遺憾地是，力的叠加原理对这条曲綫的纵座标不适用，所以該曲綫不是影响綫。但是，这条曲綫可供各种比較体系进行个别比較之用。如果除 $y_e = \frac{M}{N}$ 图形外，再于基綫上加一个从正面描繪拱核心边界的长方形，則在图上可以看出，当有一个集中力作用时，压力曲綫位在什么地方，以及它离开拱軸綫多少距离，合力是否在断面核心范围以內。为了对相同跨长，相同外伸长度，但外形及計算断面厚度不同之拱桥作比較，建議以当量偏心距 $\eta = \frac{6y_e}{h_1}$ 代替曲綫 e 。这里 h_1 ——該断面高度。图 7 是自由拱和考虑拱上实体断面为两种标定情况(即按图式 1 和 2)的 η 曲綫。从图中看到，在两种情况下，自由拱都比考虑拱上建筑的拱所处条件要差。

溫度影响。实体拱上建筑肯定地影响到拱內活載应力，虽然这一应力有所降低，但增加了溫度应力。考虑拱上建筑的作用时，結構的刚性增强了，因而产生了較高的溫度应力。在考虑溫度对拱之影响时，溫度推力 H_t 为基本計算力。知道了溫度推力，就很容易計算截面內力 N_t 、 Q_t 和 M_t 。溫度推力 H_t 作用于弹性中心，并等于：