



新世纪高职高专教改项目成果教材

XINSHIJI GAOZHIGAOZHUAN JIAOGAI XIANGMU CHENGGUO JIAOCAI

检测技术与仪器

沈中城 主编



高等教育出版社

新世纪高职高专教改项目成果教材

检测技术与仪器

沈中城 主编

高等教育出版社

内容提要

本书是新世纪高职高专教改项目成果教材,是在多年从事高职高专教学改革与实践基础上,按照教育部高职高专应用电子、电气、自动化专业规划教材会议审定的《检测技术与仪器编写大纲》编写而成。

本书阐述了检测技术的基本理论与实验方法,介绍了检测仪器在工程技术中的主要应用。全书共分两篇六章,第一篇为基础篇,第二篇为应用篇。第一篇:第1章为绪论,第2、3章讲述检测系统的主要构成、特征和传感器原理与应用,第4章介绍信号的调理。第二篇:第5章介绍检测信号的显示与记录,第6章论述检测系统、各种仪器及其应用。

本书根据高职高专培养目标的要求,突出科学性、应用性与新颖性。在内容安排上,将理论知识的讲授与工程技术中的实际应用结合起来,培养学生的创新能力。

本书可作为高等职业技术学院、职业大学和高等专科学校的电气、电子、通信、自动化、计算机等专业的检测技术与仪器、测试技术、传感器技术等课程的教材,也可供有关技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

检测技术与仪器/沈中城主编. —北京:高等教育出版社, 2003.8

ISBN 7-04-012624-9

I. 检... II. 沈... III. ①检测-技术-高等学校: 技术学校-教材②检测仪表-高等学校: 技术学校-教材 IV. TB4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 043822 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-82028899

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 中国农业出版社印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 12.75
字 数 300 000

版 次 2003 年 8 月第 1 版
印 次 2003 年 8 月第 1 次印刷
定 价 16.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

出版说明

为认真贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》，研究高职高专教育跨世纪发展战略和改革措施，整体推进高职高专教学改革，教育部决定组织实施《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》（教高[2000]3 号，以下简称《计划》）。《计划》的目标是：“经过五年的努力，初步形成适应社会主义现代化建设需要的具有中国特色的高职高专教育人才培养模式和教学内容体系。”《计划》的研究项目涉及高职高专教育的地位、作用、性质、培养目标、培养模式、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面，重点是人才培养模式的改革和教学内容体系的改革，先导是教育思想的改革和教育观念的转变。与此同时，为了贯彻落实《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》（教高[2000]2 号）的精神，教育部高等教育司决定从 2000 年起，在全国各省市的高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校以及本科院校的职业技术学院（以下简称高职高专院校）中广泛开展专业教学改革试点工作，目标是：在全国高职高专院校中，遴选若干专业点，进行以提高人才培养质量为目的、人才培养模式改革与创新为主题的专业教学改革试点，经过几年的努力，力争在全国建成一批特色鲜明、在国内同类教育中具有带头作用的示范专业，推动高职高专教育的改革与发展。

教育部《计划》和专业试点等新世纪高职高专教改项目工作开展以来，各有关高职高专院校投入了大量的人力、物力和财力，在高职高专教育人才培养目标、人才培养模式以及专业设置、课程改革等方面做了大量的研究、探索和实践，取得了不少成果。为使这些教改项目成果能够得以固化并更好地推广，从而总体上提高高职高专教育人才培养的质量，我们组织了有关高职高专院校进行了多次研讨，并从中遴选出了一些较为成熟的成果，组织编写了一批“新世纪高职高专教改项目成果”教材。这些教材结合教改项目成果，反映了最新的教学改革方向，很值得广大高职高专院校借鉴。

新世纪高职高专教改项目成果教材适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2002 年 11 月 30 日

前 言

本书根据高职高专教育特点,结合作者二十多年来的高职高专教学经验编写而成。

计算机与通信技术飞速发展,信息的收集、加工、储存和传递的质量和速度大为提高,社会进入了信息化时代。

检测技术是现代信息技术的基础和源头。现代信息系统包括信息的采集、传输和处理三大部分,即传感器、通信和计算机。它们分别相当于人的“感官”、“神经”和“大脑”。20世纪70年代微电子技术的发展,促进了通信系统和计算机的迅速发展,但令人遗憾的是,作为“感官”的传感器技术却没有得到相应的发展,以至造成目前信息技术系统中“信息处理能力过剩而信息获取能力迟钝”的被动局面。因此,作为信息获取的主要手段——传感器越来越受到人们的关注。传感器是现代检测技术的核心。检测技术正得到国内外许多高校的重视,都把类似课程作为各类高校的学习创新的基础理论和技术训练而列入教学计划。传感器技术既是一门分散型技术,又是一门知识密集型技术,它涉及物理、化学、生物、医学、金属学、机械、电子等几乎所有的科学技术领域。传感器的种类繁多,教学、科研、生产和医疗单位的广大科技人员急需了解和掌握各种传感器的有关知识,为此我们编写了这本《检测技术与仪器》。

本书是以动态检测中采集信息的基本技术为总的思路,以论述传感器的原理、性能为重点,以介绍检测技术的应用与设计为特色。

全书共分六章:第1章绪论;第2章信息检测系统;第3、4、5章为信号的检测、调理和记录;第6章检测仪器与系统。

本书由苏州市职业大学沈中城教授主编(第1、2、3章与第6章的6.1~6.4节),张进峰、高小荣、潘丽敏老师分别编写第4、5章和第6章的6.5~6.9节。潘丽敏老师为全稿中的插图、文字进行电脑排版做了大量工作。但由于时间匆忙和水平有限,错误与不足之处在所难免,恳请读者批评指正。

本书经苏州科技学院电子工程系主任仲嘉霖教授审阅,审阅过程中提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢。

编 者

2003年2月

目 录

第一篇 检测技术基础

第1章 绪论	3	3.3 参量型传感器	44
1.1 检测技术的重要性	3	3.4 发电型传感器	75
1.2 检测系统的组成	5	3.5 热电式传感器	92
1.3 检测技术与仪器课程内容	6	3.6 光纤传感器	106
第2章 检测系统	7	3.7 化学传感器	110
2.1 信息与信号	7	3.8 生物传感器	111
2.2 信号的表述	8	第4章 信号的调理	115
2.3 测量与误差	13	4.1 测量电桥	115
2.4 检测系统的静态特性	19	4.2 调制与解调	119
2.5 检测系统的动态特性	24	4.3 检测信号的放大	125
第3章 传感器原理与应用	37	4.4 电荷放大器	127
3.1 传感器概述	37	4.5 检测信号的滤波	128
3.2 弹性敏感元件	41	4.6 模数转换	132

第二篇 检测仪器与应用

第5章 信号的记录与显示	141	6.4 应变式测力仪	176
5.1 视觉记录仪器	141	6.5 压力测量仪器	178
5.2 磁带记录仪器	151	6.6 振动测量仪器	182
5.3 新型记录仪器	158	6.7 流量测量仪器	184
第6章 检测仪器与系统	165	6.8 位移测量仪器	188
6.1 概述	165	6.9 物位测量仪器	190
6.2 电阻应变仪	166	参考书目	195
6.3 称重检测仪器	171		

第一篇

检测技术基础

第 1 章 绪 论

1.1 检测技术的重要性

检测技术是现代信息技术的基础和源头。通过检测也就是测量与试验,使人们获得对事物定性或定量的概念,从而发现事物的规律性。因此,检测技术是人们认识和改造世界的一种必不可少的重要手段。广义地讲,检测技术是对被测量进行检出、变换、分析、处理和控制的综合认识过程。

检测技术是指工农业生产与科学实验过程(包括日常生活中),对一些参数的测量技术。检测技术也称非电量的电测技术。它是工业自动化、农业自动化的一个重要组成部分。自动化技术是和当前科学技术的发展分不开的,是现代化的重要标志之一。

大量科学技术成果表明,只有通过实验,测量,积累准确、完整的数据,才能最终获得成功。而忽视实验和测量,单凭主观臆断会酿成灾难。因此可以毫不夸张地说,没有检测就没有科学,没有科学的决策就没有合格的产品。

1.1.1 检测对象的广泛性

生产水平与自动化程度的提高,要求先进的检测仪器与仪表作基础。据统计:一套大型发电机组需要 3 000 只传感器及其配套监测仪表;一座大型石油化工厂需要 6 000 只传感器及其配套监测仪表;一个钢铁厂需要 20 000 只传感器及其配套监测仪表;一个电台需要 5 000 只传感器及其配套监测仪表;一架飞机需要 3 600 只传感器及其配套监测仪表;一辆汽车需要 30 ~ 100 只传感器及其配套监测仪表。

监测对象遍及工业、农业、商业以及科学实验甚至日常生活和某些社会科学领域。由于各学科之间的专业化差异愈来愈大,以及对测量的广度和精度的要求愈来愈高,这就促使检测技术一方面要作专业化分工,另一方面要从传统的测量方法中解放出来,求助于光学、电学、热学等方法,从单一学科(如机械测量手段)发展为学科技术间的相互借鉴和渗透,形成综合各学科成果的各种检测系统。其中特别以物理量的电测技术发展最为迅速。

例如,采用安装在人造卫星和飞机上面的传感器来观测地球表面,根据获得的数据,取得有关环境和资源的信息。这种遥感技术可以用于分析地下矿藏,绘制与修正地质地图,调查地热,确定水源,调查海洋生物,绘制海洋图(海岸线、礁石等),还可以调查水质污染以及生态系统等。

再如,电阻应变仪可用于各种机械和工程结构强度及寿命的诊断与评估,其应用范围涉及航空航天技术、核工程技术、兵器与舰船技术、动力机械与热力工程技术、石油化工技术、交通与建筑技术、纺织与轻工技术、生物医学工程与运动生物力学等众多领域。电阻应变片可以作称重传感器、测力传感器、压力传感器和应变式扭矩传感器、应变引伸计、加速度传感器等。

检测技术在医学方面与生产技术方面也有很多用处。如脉象传感器记录脉管搏动,压阻式压力传感器可用于心内导管压力的测量。酶传感器主要能测量催化生物化学反应,同时还具有化学放大作用。因此,利用酶的特性可以制造出灵敏度高、选择性好的传感器。

在各种现代装备系统的设计和制造工作中,检测工作内容已占首位。检测系统的成本已达到装备系统总成本的50%~70%,它是保证现代工程装备系统实际性能指标和正常工作的重要手段,是其先进性能及实用水平的重要标志。以电厂为例,为了实现安全高效供电,电厂除了实时监测电网电压、电流、功率因数及频率、谐波分量等电气量外,还要实时监测发电机各部位的振动(振幅、速度、加速度)以及压力、温度、流量、液位等多种非电量,并实时分析处理、判断决策、调节控制,以使系统处于最佳工作状态。如果测量系统不够完备,则主汽温度测量值+1%的测量偏差,将使汽机高压缸效率减少3.7%;若主汽流量测量值有-1%的测量偏差,则电站燃烧成本增加1%。又如,为了对工件进行精密机械加工,需要在加工过程中对各种参数,如位移量、角度、圆度、孔径等直接相关量以及振动、温度、刀具磨损等间接相关参量进行实时监测,实时由计算机进行分析处理,然后由计算机实时地对执行机构给出进刀量、进刀速度等控制调节指令,才能保证预期高质量要求,否则得到的将是次品或废品。

1.1.2 静态测量向动态检测发展

静态测量是测量不随时间变化或随时间变化很缓慢的物理量(包括工程中的技术参量),而动态检测是测量那些随时间迅速变化的物理量。动态运行下的工业设备和交通工具设施(飞机、大桥等)的内应力远非静态工作状态所能比拟,很容易产生疲劳破坏。过去以静态计算为主要依据的设计,已远远不能满足现代工业和科学实验的需要。

在机械工业中,不仅要求静态测量,而且要求动态测量。以机床为例,刀架和床身的振动、机械阻尼、切削力的大小等没有成熟理论可以判断工作载荷和工作零件的实际应力,因此需要通过动态测试来掌握。飞机制造过程中机身多点激振和机械阻抗、发动机的参数(如转速、转矩与振动)都必须进行动态的测量。

由于电子技术的发展,机械已开始进入智能时代。但因为检测技术的发展迟缓,故在发达国家有所谓“头脑(计算机)非常发达,而感觉器官(传感器)非常迟钝”的不正常现象。因此,传感器技术从20世纪80年代起受到极大重视,当今出现了传感器热,即测试技术热。

科学技术上的巨大成功和进步,促使人们想发明一种更高级的机器(智能机器人),它能够

同时替代、扩展人类的体力劳动与脑力劳动。这种科学发明的探索欲望，自然会引起人们把自身机能同“高级机器”的构成与机能作一番对比。图 1-1 表示了这种对应关系。

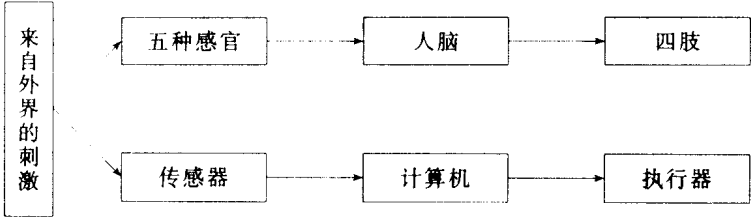


图 1-1 人体与机器的对应关系

现代化工业生产和设备的大型化、连续化、自动化及高速化的发展,要求对工业生产过程作连续监测,以便作动态的控制,使工业生产和科学实验进入最佳状态,并能对过程的潜在故障进行预测,防止恶性事故的发生。实际上,科学实验和工业生产过程都可以看作是由“物质流程”和“信息流程”组合而成的。反映“物质流程”的数量、状态和趋向而组成的“信息流程”是管理与控制的依据。人们为了有目的地进行控制,首先必须通过测量获取有关的信息,然后才能进行分析、判断,以实现控制。在一定意义上说,没有测量就没有科学实验,也没有工业生产。

1.1.3 动态检测的特点

检测技术的任务都是以测量系统的输出去估价被测物理量，即测量系统的输入。从信息论的观点来说即是此点复现彼点的信息。在检测技术中，静态测量与动态测量的差别是：静态测量得到的是输入与输出之间数值上的对应关系，而动态测试中得到的则是输入与输出信号上的对应关系，动态测试是测量物理量随时间变化的过程。因此，静态测量关心的是数值上的误差，而动态测试则以信号的不失真复现分析为基础。动态测试重点研究的是测试系统的动态响应，信号的不失真传递。因此，动态测试需解决的是信号的获取、信号的加工、信号的处理与分析以及信号的记录。

1.2 检测系统的组成

检测系统主要组成部分的结构方框图如图 1-2 所示。信号的获取部分是将被测物理量转换成以电量为主的信号。如拾音器把声音转换成电容等电参数的变化，电阻应变片把弹性体的应变转变成电阻的变化。



图 1-2 检测系统组成原理方框图

信号变换部分是对传感器部分所得到的信号进行变换或加工，如将电阻的变化变为电压或电流的变化；对信号进行放大、调制与解调、滤波等。经过这样的加工使之变为一些合乎需要，便于输送、显示或记录以及可作进一步后续处理的信号。从广义上看，这也是传感部分与信号处理之间的一种“接口”。

显示与记录部分是将所测信号变为一种能被人们观察和分析的形式。

现代计算机技术在信号处理中得到广泛的应用,如何将所测得的信号作进一步变换、运算等。图1-3所示为包括信号分析和处理的较为复杂的检测系统。

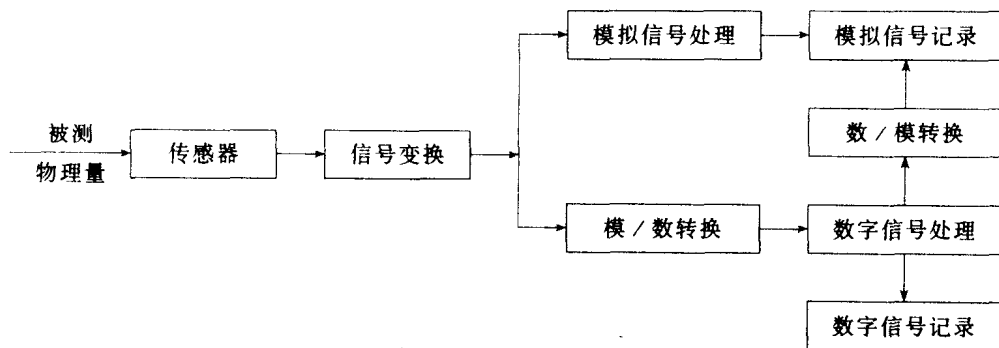


图1-3 智能检测系统

1.3 检测技术与仪器课程内容

这门课着重讨论工业生产、科学研究、医学生物技术中常用参数的检测与转换,它是描述这些过程的主要依据,是构成自动控制系统的基础。从被测量的对象出发,应用物理或化学原理,将被测对象所需检测的某些参数如温度、流量、物位、压力等热工参数,位移、力、速度、加速度等力学量参数,通过检测仪表或传感器,转换成与被测参数有一定关系的物理量,如电压、电流,以便于显示、记录与处理。

本课程中所介绍的是检测技术中最常用的参数,通过讲授这些参数的测量,使大家明确以下几个问题:

- (1) 参数测量中基于的物理效应或物理定律;
- (2) 检测元件的基本组成与工作特性;
- (3) 检测系统的功能,除完成检测外,尚需要相应的电路进行放大、预处理以及有可能与计算机联机。

检测技术的发展与生产技术和科学研究的发展是分不开的,因此它是一门十分活跃的学科,生产模式、管理等的发展,对检测技术不断提出新的要求,因此它们也是测试技术发展的基础。同时,检测技术在新领域中的应用,更为其进一步发展提供了可能。在环境保护、生物工程、海洋工程等领域中,检测技术也显示了巨大的作用。新效应、新材料的不断引入,半导体、超导体、精密陶瓷、高分子材料等敏感元件的出现,是测试技术中正在崛起的方面军,有利于在更广泛的领域,如民用建筑、家用电器、机器人等领域中发挥作用。

高职高专学生在学习这门课程后,应能掌握信号和检测系统的时、频域的分析方法,基本传感技术、信号变换及信号记录的原理和正确选用,初步学会使用有关检测系统(如电阻应变仪、光线示波仪、X-Y函数记录仪等),了解电阻、电容、电感等传感器的特性与实际应用,并能在实际生产与工程技术中学会应用。

第2章 检测系统

2.1 信息与信号

2.1.1 信息与信号简述

信息一般是指消息、情报、资料、数据、信号等所包含的内容。对大量信息进行分析、提炼,可形成有用的知识。信息作为一种重要的资源和财富,对人类的生存和社会的发展起着极为重要的作用。人类对信息的感知和掌握,以及信息利用的深度和广度关系到社会发展的速度。具体来说,信息有以下重要功能:首先,信息是人类和生物生存的要素。倘若没有信息,生物就无法判断处理环境的变化,也就不可能采取相应的行动来适应这种变化。遗传和新陈代谢的决定性要素是遗传密码和生物钟信息。第二,信息是认识事物的先导,是知识的源泉。认识事物的第一步是获得事物各方面的必要信息,然后进行分析、处理和加工,以获得进一步认识,并可上升为理性的知识,再在实践中加以检验。没有信息,就没有认识,就不可能产生知识。

现代工业生产和科学实验中,信号是信息的主要载体。这些信号包括某一机械设备的运转速度、加速度、振动速度、温度、流量等。使用检测系统来获取某些参量的变化过程,也就是获得信号的过程。

2.1.2 信号的分类

作为信息的载体,信号可以分为两大类:确定性信号与非确定性信号。

1. 确定性信号

凡能用明确的数学关系式表达的信号称为确定性信号。例如交流电压可用下面的数学关系式表达

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

确定性信号包括：周期信号(如余弦或正弦周期信号)、复杂周期信号、非周期信号、准周期信号、瞬变信号等。

2. 非确定性信号

非确定性信号是无法用明确的数学解析关系式表达的信号，即无法预见对应于某一瞬时信号幅值的数值。这种信号通常可以称为“随机信号”，例如机械噪声就是这一类信号。随机信号只能用概率统计的规律加以描述。

非确定性信号既有平稳随机信号，也有非平稳随机信号，例如植物生长的信号。

信号还可按其取值情况分为模拟(连续的含义)信号与离散信号。模拟信号是指在某一自变量间隔内，信号的幅值可以取连续范围内的任意数值，如图 2-1a 所示。而离散信号是指自变量在某些不连续数值时才具有幅值的信号，如图 2-1b 所示。

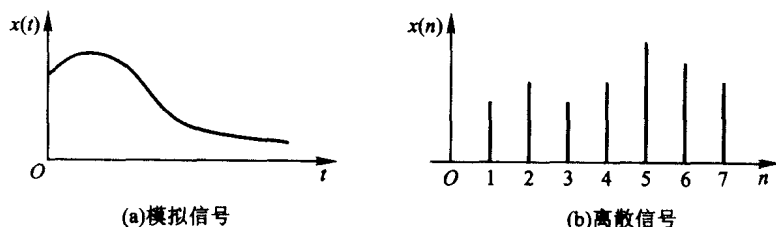


图 2-1 模拟信号与离散信号

2.2 信号的表述

作为随时间变化的信号，表述信号随时间变化的性质可用时间域的概念。对于复杂信号，用频率结构来表述信号的方法称为信号频域表述，频率域的描述是把一个信号分解或处理成最常用的信号，如正(余)弦信号，也就是分解成多个频率不同的成分。从时域到频域，可用傅里叶变换法来转换。

最常用的信号是正(余)弦信号，每一个正(余)弦信号的频率都是确定的一个“频率成分”。所以，一个复杂信号可以分解成多个频率不同的正(余)弦信号之和，能分解出多少个正(余)弦信号，就认为这一信号有多少个频率成分。

一个信号如何从时域表述转化为频域表述，其转换的数学方法是傅里叶分析法。

2.2.1 周期信号与离散频谱

周期信号的定义

$$x(t) = x(t + T) = \cdots = x(t + nT) \quad (2-1)$$

$$(n = \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

即每隔一定的时间 T ，信号又重复出现同一量值。 T 为该周期信号的周期。最简单的周期

信号是简谐信号，即正(余)弦信号，可写为

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin(n \times 2\pi + \omega t + \varphi_0)$$

其三个基本要素是振幅、圆频率、初相角。

根据高等数学中的证明，一个周期函数 $x(t)$ 如满足狄里赫里(Dirichlet)条件，即：

- (1) 处处连续或者在每个周期中只有有限个间断点，并且在间断点的跃度是有限的；
- (2) 在每个周期中只有有限个极值。则该函数可以展开为傅里叶级数且收敛。

一般机械和电子工程技术中所遇到的周期信号都能满足狄里赫里条件，所以都可以用傅里叶级数展开。

傅里叶级数的三角函数展开式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2-2)$$

式中 a_0 、 a_n 和 b_n 称为傅里叶系数，分别用下列公式求取

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2-3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (2-4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (2-5)$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

式中 T ——该周期信号的周期；

ω_0 ——该周期信号的基频， $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 。

实际振动和波并不一定是简单的谐振动和谐波。图 2-2a 为 C 调 “do” 的音叉(频率为 264 Hz)发出的声振动，是谐振动。图 2-2b、c 为某个提琴和某人唱 C 调 “do”。

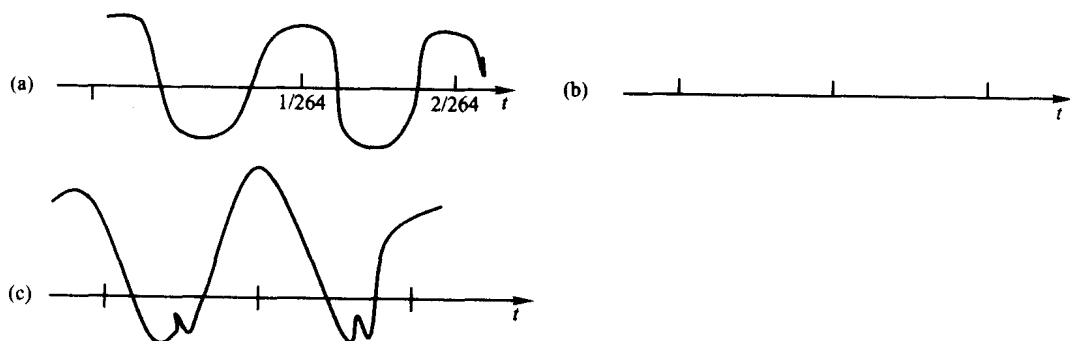


图 2-2 C 调 “do” 的谐振动图

【例 1】 现有周期性信号——交流电压 $E(t) = E_0 \sin \omega t$ ，经过半波整流负压被“削去”(图 2-3)。试研究半波整流电压的傅里叶级数的周期及其频谱。

$$E(t) = \begin{cases} 0 & \left(\text{在} \left[-\frac{\pi}{\omega}, 0 \right] \text{上} \right) \\ E_0 \sin \omega t & \left(\text{在} \left[0, \frac{\pi}{\omega} \right] \text{上} \right) \end{cases}$$

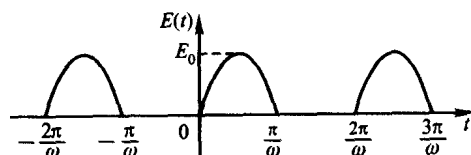


图 2-3 交流电压半波整流波形图

$$E(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi/\omega} \left[\int_{-\pi/\omega}^0 0 dt + \int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t dt \right] = \frac{E_0}{\pi}$$

$$a_k = \frac{1}{\pi/\omega} \int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t \cos k\omega t dt = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\sin(1+k)\omega t + \sin(1-k)\omega t] dt$$

要区别 $k=1$ 和 $k \neq 1$ 两种情况:

$$a_1 = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} \sin 2\omega t dt = -\frac{E_0}{4\pi} \cos 2\omega t \Big|_0^{\pi/\omega} = 0$$

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\sin(1+k)\omega t + \sin(1-k)\omega t] dt \\ &= \frac{E_0}{2\pi} \left[-\frac{\cos(1+k)\omega t}{1+k} - \frac{\cos(1-k)\omega t}{1-k} \right]_0^{\pi/\omega} \\ &= \frac{E_0}{2\pi} \left[-\frac{(-1)^{1+k}}{1+k} + \frac{1}{1+k} - \frac{(-1)^{1-k}}{1-k} + \frac{1}{1-k} \right] \\ &= \begin{cases} 0 & (k \text{ 为奇数 } 2n+1) \\ \frac{2E_0}{[1-(2n)^2]\pi} & (k \text{ 为偶数 } 2n) \end{cases} \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{1}{\pi/\omega} \int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t \sin k\omega t dt \\ &= \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\cos(1-k)\omega t - \cos(1+k)\omega t] dt \end{aligned}$$

也要区别 $k=1$ 和 $k \neq 1$ 两种情况:

$$b_1 = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{1}{2} E_0$$

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\cos(1-k)\omega t - \cos(1+k)\omega t] dt \\ &= \frac{E_0}{2\pi} \left[\frac{\sin(1-k)\omega t}{1-k} - \frac{\sin(1+k)\omega t}{1+k} \right]_0^{\pi/\omega} = 0 \end{aligned}$$

所以

$$E(t) = \frac{1}{\pi} E_0 + \frac{1}{2} E_0 \sin \omega t + \frac{2}{\pi} E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-(2n)^2} \cos 2n\omega t$$

上式中: 第一项中的 $\frac{1}{\pi} \approx 0.32$, 是直流部分; 第二项为频率与原来频率相同的交流成分, 幅度减为 $\frac{1}{2}$ 。以后各项, 即出现频率为原来频率 $(2n)$ 倍的交流成分。半波整流电压还是脉动的, 不是直流。其中, 频率与原来频率相同的交流成分叫做基波。频率为原来频率 k 倍的交流成分叫做 k 次谐波。

半波整流后的脉动电压并不是单纯的直流, 而是附加了各种交流成分(基波、偶次谐波),

必须经过滤波, 把交流成分滤掉。本例 $2n$ 次谐波的幅度是

$$\left| \frac{2E_0}{\pi} \frac{1}{1 - (2n)^2} \right| \quad \text{即} \quad \frac{2E_0}{\pi} \frac{1}{(2n)^2 - 1}$$

很明显, $2n$ 越大的谐波或者说越是高次的谐波, 其幅度越小。

周期函数的傅里叶级数把直流基波、谐波各个成分分析得十分清楚, 这是幂级数展开式所做不到的。

典型周期信号的傅里叶级数三角函数展开式和幅值频率谱列于表 2-1。常见周期信号的频谱特征有离散性、谐波性和幅值频谱的收敛性。

表 2-1 典型周期信号的傅里叶级数与频谱

信号名称	波 形	傅里叶级数展开式
周期对称方波 (奇函数)		$x(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \cdots \right]$
周期对称方波 (偶函数)		$x(t) = \frac{4}{\pi} \left[\cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \cdots \right]$
周期三角波		$x(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[\cos \omega_0 t + \frac{1}{9} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{25} \cos 5\omega_0 t + \cdots \right]$
周期锯齿波		$x(t) = \frac{2}{\pi} \left[-\sin 2\omega_0 t - \frac{1}{2} \sin 4\omega_0 t - \frac{1}{3} \sin 6\omega_0 t - \cdots \right]$
周期全波正弦 波整流		$x(t) = \sin \omega_0 t = \frac{2}{\pi} \left[1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega_0 t - \frac{2}{15} \cos 4\omega_0 t - \cdots + \frac{2}{1 - 4n^2} \cos 2n\omega_0 t + \cdots \right]$

用频谱描述信号的出现为人类认识客观世界开辟了一个新的领域, 许多难以认清的动态现象经频谱分析可以一目了然。

傅里叶级数还可以用复指数形式展开。根据欧拉公式:

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{-jn\omega_0 t} + e^{jn\omega_0 t}) \quad (2-6)$$

$$\sin n\omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{-jn\omega_0 t} - e^{jn\omega_0 t}) \quad (2-7)$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \quad (2-8)$$

式中, c_n 可由式

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (\text{欧拉公式})$$