大学生学习指导丛书

概率论与数理统计

学习指导与提高

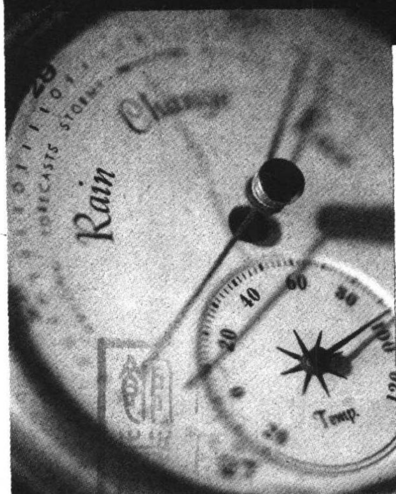
[经济类]

章 德 编著

北京航空航天大学出版社
http://www.buaapress.com.cn

大学生学习指导丛书

概率论与数理统计



学习指导与提高

［经济类］

章德 编著

北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书是与经济、管理类各专业概率论与数理统计教材依章同步的辅助教材，围绕教学基本要求展开、深入；对基本概念、基本性质、基本方法作了较深入的总结、归纳；注重概念、性质及方法的纵向类比分析。书中选择了较多类型的题目解析，以利于学生对“三个基本”的掌握。例题中对学生易见的多发问题的题目作了较多的解说，以强调解题思想及要点。

本书是一本融入教师教学经验的辅导书。

本书可作为经济、管理类大学生学习概率论与数理统计的辅助教材，也可供有关教师和自学人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习指导与提高:经济类/章德编著. —北京:北京航空航天大学出版社,2003.5

ISBN 7-81077-311-9

Ⅰ.概… Ⅱ.章… Ⅲ.①概率论—高等学校—教学参考资料②数理统计—高等学校—教学参考资料

Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 026053 号

概率论与数理统计学习指导与提高

[经济类]

章 德 编著

责任编辑 刘宝俊

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(100083) 发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

http://www.buaapress.com.cn

E-mail:bhpress@263.net

河北省涿州市新华印刷厂印装 各地书店经销

*

开本:787×960 1/16 印张:16 字数:358 千字

2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷 印数:5 000 册

ISBN 7-81077-311-9 定价:22.00 元

出版者序

出版的起因

随着我国高等教育改革和高等院校招生数量的不断增长，越来越多的青年学子踏入了大学的校门，开始了人生中最为绚丽多彩的大学生活。面对扑面而来的浓郁的学习气氛，置身于美丽幽静的大学校园，伴随着朗朗的读书声，无数满怀豪情的学子们意气风发，憧憬着美好的未来。当然，莘莘学子主要还是往返于教室和寝室之间，遨游于书海之中。毋庸置疑，大学的生活是浪漫美好的，但也是相当艰辛的，充满了成功的喜悦和失败的沮丧。大学生的学习任务相当繁重，加上现在不断压缩学时，使许多学生疲于奔命，且很少答疑，对所学的知识难以深入理解，整体上表现出一种浮躁状态。这一切都给不少同学带来了新的困惑和烦恼。为了使学生真正掌握所学知识的内涵，把握知识点，了解重点、难点和解题思路，达到事半功倍的效果，同时为帮助所有学生顺利通过各门功课，尤其是大学基础课程的考试，使他们能够不致过于艰辛地学完所有的课程。这便是我们推出这套丛书的出发点，也是我们组织出版这套丛书的主要目的所在。书中的个别地方的难度略大，主要是为部分学生日后考取研究生而做的铺垫性工作，并不是对所有学生的要求。

同类书的现状和推出本丛书的着眼点

面对五彩缤纷的同类图书，如果我们仔细观察，就会发现这些图书一直沿用着教材→辅导书→习题解答的老路在循环往复地进行。而所谓的辅导也仅是把教材中的内容加以重复而已。这就使学生有意无意间掉进了某个教材的旋涡，而不能真正抓住大纲所要求的知识点，从而导致了学生的视野狭窄，在以后的研究生入学等考试时陷于茫然不知所措的地步。

实际上，对于学生来说，必须明白的是，教材只是教学大纲的一种体现形式，日后的研究生入学考试等并不会测定学生对某种教材的掌握程度，而是要测定对大纲中所要求的知识的掌握程度。这就要求在学习时，紧扣教材，但不拘泥于教材，要在教材的基础上适当扩展视野，以大纲为主线进行学习。这是大学学习与中小学学习的最大区别，而且对于在读的天之骄子来说，掌握了方法和明确了学习的思路后，实现起来并不困难。

从学习的角度来看，一个人对新知识的学习的过程一般是“学习→理解→模糊和淡忘→再学习（复习）→再理解→…→与自身已有的知识融合”。这种规律是客观存在的，也是学校实行“讲课→作业→考试”模式的重要依据。无疑，这种教与学过程的模式化是必要的，关键是如何灵活地运用这种模式，不使学生因遵循这种模式而僵化了思路。从这一点上看，我们推出这套紧扣大纲而超越某一版本教材的辅导书，正是这样一种尝试。

编写的风格和宗旨

在本丛书策划启动时，我们与有关作者反复讨论，确定了本套丛书所要遵循的原则如下：

1. **强化大纲要求，摆脱具体教材的束缚**。如前所述，大学教学的主要目的是让学生掌握大纲所要求的知识，而不是某一个版本的教材，本丛书内容安排均是依照教学大纲而进行的，包括了教学大纲所要求的全部知识要点，而且绝大部分教材的内容也是依此安排的。这样本丛书的总体布局，甚至章节设置都与大部分教材是一致的，可使学生在学习的过程中，同步使用我们的学习指导书。

2. **强调学习和做题的技巧，减少习题的数量**。做习题，实际上是对所学知识的巩固，但在一定程度上又要综合运用各方面的知识，超过了巩固知识的基本要求，而是在此基础上有所提高。于是，有些学生增加了做题的数量，力求面面俱到。这其实是不可能的，也是不必要的。大学教学的主要要求是掌握教学大纲所要求的基本知识点，并不要求学生能够求解超级难题。因此，只要掌握一定的解题技巧，能够求解中等难度的习题即可。本丛书的例题讲解多，目的是要介绍更多的技巧；习题数量有限，是既要达到复习巩固的目的，又要避免陷入茫茫题海，浪费宝贵的时间。

3. **着眼日常学习，突出应试能力**。学校考核角度来看，考试是衡量学生是否达标的基本方式。从学习角度来看，考试是促进学生把本阶段所学的知识与自身已有的知识融合起来的、达到综合提高的目的。因此，应该从两方面着手：一是临场的做题能力；二是综合提高的能力。基于这种考虑，我们在书中增加了期中和期末考试模拟题。一则是给学生多提供一个自我检测的机会，另则是促进学生全面理解所学的内容。

我们的期望

一个新生命的诞生是可以由父母控制的；而一旦诞生，其成长和发展却是其父母所无法完全控制的，也是不以任何人的意志而转移的；每个生命都依照其自身的规律成长、发展，是惟一的、个性化的。本丛书是我们一手策划的，其影响和作用却不是我们所能够完全左右的，它的成败最后取决于读者的认可程度。我们期望，它能够为所有选用它的学生提供一些必要的帮助，使他们顺利学完该课程，并为日后的学习和工作打下坚实的基础。当然，学习是一个复杂的过程，并不是一套丛书能够完全解决的。同时，我们也期望读者在通过我们的图书得到知识之际，能够培养出勤奋、严谨的学习态度和坚韧顽强、不屈不挠的意志。这是所有成功人士必须具备的个人素质！

最后，向所有选用我们这套丛书的读者致意。你们的支持是我们的动力，你们的成绩也是我们的骄傲！

北京航空航天大学出版社

前　言

经济、管理类各专业的基础数学一般包括微积分、线性代数、概率论与数理统计三部分内容。它们之间既存在许多共同之处，有着密切的联系，又有各自的方法和特点。微积分所研究的量主要是无穷的、连续的，所采用的方法是极限的方法。线性代数所研究的量主要是有限的、离散的，故而采用的方法是归纳的方法。无论是微积分或线性代数，它们所讨论的问题都是确定型的，而概率论与数理统计所讨论的问题则是随机型的。这是概率统计与微积分和线性代数之间的重大区别。

概率论是研究随机现象规律性的数学学科，不仅理论严谨，应用广泛，更有其独特的概念和方法。将概率论的结果深入地分析统计，观察某些现象并发现其内在规律性，再加以研究，从而作出相应的判断和预测，然后将这些结果归纳整理得到一定的数学模型，这是数理统计所研究的问题。

由于概率论与数理统计研究的是随机现象，讨论的方法有其独特之处，使得有部分初学者感到它的基本概念难理解，公式难记，方法不易掌握，习题难做。为了帮助学生学好概率论与数理统计，本书就这些难点，有针对性地给以辅导，由浅入深、逐步引导学生掌握这些概念与方法。为此，本书每章的结构都是“三段式”：基本知识概要——典型例题解析——自测题的形式。即先对基本概念、性质、定理进行概括，指出构成它们的要素、前提条件、特点以及容易发生的问题；然后通过典型例题的讲解使学生进一步加深对概念、性质、定理的理解，同时使学生领会解题的一些方法和技巧；最后再通过演练一些习题，达到检测自己掌握的程度，发现问题，以达到改进和提高的目的。本书作者依照教学大纳及长期的教学经验，在展开上述内容的过程中，特别指出一些概念及方法之间的区别和联系，便于学生真正理解这些概念、性质的本质，掌握这些方法的关键所在。书中引入了多种类型的例题，一方面用例题的形式体现各章的基本内容和具体要求，另方面通过对典型例题的剖析，辅导学生掌握基本概念，提高分析问题和解决问题的能力。

本书在每章末有一份自测题及参考答案，全书最后部分附有两份南京大学商学院部分专业本科生概率论与数理统计课的期末试题及答案，供读者参考。

本书可作为经济、管理类大学生学习概率论与数理统计课程的参考书，也可作为自学概率论与数理统计的辅导教材。

由于编者水平所限，书中会有疏漏与不妥之处，望读者不吝指正。

编　者
于南京大学
2002 年 10 月

目 录

第一章

随机事件

1.1 概 要

1.1.1 随机试验

满足下列三个条件的试验称为随机试验：

1. 在相同的条件下，试验可以重复进行；
2. 试验的结果具有多种可能性，且在试验前就已知道试验的全部可能结果；
3. 试验前不能准确地预言试验的结果。

1.1.2 基本事件和样本空间

一、基本事件

对于某个随机试验，它的一个指定的试验结果出现，称为此试验的一个基本事件，分别记为 $\omega_1,\omega_2,\cdots$。由于每个试验结果对应于一个基本事件，所以一个试验的试验结果也用 $\omega_1,\omega_2,\cdots$表示。

二、样本空间

为了更方便地研究随机试验，我们把一个随机试验 E 的所有基本事件(即全部试验结果)所组成的集合叫做试验 E 的样本空间，记为 Ω。于是基本事件也称为样本点。

1.1.3 随机事件

一、随机事件

在随机试验中，对一次试验可能出现也可能不出现，而在大量重复试验中具有某种规律性的事情，称为此随机试验的随机事件，简称为事件。通常用大写字母 A,B,C 等表示。

二、基本事件与随机事件

在随机试验中，基本事件是这个试验的最简单的随机事件。

通常一个随机事件是该试验的若干个基本事件(试验结果)构成的集合。在试验中，称一个随机事件发生了(或称为出现了)当且仅当它所包含的一个试验结果(基本事件)出现了。

三、必然事件与不可能事件

必然事件与不可能事件是随机事件的两个极端的情形。

(一) 必然事件

在每次随机试验中一定会发生的事件称为必然事件。记作 U。必然事件是由试验的所有可能的试验结果构成的事件(因此也记为 Ω)。

(二) 不可能事件

在每次随机试验中都不可能发生的事件称为不可能事件,记作 V。不可能事件是不包含任何试验结果的事件(因此也记为 $\varnothing$)。

(三) 必然事件与不可能事件之间的关系

必然事件与不可能事件有着紧密的联系。如果在每次试验中,某一事情一定发生,则此事情的反面就一定不会发生,反之亦然。

1.1.4 事件的集合

一、基本事件

对于试验的每一个基本事件,用只包含一个元素 ω 的单点集合$\{\omega\}$表示。

二、随机事件

由若干个基本事件复合而成的随机事件,用包含若干个相应元素的集合表示。

三、必然事件

由所有基本事件对应的全部元素组成的集合即样本空间 Ω,它就是必然事件。每一个基本事件所对应的元素称为样本空间的样本点。于是随机事件就是样本点的某个集合。

四、不可能事件

不可能事件就是不包含任何元素的空集 $\varnothing$。

1.1.5 事件间的关系

在考虑两个事件之间的相互关系时,总是假定它们是同一随机试验的事件。

一、事件的包含关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生,即属于 A 的每一个样本点也都属于 B,则称事件 B 包含事件 A,或称事件 A 包含于事件 B,记为 $B\supset A$ 或 $A\subset B$。

$B\supset A$ 的一种等价说法是:如果 B 不发生,必然导致 A 也不发生。对于任何事件 A,显然都有 $\varnothing\subset A\subset\Omega$。

二、事件的相等

如果事件 B 包含事件 A,事件 A 也包含事件 B,称事件 A 与事件 B 相等,记作 $A=B$。此时,A 与 B 中的样本点完全相同。

三、事件的和(并)

(一) 两事件的和(并)

事件 A 与事件 B 至少有一个发生,这是一个事件,称为 A 与 B 的和(并),记作 $A+B$(或

$A\cup B$)。事件 $A+B$ 的样本点集为 A 的样本点集与 B 的样本点集构成的并集。

(二) n 个事件的和(并)

类似地,n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生,这是一个事件,称为 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和(或并)记为 $A_1+A_2+\cdots+A_n$(或 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$),简记为 $\sum\limits_{i=1}^{n}A_i$(或 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$)。这个事件的样本点集为 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的样本点集的并集。

(三) 可列多个事件的和(并)

可列多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$,中至少有一个发生,这是一个事件,称为可列多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$的和(或并),记为 $A_1+A_2+\cdots+A_n+\cdots$,(或 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots$),简记为 $\sum\limits_{i=1}^{\infty}A_i$(或 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$)。

四、事件的积(交)

(一) 两事件的积(交)

事件 A 与事件 B 同时发生,这是一个事件,称为事件 A 与事件 B 的积(或交)。记为 AB(或 $A\cap B$)。事件 AB 的样本点集由既属于 A、又属于 B 的一切公共样本点构成的集合。

(二) n 个事件的积(交)

类似地,n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生,这是一个事件,称为 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积(或交)。记为 $A_1A_2\cdots A_n$(或 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$),简记为 $\prod\limits_{i=1}^{n}A_i$(或 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$)。此事件的样本点集由同时属于 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的一切公共样本点构成的集合。

(三) 可列多个事件的积(交)

可列多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$同时发生,这是一个事件,称为可列多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$的积(或交),记为 $A_1A_2\cdots A_n\cdots$(或 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n\cap\cdots$),简记为 $\prod\limits_{i=1}^{\infty}A_i$(或 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$)。

五、事件的差

事件 A 发生,而事件 B 不发生,这是一个事件,称为事件 A 与 B 的差,记为 $A-B$。它是属于 A 而不属于 B 的那些样本点的集合。

六、互斥事件(互不相容事件)

(一) 两事件的互斥

如果事件 A 与事件 B 不能同时发生,即 $AB=\varnothing$,称事件 A 与 B 互斥(或称为互不相容)。互斥事件 A 与 B 没有公共的样本点。显然,基本事件之间是互不相容的。

(二) n 个事件的互斥

若有 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n(n>2)$,其中任何两个事件都不可能同时发生,则称这 n 个事件是互不相容的(或互斥的)。

七、对立事件

事件“非 A”，称为 A 的对立事件（或 A 的逆事件），它是由样本空间中所有不属于 A 的样本点组成的集合，记为 $\overline{A}$。显然有

$$\begin{cases} A+\overline{A}=\Omega \\ A\overline{A}=\varnothing \end{cases}$$

而且 $\overline{A}=\Omega-A$，$\overline{\overline{A}}=A$。特别有 $\overline{\varnothing}=\Omega$，$\overline{\Omega}=\varnothing$。

前面讨论的事件 A 与 B 的差 $A-B$，可以表示为 $A-B=A\overline{B}$。

八、完备事件组

若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是互不相容的，并且 $A_1+A_2+\cdots+A_n=\Omega$，则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组。

1.1.6 事件的关系及运算的图示

由于随机事件都可以用样本空间 Ω 中的某个集合来表示，于是事件间的关系和运算就可以用集合论的知识来讨论和表示了。通常用平面上的一个矩形区域表示必然事件，而用此区域内的一个子区域表示事件。则各事件的关系及运算如图 1-1 中的图形所示。

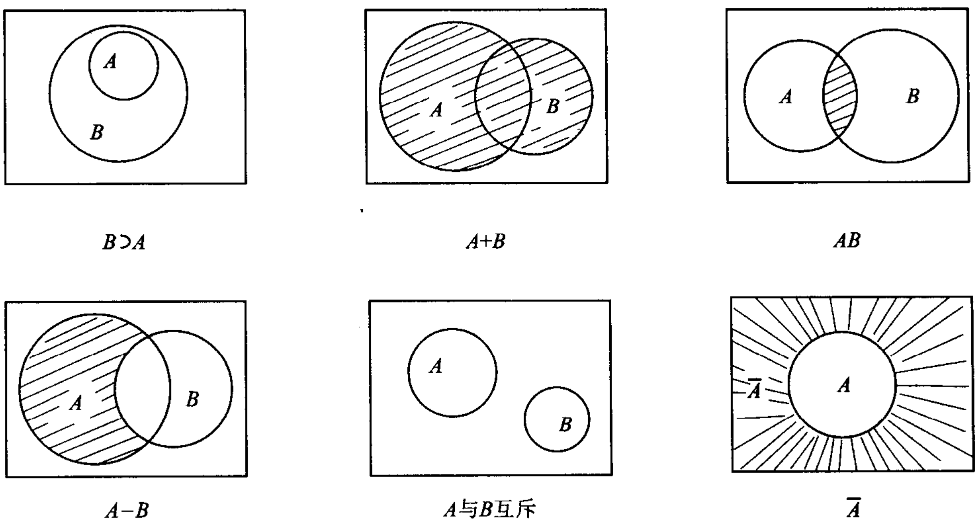


图 1-1

1.1.7 事件运算的简单性质及运算规律

一、事件运算的简单性质

1. $A\subset(A\cup B)$；$B\subset(A\cup B)$；$(A-B)\subset A$；

$(B-A)\subset B$；$(A\cap B)\subset A$；$(A\cap B)\subset B$。

2. $A\cap(A\cup B)=A$；$B\cap(A\cup B)=B$；$(A-B)\cup B=A\cup B$；
$(B-A)\cup A=B\cup A$；$(A\cap B)\cup A=A$；$(A\cap B)\cup B=B$。

3. $A\cup A=A$；$(A-B)\cap A=A-B$；$(A-B)\cap B=\varnothing$；
$A\cap A=A$；$A\Omega=A$；$A\varnothing=\varnothing$。

二、事件运算的运算律

1. 交换律：$A\cup B=B\cup A$；$A\cap B=B\cap A$。
2. 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；
$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$。
3. 分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$；
$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$。
4. 对偶律（德·摩根律）：
$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$；$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

将对偶律推广，即得：

$$\overline{\bigcup_i A_i}=\bigcap_i\overline{A}_i;\quad \overline{\bigcap_i A_i}=\bigcup_i\overline{A}_i。$$

1.1.8　事件及其运算与集合及其运算之间的关系

概率论中事件之间的关系及其运算与集合论中集合之间的关系与运算是一致的。表1-1给出了两者之间的对应关系。

表 1-1

记　号	集合论	概率论
Ω	全　集	样本空间
$\varnothing$	空　集	不可能事件
ω	集合的元素	基本事件
A	子　集	事　件
$\overline{A}$	A 的余集	A 的对立事件
$A\subset B$	A 是 B 的子集	事件 A 发生导致事件 B 发生
$A=B$	集合 A 与 B 相等	A 与 B 两事件相等
$A\cup B$	A 与 B 的和集	事件 A 与事件 B 至少有一个发生
$A\cap B$	A 与 B 的交集	事件 A 与事件 B 同时发生
$A-B$	A 与 B 的差集	事件 A 发生而事件 B 不发生
$A\cap B=\varnothing$	A 与 B 没有相同元素	两事件 A 与 B 互不相容

1.2　教学基本要求与重点

一、教学基本要求

1. 理解随机试验的特征。

2. 理解随机试验 E 的样本空间 Ω。当给出具体的随机试验时，能写出该试验的样本空间 Ω。

3. 会表达随机试验的有关随机事件。

4. 熟练掌握事件之间的四种基本关系（包含关系；相等关系；互不相容关系及互逆关系）。

5. 熟练掌握事件之间的四种基本运算（事件的和（并）；事件的积（交）；事件的差；事件的逆）。

6. 熟练掌握事件之间的四种基本运算法则（交换律；结合律；分配律和对偶律）。

二、重　点

本章重点是：随机试验中随机事件的表达，熟练掌握事件间的基本关系、基本运算及基本运算法则。

由于简单而正确地表示一个随机事件，以及熟练地掌握事件间的运算规律，对于今后求事件的概率在计算时非常重要，读者务必熟记并能正确地使用。

1.3　典型例题解析

【例 1.3.1】　下面的试验都是随机试验的例子。随机试验 E_1：将一枚硬币抛掷三次，观察其正面（无币值的一面）和反面（有币值的一面）出现的情况；

随机试验 E_2：掷一颗骰子，观察骰子出现的点数；

随机试验 E_3：在一只口袋中装有红色、白色、黑色的球各 5 个，每次从中任取一只，取后不放回，共取两次，观察其颜色；

随机试验 E_4：一射手进行射击，直到击中目标为止，观察其射击的情况；

随机试验 E_5：在一批产品中，任意抽取两只，检测它们是否合格。

随机试验 E_6：在一批灯泡中，任意抽取一只，测试它的寿命。

【例 1.3.2】　试叙述上例 1.3.1 中，随机试验 E_1,E_2,E_3 的基本事件。

〖解析〗　在随机试验 E_1 中，将一枚硬币抛掷三次，每种可能的结果，就是一个基本事件。依照硬币三次出现的次序，记为“（正，反，正）”等等，则基本事件就是“（正，正，正）”；“（正，正，反）”；“（正，反，正）”；“（反，正，正）”；“（正，反，反）”；“（反，正，反）”；“（反，反，正）”；“（反，反，反）”。

在随机试验 E_2 中，骰子“出现 1 点”；“出现 2 点”；“出现 3 点”；“出现 4 点”；“出现 5 点”；

"出现 6 点",就是基本事件。

在随试验 E_3 中,若将第一次抽到的球的颜色写在前面,将第二次抽到的球的颜色写在后面,则抽到两球的颜色为"(红,红)";"(红,白)";"(红,黑)";"(白,红)";"(白,白)";"(白,黑)";"(黑,黑)";"(黑,红)";"(黑,白)"就是基本事件。

【例 1.3.3】 写出例 1.3.1 中各随机试验的样本空间 Ω。

〖解析〗 在随机试验 E_1 中,样本空间为

$\Omega_1=\{$(正,正,正);(正,正,反);(正,反,正);(反,正,正);(正,反,反);(反,正,反);(反,反,正);(反,反,反)$\}$

在随机试验 E_2 中,样本空间为

$\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}$

在随机试验 E_3 中,样本空间为

$\Omega_3=\{$(红,红);(红,白);(红,黑);(白,白);(白,红);(白,黑);(黑,黑);(黑,白);(黑,红)$\}$

在随机试验 E_4 中,样本空间为

$\Omega_4=\{A;\overline{A}A;\overline{A}\overline{A}A;\overline{A}\overline{A}\overline{A}A;\cdots\cdots\}$

其中 A 表示射击命中目标,$\overline{A}$ 表示射击未命中目标。

在随机试验 E_5 中,样本空间为

$\Omega_5=\{$(合格,合格);(合格,不合格);(不合格,合格);(不合格,不合格)$\}$

在随机试验 E_6 中,样本空间为

$\Omega_6=\{T\mid T>0\}$

其中 T 表示抽取灯泡的寿命。

【例 1.3.4】 在图 1-2 的电路中,用事件 A,B,C,D,E 分别表示开关 A,B,C,D,E"闭合"。用事件 F 表示"灯亮"。试讨论灯亮与各开关闭合之间的关系。

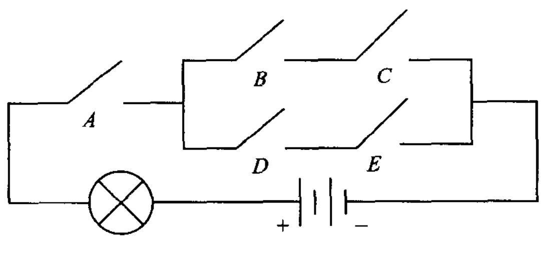


图 1-2

〖解析〗 从图 1-2 中可以看出,F 与 A,B,C,D,E 之间有下面的关系:

$ABC\subset F;ADE\subset F;ABC+ADE=F;\overline{A}F=\varnothing;\overline{B}\overline{D}F=\varnothing;\overline{B}\overline{E}F=\varnothing;\overline{C}\overline{D}F=\varnothing;\overline{C}\overline{E}F=\varnothing$

等等。

【例 1.3.5】 设 A、B、C 是三事件，试表示下列事件：

(1) A 发生，B 与 C 不发生；

(2) A 与 B 都发生，而 C 不发生；

(3) A 与 B 至少有一个发生；

(4) A、B、C 都发生；

(5) A、B、C 中至少有一个发生。

【解析】 (1) A 发生，B 与 C 不发生为 $A\overline{B}\overline{C}$；

(2) A 与 B 都发生，而 C 不发生为 $AB\overline{C}$；

(3) A 与 B 至少有一个发生为 $A+B$；

(4) A、B、C 都发生为 ABC；

(5) A、B、C 中至少有一个发生为 $A+B+C$。

【例 1.3.6】 某射手射击目标五次，设 A_i 为"第 i 次击中目标"($i=1,2,3,4,5$)，B 为"5 次射击中，击中次数大于 2"，C 为"5 次射击中，击中次数小于等于 4"，用文字叙述下列事件：

(1) $A=\sum\limits_{i=1}^{5}A_i$；(2) $\overline{A}$；(3) $\overline{B}$；(4) CB。

【解析】 (1) $A=A_1+A_2+A_3+A_4+A_5$，表示"5 次射击中至少有一枪击中目标"。

(2) $\overline{A}=\overline{A_1+A_2+A_3+A_4+A_5}=\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3\overline{A}_4\overline{A}_5$，表示 5 枪都末射中目标。

(3) $\overline{B}$ 表示"5 次射击中，击中目标次数不大于 2"，即"5 次射击中，击中目标的次数是 0 次、1 次或 2 次"。

(4) CB 表示"5 次射击中，击中目标次数大于 2 且小于等于 4"，即"5 次射击中，击中目标次数为 3 次或 4 次"。

【例 1.3.7】 设一个工人生产了四个零件，A_i 表示他生产的第 i 个零件是正品($i=1,2,3,4$)。试用 A_i 表示下列各事件：

(1) 没有一个是次品；(2) 只有一个是次品；

(3) 恰有两个是次品。

【解析】 (1) $A_1A_2A_3A_4$，即 4 个都是正品。

(2) $\overline{A}_1A_2A_3A_4+A_1\overline{A}_2A_3A_4+A_1A_2\overline{A}_3A_4+A_1A_2A_3\overline{A}_4$。

(3) $A_1A_2\overline{A}_3\overline{A}_4+A_1\overline{A}_2A_3\overline{A}_4+\overline{A}_1A_2A_3\overline{A}_4+A_1\overline{A}_2\overline{A}_3A_4+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3A_4+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3A_4$。

【例 1.3.8】 下列各式说明事件间有什么关系？

(1) $AB=A$；(2) $A+B=A$；

(3) $A+B+C=B$；(4) $ABC=C$。

【解析】 (1) $AB=A$，说明属于 A 的基本事件都属于 B，故知 $A\subset B$。

(2) $A+B=A$，说明属于 B 的基本事件都属于 A，故知 $B\subset A$。

(3) $A+B+C=B$，说明属于 A 或属于 C 的基本事件都属于 B，故知 $A+C\subset B$。

(4) $ABC=C$,说明属于 C 的基本事件既属于 A,又属于 B,即属于 AB,故知 $C\subset AB$。

自测题 1

1. 设 A、B、C 表示三个随机事件,试用它们表示下列各事件:

(1) A 出现,B 不再现;　　(2) B 出现,A、C 都不出现;

(3) C 不出现,B 也不出现;　　(4) 三个事件都不出现;

(5) 三个事件中不多于一个事件出现;

(6) 三个事件中不多于两个事件出现;

(7) 至少有两个事件出现;

(8) A、B 中至少有一个出现,C 不出现;

(9) A 出现,B 与 C 中至少有一个不出现;

(10) 恰好有两个事件出现。

2. 一名射手向某个目标射击三次,事件 A_i 表示该射手第 i 次射击时击中目标($i=1,2,3$)。试用文字叙述下列事件:

(1) $\overline{A}_1+\overline{A}_2$;　　(2) $A_1+A_2+A_3$;　　(3) $\overline{A}_1A_2$;

(4) $\overline{A_1A_2A_3}$;　　(5) A_2-A_1;　　(6) $\overline{A}_2\overline{A}_3$;

(7) $\overline{\overline{A}_1+\overline{A}_2}$;　　(8) A_1A_2;　　(9) A_2+A_3;

(10) $\overline{A_1A_2}$;　　(11) $A_1A_2+A_1A_3+A_2A_3$;　　(12) $\overline{A}_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+A_1\overline{A}_2\overline{A}_3$。

3. 简化下列各式:

(1) $(A+B)(B+C)$;　　(2) $(A+B)(A+\overline{B})$;

(3) $(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$;　　(4) $\overline{(\overline{A}\overline{B}+C)\overline{AC}}$;

(5) $ABC+\overline{A}\overline{B}C+A\overline{B}C+\overline{A}BC$;

(6) $A\overline{B}+A\overline{C}+BC$;　　(7) $AB+\overline{A}C+BC$;

4. 指出下列各等式是否成立,并说明理由。

(1) $\overline{A}B=A+B$;　　(2) $\overline{(A+B)}C=\overline{A}\overline{B}\overline{C}$;

(3) 如果 $AB=\varnothing$,且 $C\subset A$,则 $BC=\varnothing$;

(4) 如果 $A\subset B$,则 $\overline{B}\subset\overline{A}$;

(5) $(A+B)-A=B$。

5. 写出下列随机试验的样本空间:

(1) 一袋中有四只球,分别标号 1,2,3,4。从袋中任取一球后,不放回袋中,再从袋中任取一球,记录两次取球的结果;

(2) 将(1)的取球方式改为第一次取球后放回袋中再作第二次取球,记录两次取球的结果;