

# 中学数学自学辅导 教学实验文选

第一集

地质出版社

## 内 容 简 介

经教育部批准公开发行的“中学数学自学辅导教材”已在全国 22 个省市的中学推广实验。实验结果表明：它能充分发挥学生学习的主动性和积极性，有助于培养学生独立思考能力和自学能力，使学生的成绩有显著提高，是一种有明显优点的学习方法。本书汇集了十九篇实验研究报告较为系统地介绍了中学生自学辅导教学的理论、方法、和经验。对中学教师、教育工作者和心理工作者很有参考价值。

## 中学数学自学辅导教学实验文选

### 第 一 集

卢仲衡 编

地质矿产部书刊编辑室编辑

责任编辑：朱炜炯

地质出版社 出版

(北京西四)

地质出版社印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本：787×1092<sup>1/32</sup> 印张：6<sup>9/16</sup> 字数：147,000

1983年5月北京第一版·1983年5月北京第一次印刷

印数：1-10305 册 定价：0.60元

统一书号：7038·新111

## 前 言

“自学辅导教学”是应用有关学习的心理学原则编写教材，在教师辅导下进行自学的一种形式。实践证明，它是一种良好的有明显优点的学习方法。

自学辅导教学的优点就在于能更多地调动学生学习的主动性和积极性，并且能恰到好处地发挥教师的作用，从而明显地提高学生的学习成绩。

一个学生学习得好不好，主要决定于他的学习主动性发挥得怎么样，学习的客观条件虽然也重要，但毕竟是次要的。一个学生如果一点也没有学习的主动性，任何学习的积极性也调动不起来，那就任何教师也无可奈何了。在一定的客观条件下，一个学生的学习主动性或积极性能提高一点，他的学习效果就会好一点。如果他的学习积极性或主动性能高度调动起来，他的学习效果也必然是很优良的。当然，无论什么人的学习都有许多地方需要别人的指点或帮助。这样，学习才能顺利地进行。这是我们所以要办各种学校的一个原因。在学校中的教学工作进行得好不好，要看两个方面协作得好不好。一个方面是学生能否积极主动地学，另一方面是教师能否给予学生以必要的帮助。理想中的自学辅导教学不仅要使学生能发挥高度的学习主动性，也要使教师能起到恰到好处的辅导作用。

学生的学习能力有参差，这是普遍存在的客观事实。要

使不同的学生的学习主动性都高度地调动起来，就要因各人的具体条件而异，不能勉强要求一律。例如，对于学习主动性强而学习顺利，基本可以让其完全自学的学生，可以少加注意，少予帮助。对于学习主动性颇强，而学习则有较多困难的学生则可予以稍多注意，给予稍多的辅导。对于学习主动性不够或缺乏的学生则除了设法提高他们的学习主动性以外，应予以较多的注意并给以较多的启发和帮助。自学辅导教学法体现了因材施教的原则。

自学辅导教学法的重要性在于思维能力的培养。人的全部心理活动的重心在于他的思维活动。人的全部心理发展的主要问题也在于思维的发展。就教育的智育方面来说，也应以思维教育为主，并以思维为主的教育来带动智育其它方面的教育，如注意、记忆、观察、知觉等方面的教育。并且在德育、体育、美育等方面的教育中，思维也是一个很重要的问题。这是因为人的最本质的特征在于有思维。所以在人的全部教育中，特别在智育中，关于思维的问题是具有最根本的重要意义的。

这里，仅就今后自学辅导教学的研究、实验方向提出几点建议。

1. 为了适应四化的需要，我国的教育必须进行一番实质性的改革，而中小学阶段的教学的改革更是一个重要的问题。我们所需要的教学改革很可能就是自学辅导教学这样的教学方式。我们很有必要继续对它好好进行研究，使它进一步提高，以臻于完善。

2. 这是一项严肃的科学研究，必须极认真地从事，必须严格遵循研究和实验的方法，必须以真诚地求得科学真理为唯一目的，丝毫不能掉以轻心，夹杂任何私心杂念。

3. 目前大多数使用自学辅导教材的学校的实践结果证明, 这种自学的优越性是明显的。但也有少数学校的结果表明没有这样的优越性。这是为什么? 理由还不清楚。总之, 目前所得的结果还必须好好加以验证。希望参加实验的学校都要好好注意所用方法的严格性。

4. 现在初中数学自学辅导教学的教材虽已正式出版, 但还需要进一步研究修订, 尽可能达到完善, 以适应自学辅导教学的要求。

5. 自学辅导教学, 除了数学, 是否也可以应用于其它学科呢? 是否也适用于高中的各学科呢? 从原理上来看, 应该都是可以的。但自学辅导原则应用于不同学科所应采取的形式应该是颇不相同的。所以, 如何把自学辅导原则贯彻到初中高中所有不同的学科, 必然是须要进行十分大量研究工作的一个问题。因为每一门学科要贯彻自学辅导原则的问题不是单凭经验或理论推想所能解决的, 必须边研究边实验, 必须通过大量的实验和反复进行仔细的分析研究才能逐步解决。有志于教学改革的人不妨以此自任!

中国科学院心理研究所的卢仲衡同志对初中数学自学辅导教学已进行了十多年的研究。最初他曾把这种教学称三个本子教学。他通过实验所得的效果表明这种教学有明显的优点。在不同地区大多数学校的推广实验结果也是同样的。现在已把初中各年级数学的自学辅导教材全部编写出来, 经教育部批准交付地质出版社正式出版, 准备在全国各地区更多的学校继续推广实验, 以求进一步研究改进。此外还编辑了一本有关这项工作的实验文集, 包括有关的理论讨论、研究经验介绍和实验结果报告, 以供参加实验研究的同志们参考和对此问题有兴趣的同志阅读, 同时也借此广泛征求教育界、

心理学界及其它有关方面人士的批评指正意见。笔者特附此前言作为阅读的导引。

潘 菽

一九八三年四月

# 目 录

## 前言

|                                |                 |
|--------------------------------|-----------------|
| 谈谈教育实验的科学方法·····               | 卢仲衡 (1)         |
| 因式分解的自学实验的比较研究·····            | 卢仲衡等 (6)        |
| 促进初中学生自学教学有效心理学原则·····         | 卢仲衡等 (23)       |
| 初中学生自学教学的思维能力的研究·····          | 卢仲衡等 (43)       |
| 培养数学自学能力的试验·····               | 郭 鸿 (56)        |
| 自学教学初探·····                    | 金祥凤等 (60)       |
| 《自学数学实验教材》试验总结<br>·····        | 广东省教育厅教研室 (72)  |
| 数学自学辅导教学实验的初步结果·····           | 潘 菽 (85)        |
| 初中一年级数学自学辅导教学协作实验研究<br>结果····· | 卢仲衡 (98)        |
| 数学自学辅导教学实验一年来的初步成果·····        | 郭菊英 (113)       |
| 培养学生自学能力的体会·····               | 张淑钰 (116)       |
| 关于自学辅导教学的研究·····               | 卢仲衡等 (120)      |
| 在数学自学辅导教学中培养学生自学能力的尝试<br>····· | 彭庆退等 (128)      |
| 在中学数学教学中培养学生自学能力的试验<br>·····   | 马 岚等 (135)      |
| 数学自学辅导教学实验的初步效果<br>·····       | 太原市教研室数学组 (145) |

数学自学辅导教学实验总结.....张士允(159)

数学自学辅导教学对培养学生自学能力的作用

.....刘蕊蓝等(169)

数学自学辅导教学实验的初步体会.....金祥凤(175)

怎样进行自学辅导教学实验.....卢仲衡等(184)

# 谈谈教育实验的科学方法

卢 仲 衡

科学研究的基本方法是观察和实验。教育是一门科学，自然也应该应用这两种方法来进行研究。实验法又可分为实验室实验法和自然实验法。实验室实验法控制条件比较严密，得到的结果也比较准确。自然实验法兼有观察法和实验室实验法的优点，但不够准确，需要实验室的实验法作补充，或者经过多次的重复都得同样的结果才能下结论。

实验室的实验法以我研究《关于概括化形成与某些条件的依存性》为例。实验在暗室进行。有36个动物、植物和工具类的图画，每一个玻璃片上画一个图画，用专门仪器自动连续呈现，每个画片呈现5秒钟，间隔5秒钟。首先逐个呈现6个图片，顺序是老虎、青蛙、汽车、苹果、燕子、菊花。叫被试者把动物都拿下来，植物和工具都不要拿。然后逐个呈现36个这三类的客观检验的图片，看看小学二年级和五年级学生形成什么样的概括。检查的结果，有些学生形成动物的概括，有些形成野兽的概括，有些形成计数或位置的概括，有些形成颜色的概括，有些要找同样的，有些对动物概念不清楚，把能动的工具也错认为是动物。后来根据预试的结果我们设计了六种不同的条件来看概括化的形成。把120个小学生分成6组，每组20人。每组被试者的性别、年龄、学科、成绩、教师评语和家庭条件等都力求均等。这种实验室的实验，设计是很科学的。并一再交代被试者不要把

实验情况告诉别的被试者，实际上也很难保证这一点。后来当我们发现被试者泄露实验内容时，就取消了这一组的实验。实验室的实验应该要去伪存真及多次重复。

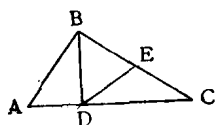


图 1

自然实验法在教育科学的实验中是一种重要的手段，这种方法在学科实验中应用比较广泛。问题的提出可以是国家交给的任务，或者是国际争论的焦点，或者是在实践过程中自己发现的问题等等。我们在学校进行实验时，用这样一道题调查初二到高一的学生，即“在直角三角形中， $BD \perp AC$ ， $E$ 是 $BC$ 的中点，问这个图中哪些角互为邻补角”（见图1）。学生能分出 $\angle BED$ 与 $\angle CED$ 互为邻补角的人数大大超过能分析出 $\angle ADB$ 与 $\angle BDC$ 、 $\angle ADE$ 与 $\angle EDC$ 互为邻补角的人数，原因是线段间隔破坏了所要寻找的图形的知觉结构，使所要寻找的图形变为隐蔽的。 $DE$ 破坏 $\angle ADB$ 与 $\angle CDB$ 互为邻补角的程度比 $BD$ 破坏 $\angle ADE$ 与 $\angle CDE$ 互为邻补角的小，原因是 $BD$ 是垂线，垂线是强成份的线段，以它为界的邻补角比较容易分出来。而线段 $DE$ 是斜线，是弱成分的线段，以它为界的邻补角被垂线 $BD$ 破坏比较大，以至有一班只有一个人能分析出它们是互为邻补角的。又如“在图2中，已知 $AO = DO$ ， $BA \perp AD$ ， $CD \perp AD$ ，求证 $AB = DC$ ”。图3是由图2的 $\triangle CDO$ 向上翻转、再向左移动而构成的，所不同者

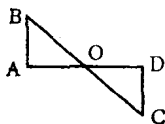


图 2

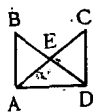


图 3

图2是非交错图形，而图3是交错图形。绝大多数学生都能正确地证明图2题，但是不能正确地证明图3题，其错误原因大多数与交错这

个因素有关。

基于这个调查的结果，我们在两个中学各自设实验班和对比班。实验班用颜色粉笔标清线段间隔或交错图形的界线或采用直观演示图形可能变化的方法。图4是利用两个全等直角三角板来演示图形可能的变化，怎样从非交错变成交错较少的图形、再从交错较少变成交错较多的图形及其相反的途径的变化。甲图是用两块全等的直角三角板摆成的图形，把

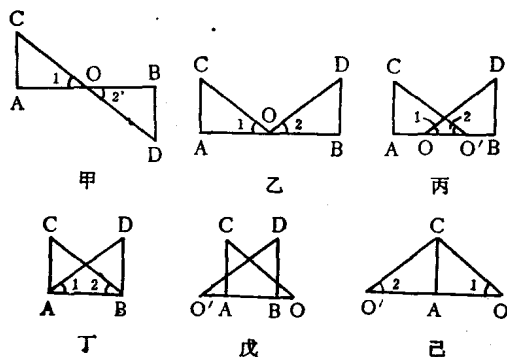


图4

$\triangle DBO$ 的三角板向上翻转就构成了乙图，再把它向左平移就构成略有交错的丙图，再向左移就构成交错较多的丁图，再移就构成交错较少的戊图，再移就构成非交错的己图。通过不同的移动方式，还可构成种种图形。此外，让学生自己也变化一些图形，并把它们画下来。如此进行教学的实验班对于消除线段间隔和图形交错的消极影响起着很大的作用，大大地优越于对比班。为了验证这种自然实验法所得的结果是否可靠，我们以实验室的实验法作补充，验证其可靠性。即找实验班和对比班的优、中、差学生进行个别实验。每人都做预

定的4道交错图形题。方法是边想边说和口头追述，由主试记录学生证题的思维过程和做题时间。个别实验的结果与班级试验相同，因此我们认为这个研究结果是可靠的。

又如，我们利用自然实验法研究几何的多种证法和多种类型时，有一班只用四道题，共用四十种证法进行教学；另一班用四十道不同类型的题进行教学。试验结果，用多种证法的学生会做多种类型的题，而学多种类型的题不太会进行多种证法，即使有些学生会用多种证法，但比学多种证法的学生差得多。我们再用其它个别实验的方法，也获同样的效果。多种证法较好，其原因是开阔了学生的思路，获得了多种证题的方法。如果我们增加一些多种证法的题，题不要证得如此复杂，效果可能更好，可惜由于工作变动，未能继续。

又如我们研究初中学生自学数学实验时，经过1965—1966年、1973—1974年以及1978—1979年三次研究，自学的实验班与老师教学的对比班的成绩相当，但是学习时间缩短四分之一左右。自学一年半后，自学思维能力的成长大大地超过对比班。关于自学成绩和缩短学习时间的研究，不同时间实验过三次，获得几乎相同的结果，我们初步认为结果是可靠的。但是要推广的话，还要经过逐步扩大实验范围，作更严格更精细的实验，把在班级实验中发现的问题更多地用实验室的实验法作补充。这项研究还在继续进行。教育的实验（特别是学制改革或学科改革的实验）是比较长期的、艰巨的和复杂的，不仅要求领导者坚持，而且要求实验者具有丰富的实验知识和经验，具有当场发现问题和解决问题的能力。教育当局应该大力支持并给予实验者充分的条件，而实验者在进行班级实验之前，应该先进行一系列个别实验或小型实验，这样才能做到心中有数，不至有损于学生的学习。

我国的教育不应该再停留在经验总结法、问卷法和学校汇报法的阶段，而应该进入科学实验法的阶段了。

原载《教育研究》1981年，第3期

# 因式分解的自学实验的比较研究<sup>①</sup>

卢仲衡 赵燕生 王宝荣

杜文斌 孙嘉谟 肖淑文

## 前 言

最近几年，欧美各国的心理学家进行了大量的“程序教学”的研究（亦称机器教学）。在1964年，我们选取中小学主要课程的某些章节进行程序教学试验。试验后觉得程序教学有一些优点。但是篇幅浩大（比目前课本大10至15倍左右），繁琐冗长，难以复习和查阅，不能为我所用，没有推广的价值。

毛泽东同志说：“盲目搬用的方针也是错误的，应当以中国人民的实际需要为基础，批判地吸收外国文化”。周恩来同志在1964年12月的政府工作报告中指出：“外国一切好的经验，好的技术，都要吸收过来，为我所用。学习外国必须同独创精神相结合”。

根据毛泽东同志和周恩来同志的指示，我们结合过去研究的学生学习几何的学习心理原则〔例如研究编写连锁推理的几何编题经验（见附录一）〕，吸收“程序教学”的一些有利因素，以及一些有效的学习心理原则和优秀教师的经验，提出现在的自学教材的“三个本子”。一本是课本，课本与

---

① 本研究在1966年4月完成，因“十年浩劫”干扰而未发表，这研究控制条件较严密，获得数据比较准确，编写自学教材有所创新，所以现在还有参考价值。

普通课本的不同点是寓心理学原则和教学法于教材之中；一本是练习本，这练习本与一般的练习本的不同点在于把习题印在练习本上，留有让学生做题的空白，习题按照循序渐进的原则安排，前一组题对后组题有启发作用；一本是答案本，学生在练习本上做完一大题之后，就在答案本上核对答案。简而言之，我们自编的自学课本是在教师指导下，学生利用这“三个本子”进行自学、自练和自改作业。这三个本子的关系是：学生自学了一段课本的内容之后，按课本指定的练习在练习本上做练习，做一大题后，就在答案本上对答案（一般3至5个小题），对完答案后，再做一大题，做完一个练习后，就继续学习课本。有关这三个本子的相互关系和用法见附录二。

学生利用这“三个本子”进行学习，在学不懂的地方由老师进行指导。这样使教师的精力有可能用在刀刃上，改变在课上“满堂灌”的教育方法，使学生在课内有充分时间进行学习，在课外没有作业，这样可以节省时间，减轻负担。

在我们编写课本和练习题时，力图贯彻这样一些心理学原则：①适当的“步子”，从“小步”到“大步”；②当时知道结果；③从展开到压缩，从详尽到省略；④直接揭露本质特征；⑤铺垫原则；⑥尽量采取变式的复习，避免机械性的重复；⑦强调按步思维，以便训练思维的条理性；⑧尽量运用可逆性联想。

例一、在学习提取单项式的公因式时，让学生熟练掌握  $Ax + Ay = A(x + y)$  类型的题之后，在学习提取多项式的公因式时，就用这个例题作过渡。例如分解因式  $x(a + b) + y(a + b)$ ，如果我们把  $(a + b)$  看作一个整体，用字母  $A$  来表示，这样就和提单项式公因式  $Ax + Ay$  一样了。当学到分组

分解法中分组提公因式时，我们又用提多项式的题  $x(a+b) + y(a+b) = ?$  导入，学生很自然地就掌握  $ax + bx + ay + by = ?$  的分组分解法了。这样，前面的知识启发了后面的知识，学生很容易地领会了新知识，反过来，又用变式的方法复习了前面的知识。

**例二、**在编写平方差的练习时，先做  $m^2 - n^2 = ?$  这样一些系数是1的习题，然后做  $x^2 - (4y)^2 = ?$   $(2m)^2 - (3m)^2 = ?$  这样一些系数不是1，但系数已经化成平方的题，再做要先将系数化成平方才能应用公式的题。在公式中字母代表单项式的练习巩固后，才学公式中的字母可以代表多项式的题。如  $(b+c)^2 - (p+q)^2 = ?$   $49(2m-3n)^2 - 9(m+n)^2 = ?$  这样由“小步”逐渐到“大步”，由简单到复杂，由浅入深，由前者启发后者，步步深入的编题方法，使学生比较容易掌握演算过程。

**例三、**我们编写的每个练习都有直接揭露本质特征的练习题，题中有最常见的错误。例如，下列所分解的因式哪一个是对的？对的在（ ）里划“√”，错的划“×”：

$$a^2 + 8ab - 33b^2 = (a + 11)(a - 3) \quad ( \quad )$$

$$a^2 + 8ab - 33b^2 = (a + 11b)(a - 3b) \quad ( \quad )$$

$$a^2 + 8ab - 33b^2 = (a - 11b)(a - 3b) \quad ( \quad )$$

经过这种直接揭露本质特征的办法，初步懂得正确与错误的区别。再经过大量练习按照“适当步子”安排的习题，做完习题当时核对答案。这样，学生就能将丰富的感性材料加以概括，深刻理解公式和法则，进一步掌握概念，培养出熟练的演算技巧。

**例四、**从展开到压缩。开始做一种类型的题时，要求尽量详细地写出过程来，随着运算逐渐熟练而过渡到压缩过

程，到了很熟练的时候，就只要求写出关键步骤，思维从外部逐渐内化。

**例五、**我们非常强调按步思维，它对于训练思维的条理性和独立解决问题的能力会产生一定的积极作用。例如当看到一个三项式时，首先要检查有没有公因式，如有就先提出公因式。其次考虑能不能用完全平方公式，如不能，就要想想能不能用十字相乘法。如果还不能分解，就要看看能否用拆项或添项的办法，变成四项式、五项式、六项式等用分组分解法进行分解。还有些题目要把多项式先乘出来，再用分组分解法进行分解。

## 一、实验学校 and 实验结果

正式实验是在北京市女六中(现在改为一五六中)和西四中学进行的。为了鉴定我们编的自学课本是否有优越性，我们在女六中初一年级设立使用我们编的自学教材的两个实验班[实验班①、实验班②]，还设立了一班按西方的“程序教学”试验的实验班[实验班③]。每个实验班的教师都兼任一个传统教学班，即对比班。这样，就可以对比研究我们自编的“三个本子”的自学和程序教学以及传统教学的效果。在西四中学也设有“三个本子”的两个自学实验班和一个对比班，以便对比学习基础很不相同的两个学校采用这种教学方式的效果。

实验结果如下：

### 1. 女六中的学习成绩和学习时间：

从表1可以看到，采用“三个本子”的自学实验班①和实验班②的测验成绩与传统教学的对比班①、②的成绩相当。采用“程序教学法”的实验班比对比班③的测验成绩差2