Halliday · Resnick

Physics

物理學

第二冊

譯者

王唯農

王明建 蔡正治

東華書局印行

物理學

第　二　册

著　者

雷士勒　霍立德

譯　者

王唯農

王明建　蔡正治

東華書局印行

中華民國五十五年十二月初版
中華民國六十八年 三月十版

大學用書　物理學

第二冊　定價 新臺幣六十元整
(外埠酌加運費滙費)

原著者　雷士勒　霍立德
譯者　王唯農　王明建　蔡正治
發行人　卓鑫淼
出版者　臺灣東華書局股份有限公司
臺北市博愛路一〇五號
電話：3819470 郵撥：6481
印刷者　中臺印刷廠
臺中市公園路三十七號
封面設計　江泰馨設計有限公司
臺北市合江街 102 巷 1 號 4 樓

行政院新聞局登記證　局版臺業字第零柒貳伍號
(56001)

物 理 常 數

（參閱附錄A之附表，該表較完整）

光速	c	3.00×10^{3} 米/秒 $=1.86\times10^{5}$ 哩/秒
質量能量關係	$c^2(=E/m)$	931 Mev/amu $=8.99\times10^{16}$ 焦耳/仟克
重力常數	G	6.67×10^{-11} 牛頓米^2/仟克^2
普遍氣體常數	R	8.31 焦耳/摩爾 °K $=1.99$ 卡/摩爾 °K $=0.0823$ 升 atm/摩爾 °K
水的三相點	T_{tr}	273.16 °K
導磁常數	μ_0	1.26×10^{-6} 亨利/米
容電常數	ε_0	8.85×10^{-12} 法拉/米
亞佛加德羅常數	N_0	6.02×10^{23} 分子/摩爾
波爾兹曼常數	k	1.38×10^{-23} 焦耳/分子 °K
蒲朗克常數	h	6.63×10^{-34} 焦耳秒
基本電荷	e	1.60×10^{-19} 庫侖
電子靜止質量	m_e	9.11×10^{-31} 仟克
電子荷質比	e/m_e	1.76×10^{11} 庫侖/仟克
質子靜止質量	m_p	1.67×10^{-27} 仟克
電子磁矩	μ_e	9.27×10^{-24} 焦耳/tesla

物理性質

空氣密度(STP)	1.29 仟克/米^3
水密度(20°C)	1.00×10^3 仟克/米^3
水銀密度(20°C)	13.6×10^3 仟克/米^3
乾燥空氣(STP)中之聲速	331 米/秒＝1090 呎/秒
重力加速度(標準)	9.81 米/秒^2＝32.2 呎/秒^2
標準大氣壓力	1.01×10^5 牛頓/米^2＝14.7 磅/吋^2 ＝760 毫米水銀柱
地球平均半徑	6.37×10^6 米 ＝3960 哩
地球-太陽平均距離	1.49×10^8 仟米＝92.9×10^6 哩
地球-月球平均距離	3.80×10^5 仟米＝2.39×10^5 哩
地球質量	5.98×10^{24} 仟克
水的熔解熱(0°C, 1 atm)	79.7 卡/克
水的汽化熱(100°C, 1 atm)	539 卡/克
冰的熔點	0.00°C＝273.15°K
空氣(20°C)之比熱比(γ)	1.40
鈉光黃色雙線的波長	5892 A
水的折射率(@ 5892 A)	1.33
冕牌玻璃的折射率(@ 5892 A)	1.52

物　理　學

第二册　目　次

第十四章

剛體平衡

14-1 剛 體

在橋身重量和車輛負荷下，吊橋的支柱必須十分堅固，以免倒塌；當駕駛員作拙劣着陸時，飛機的起落架不致損毀；切堅韌的牛排時，叉尖不應彎曲。於上述諸例中，工程師所關心的是這些假想之剛體結構，在受外力及相關之轉矩作用時，仍能保持堅固。

在這些問題中，工程師要問兩個問題：(1) 作用於此假想剛體之力及轉矩爲何？(2) 在這些力和轉矩的作用下，用此材料如此設計成的物體，是否仍然剛強？本章僅討論前一問題；工科學生將在以後的課程中詳細研究後者。

14-2 剛體的平衡

前節所述的假想剛體(即橋柱、起落架和叉)均處於**力學平衡狀態**。所謂在力學平衡狀態之剛體，乃係在一慣性參考系中觀之，若(1)其質心的線加速度 $\mathbf{a}_{cm}$ 爲零，(2)對該參考系中之任何固定軸，其角加速度 α 爲零。

上述定義不需物體對觀察者爲靜止，僅需物體未被加速，例如其質量中心可以等速度 $\mathbf{v}_{cm}$ 運動，並且物體可以等角速度 ω 繞固定軸轉動。若物體確係靜止（故 $\mathbf{v}_{cm}=0$ 和 $\omega=0$)，常稱之爲**靜態平衡**。但無論平衡是否爲靜態，加於力和轉矩之限制相同。非靜態平衡問題，均可由選擇適當之新參考系，而將之變換爲靜態平衡。

質量 M 之剛體的平移運動由式 9–10 決定；

$$\mathbf{F}_{ext}=M\,\mathbf{a}_{cm},$$

$\mathbf{F}_{ext}$ 爲所有作用於物體之外力的向量和。因平衡時 $\mathbf{a}_{cm}$ 應爲零，故平衡(靜態或非靜態)的第一條件是：**作用於平衡物體所有外力之向量和必爲零。**

條件(1)可寫爲

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots=0, \tag{14-1}$$

爲簡便計，已將 $\mathbf{F}_{ext}$ 之下誌略去。此向量方程式可導致三純量式：

$$
\begin{aligned}
F_x&=F_{1x}+F_{2x}+\cdots=0,\\
F_y&=F_{1y}+F_{2y}+\cdots=0,\\
F_z&=F_{1z}+F_{2z}+\cdots=0,
\end{aligned}
\tag{14-2}
$$

卽沿任何三個相互垂直方向中的每一方向，各力之分量的和爲零。

平衡的第二要求是對任何軸之 $\alpha=0$。因剛體的角加速度與轉矩有關——記住對固定軸 $\tau=I\alpha$——平衡（靜態或非靜態）的第二條件可述之爲：**作用於平衡物體之所有外轉矩的向量和必爲零。**

條件(2)可寫爲：

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_1+\boldsymbol{\tau}_2+\cdots=0. \tag{14-3}$$

此向量方程式亦可導致三純量方程式：

$$
\begin{aligned}
\tau_x&=\tau_{1x}+\tau_{2x}+\cdots=0,\\
\tau_y&=\tau_{1y}+\tau_{2y}+\cdots=0,\\
\tau_z&=\tau_{1z}+\tau_{2z}+\cdots=0,
\end{aligned}
\tag{14-4}
$$

卽平衡時，作用於物體各轉矩沿任何三個相互垂直方向的任一方向之轉矩分量的和爲零。

式 14-3 中之合轉矩 $\boldsymbol{\tau}$，係對一特定原點 O 而定義，在力學平衡時必爲零。式 14-4 中的 τ_x、τ_y 和 τ_z 等量則爲 $\boldsymbol{\tau}$ 的純量分量，並適用於以 O 爲原點之任意三相互垂直軸；不論諸軸在空間的方位爲何。此結果乃基於：一向量若爲零，則不論如何取參考坐標軸之方向，其純量分量必爲零。讀者也許懷疑是否與原點之選擇有關？答案——將證明於下——是並非如此，因爲（對移動平衡之物體）若對任何原點 O 之 $\boldsymbol{\tau}=0$，其對該參考系中任何其他原點之 $\boldsymbol{\tau}$ 亦爲零。本段之主旨是：對移動平衡的物體，若能證明(a)對任一點之 $\boldsymbol{\tau}=0$（式 14-3），或(b)沿任何三相互垂直方向之轉矩分量均爲零（式 14-4），則已滿足第二條件。

假定有一平移平衡之剛體，則 $\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots=0$（式 14-1）。若對一特定點（如圖 14-1 之 O 點）之轉矩爲零，欲證其對任何點（如圖 14-1 之 P 點）之轉矩亦爲零。圖中繪出 n 個力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2\cdots\mathbf{F}_n$ 中之三力，加於剛體上之不同點，並在不同方向。施力點對 O 點的位置，以位移向量鑑別之，如 $\mathbf{r}_1$ 卽爲一例。任意點 P 由位移向量 $\mathbf{r}_p$ 決定；$\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_p$ 則表 $\mathbf{F}_1$ 之施力點對 P 點的位置。

對 O 點的合轉矩可寫爲（見式 12-1）

$$\boldsymbol{\tau}_0=\mathbf{r}_1\times\mathbf{F}_1+\mathbf{r}_2\times\mathbf{F}_2+\cdots+\mathbf{r}_n\times\mathbf{F}_n,$$

對 P 點的合轉矩爲

$$\boldsymbol{\tau}_p=(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_p)\times\mathbf{F}_1+(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_p)\times\mathbf{F}_2+\cdots+(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_p)\times\mathbf{F}_n.$$

展開後式如

$$\boldsymbol{\tau}_p=[\mathbf{r}_1\times\mathbf{F}_1+\mathbf{r}_2\times\mathbf{F}_2+\cdots+\mathbf{r}_n\times\mathbf{F}_n]-[\mathbf{r}_p\times(\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots+\mathbf{F}_n)]。$$

若此物體滿足平衡第一條件，則 $\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots+\mathbf{F}_n=0$，故上式在第二中括號內之項爲零。第一中括號內之項就是 $\boldsymbol{\tau}_o$，故在上述條件下：

$$\boldsymbol{\tau}_p=\boldsymbol{\tau}_o.$$

因此一平移平衡之物體，若 $\boldsymbol{\tau}_o=0$，則 $\boldsymbol{\tau}_p=0$，P 是任意點。

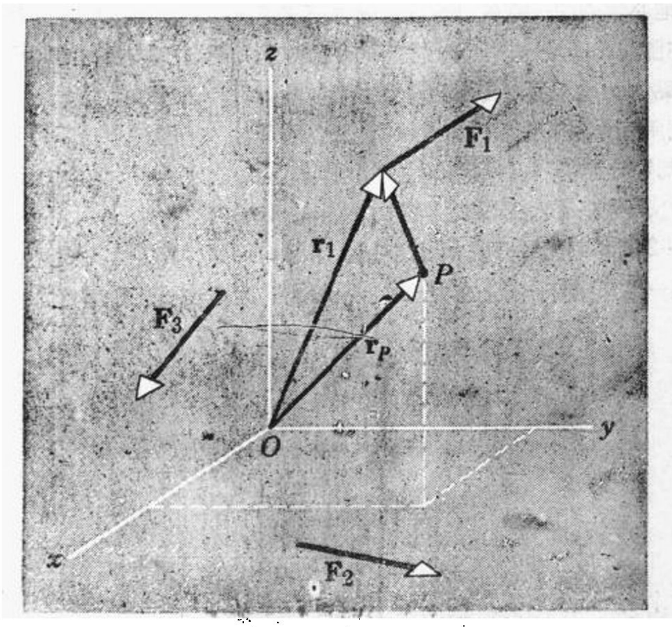

圖 14-1 圖示作用於剛體上 n 個力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3\cdots\mathbf{F}_n$ 中的三力，剛體未繪出。文中證明若此物體是平移平衡，但對 O 點而言 $\boldsymbol{\tau}=0$，則對任何點 P 之轉矩亦爲零。

因此，作用於一平衡物體的諸力間，有六個獨立條件，這些條件即式 14–2 及 14–4 中之六個代數關係式。這六個條件是剛體的六個自由度，即平移和轉動各爲三自由度。

時常處理所有力均在一平面內之問題，則各力間僅有三個條件：在平面內任意二相互垂直方向的任一方向，諸力的分量和應爲零，以及對任一垂直於此平面之軸的諸轉矩的和應爲零。此等條件相當於平面運動之三個自由度，即兩個平移自由度和一個轉動自由度。

爲簡化計算起見，此後的討論將大部分限於平面上的問題。這並未予普遍原理以任何基本限制。又爲方便計，僅考慮靜態平衡，即物體實係靜止的情形。

14-3 重 心

在剛體運動中所討論的力，有一種是重力。事實上，對有體形的物體而言，重力並非只是一力，而是極多力的合力，物體中各質點均受重力作用。若想像將質量爲 M 的物體，分成 n 個質點，質量爲 m_i 的第 i 個質點所受地球的重力爲 $m_i\mathbf{g}$，此力朝下正向地心。若在一區域內各處之重力加速度 $\mathbf{g}$ 相同，則稱均勻重力場存在於該區域；亦即在該區域內，各處 $\mathbf{g}$ 之方向和大小均相同。在均勻重力場中的剛體，體內每一質點的 $\mathbf{g}$ 均相同，質點的重量力必彼此平行。在地球重力場是均勻的假設下，能證明所有作用於物體的各重量力，可由作用於該物體質心向下的單獨力 $M\mathbf{g}$ 代替。這就等於證明，由各個向下之重量力所引起的加速作用，倘若力 $\mathbf{F}$ 加於物體的質量中心，可被一向上作用之單獨力 $\mathbf{F}(=-M\mathbf{g})$ 所抵消。

圖 14-2 陳示剛體被分成 n 個質量基素，選出兩個代表質量或質量基素 m_1 和 m_2，在某一點 O 加一向上之力 $\mathbf{F}(=-M\mathbf{g})$。現在證明該物體爲力學平衡的必

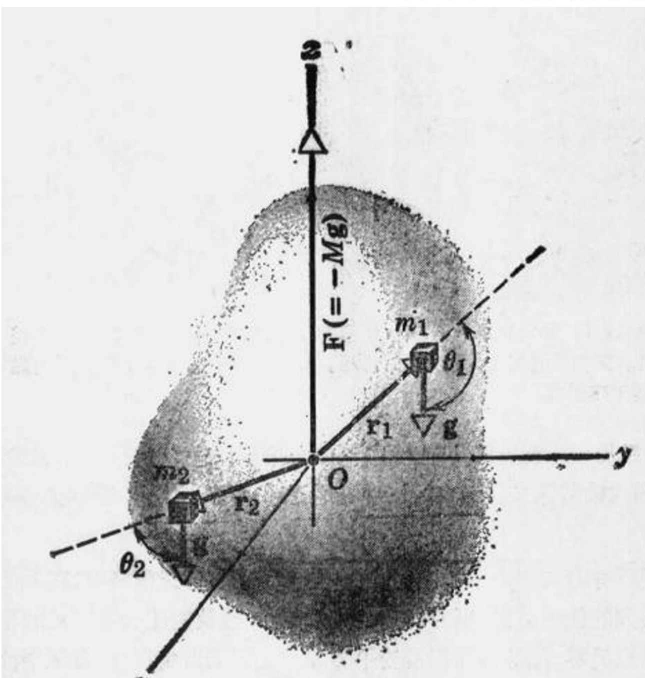

圖 14-2 不規則物體被分爲 n 個質量基素，圖示其中二代表基素 m_1 和 m_2。文中證明由加在質心向上的力 $\mathbf{F}(=-M\mathbf{g})$，能使物體保持平移和轉動平衡。

要(且爲充分)條件是 O 點爲質心。由所選 $\mathbf{F}$ 的大小和方向，平衡的第一條件(式 14-1)已能滿足，即

$$\mathbf{F}+m_1\mathbf{g}+m_2\mathbf{g}+\cdots+m_n\mathbf{g}=0,$$

或

$$\mathbf{F}=-(m_1+m_2+\cdots+m_n)\mathbf{g}=-M\mathbf{g},$$

符合上述之假設。

尙須證明物體對任一 O 點 $\boldsymbol{\tau}=0$，這是平衡之第二條件。由於選擇 O 爲原點，$\mathbf{F}$ 對此點的轉矩爲零，因 $\mathbf{F}$ 對此點的力矩臂爲零。加於各質量基素上的重力，對 O 點之轉矩爲

$$\boldsymbol{\tau}=\mathbf{r}_1\times m_1\mathbf{g}+\mathbf{r}_2\times m_2\mathbf{g}+\cdots+\mathbf{r}_n\times m_n\mathbf{g}.$$

因 m_1, m_2 等是純量，上式可寫爲

$$\boldsymbol{\tau}=m_1\mathbf{r}_1\times\mathbf{g}+m_2\mathbf{r}_2\times\mathbf{g}+\cdots+m_n\mathbf{r}_n\times\mathbf{g}.$$

將各項之相同因子 $\mathbf{g}$ 提出，得

$$\boldsymbol{\tau}=(m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2+\cdots+m_n\mathbf{r}_n)\times\mathbf{g}$$

$$=\left(\sum_1^n m_i\mathbf{r}_i\right)\times\mathbf{g},$$

式中係對所有組成該物體的質量基素取其和。

由質心的定義(見式 9-5b 及其後之討論)可知；若 O 點爲物體的質心，上式之和爲零。故得結論爲：若 O 點爲質心(且僅有在此情形下)，則 $\boldsymbol{\tau}=0$，而滿足力學平衡的第二條件。

因此，作用於剛體之各質量基素的重力，相當於單獨力 $M\mathbf{g}$ 所有之平移和轉動作用，$M\mathbf{g}$ 爲物體的總重量，作用於質心。若將連續之物體分成無窮多之質點，可得相同之結果。讀者應能用積分學的方法證明之(見 9-1 節)。諸重力之合力的施力點，常稱爲**重心**。

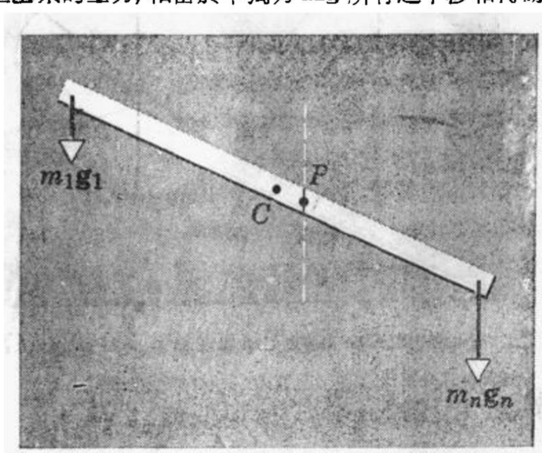

圖 14-3　因地球的重力場不均匀，質心 C 和重心 P 實不重合。

重心和質心之能重合，歸因於地球重力場爲均勻的假設。事實上，此假設並非絕對正確，因 $\mathbf{g}$ 的大小隨距地心之距離而改變，且 $\mathbf{g}$ 的方向恆沿徑向地心(第十六章)。爲了解重力的作用，考

究一長達數哩之均匀木棒，斜置於地球重力場中，如圖 14-3，物體的重心，是相當之合成重力作用之點。如加一反方向之單獨力即使物體平衡，其施力點必爲此點。若爲均匀之場，則在質心上施以大小爲 Mg 向上的單獨力，即可使棒平衡。但場非均匀時，m_1 處之 g 值小於 m_n 處之 g 值。因此，如欲用單獨之力即使棒平衡，其施力點必在質心以下之某點 P。再者，當棒的方向改變時，平衡力之施力點 P 的位置亦隨之改變。故在此情形下，重心實少用處。不僅未能與質心重合，且其位置亦隨物體運動而改變。

因幾乎所有力學問題中所涉及之物體的大小，均遠較 g 將發生顯著改變的距離爲小，故可假設作用於物體之 g 爲均匀者，則重心與質心可當作在相同之點。事實上利用二者之重合，可由實驗求得不規則形狀物體之質心。圖 14-4 所示爲定一不規則形狀薄板的質心位置即爲一例。物體以絃自邊上某點 A 處懸之，俟其靜止時，重心的位置，必在支點下，位於直線 Aa 上某處，因只有在此情形時，由絃的張力和物體重量所生轉矩之和方爲零。再將物體懸於其邊上另一點 B，同理，重心之位置須在 Bb 上某處。Aa 與 Bb 兩線僅有的共同點爲其交點 O，故此點必爲重心。若再將此物體懸於其邊上其他任何點 C，垂線 Cc 將通過 O 點。因曾假設爲均匀重力場，質心與重心相重合，故質心亦位於 O.

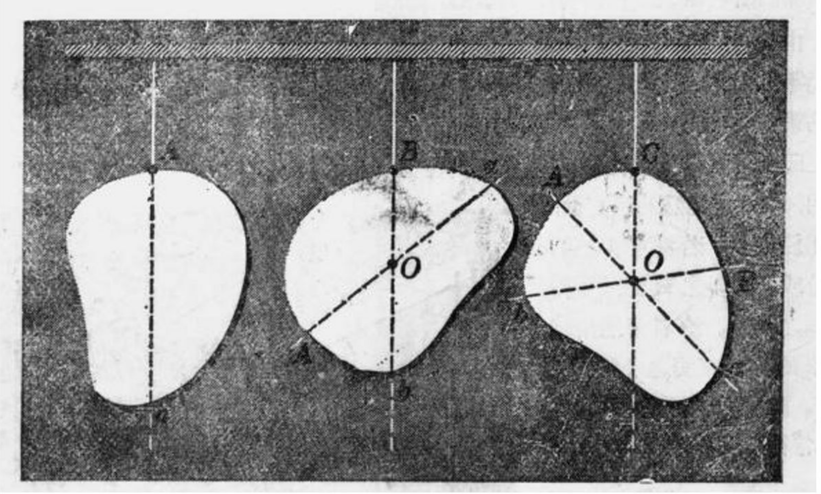

圖 14-4　因質心 O 恆在懸點正下方，懸平板於兩不同之點可決定 O.

14-4　平衡的實例

甚多方法可以闡明及簡化應用平衡條件（合力爲零及對任何軸之合轉矩爲零）之步驟。

第一，在所討論之系統的周圍，畫一假想的邊界，如此可明確得知，平衡定律應用於何物體或物體系統，此過程謂之隔離該系統。

其次，畫出向量代表所有外力的大小、方向和施力點，外力是指由上述界線之外作用之力。常見的外力有重力，和由線、繩、棒和樑等穿過邊界所傳送之力。有時力的方向會發生疑問，此時可假想將傳遞力的物體在穿過邊界之點切斷，若兩斷點有被拉開之傾向，力即向外作用。倘有懷疑，可任意選擇方向。在答案中，力爲負值時，即表示力的作用方向與最初假設的方向相反。注意，僅需考慮作用於系統之外力；所有內力均成對抵消。

第三，在應用平衡的第一條件(式 14-2) 之前，選取方便的參考系，沿其軸分解外力，其目的在簡化計算。合用之參考系常是顯而易見。

第四，在應用平衡的第二條件(式 14-4) 之前，選取方便的參考系，沿其軸分解外轉矩。其目的亦在使計算簡化，且若屬方便，應用兩個靜態平衡條件時，可用不同之參考系。設軸通過二力的交點，並垂直於此二力所形成之平面，此二力自然無沿(或對)此軸之轉矩分量。平衡時所有外力所產生的轉矩，對任何軸之分量必爲零。內轉矩成對抵消，故不需考慮。

▶ **例 1.** (a) 一均勻鋼製米尺棒之兩端靜置於兩磅秤上(圖 14-5)，棒重 4.0 磅，求秤之讀數。

所討論的系統爲棒，作用於棒之力有 **W**，即向下作用於重心之重力，和 $\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2$，即磅秤向上施於棒的端點之力，均如圖 14-5*a* 所示。由牛頓第三定律，秤施於棒之力等於棒施於秤之力，且方向相反。因此，欲求秤的讀數，須先決定 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的大小。

平移平衡之條件爲(式14-1)

$$\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\mathbf{W}=0.$$

因所有力均垂直作用，若令垂直方向爲 *y* 軸，即無需考慮其他軸，則上式爲一純量式

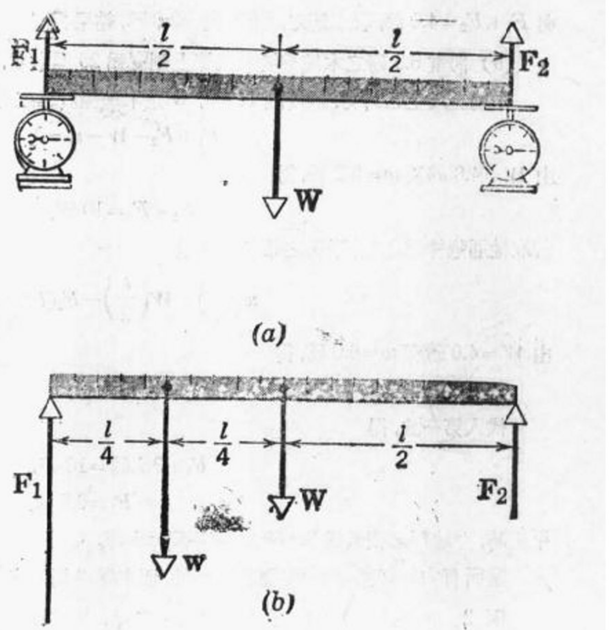

圖 14-5　(*a*) 例 1*a*，一均勻鋼棒，靜置於兩彈簧秤上。(*b*) 例 1*b*，一重物懸於距一端四分之一全長處。

$$F_1+F_2-4.0\text{ 磅}=0.$$

轉動平衡時，施於棒上之合轉矩，沿任何軸的分量必爲零。如上所述，僅需證在任何三相互垂直軸上轉矩分量爲零即可。在圖 14-5a 之平面內，任何二垂直軸上之此等分量必定爲零(何故？)。尙需對垂直於圖面任一軸之合轉矩爲零。設選一軸通過重心。以順時針之轉動爲正，反時針者爲負，則轉動平衡之條件(式 14-4)爲

$$F_1\left(\frac{l}{2}\right)-F_2\left(\frac{l}{2}\right)+W(0)=0,$$

或

$$F_1-F_2=0.$$

合併上二式，得

$$F_1+F_2=2F_1=2F_2=4.0\text{ 磅},$$

$$F_1=F_2=2.0\text{ 磅}.$$

每秤之讀數爲 2.0 磅，如所預期者。

若選軸通過棒之一端，亦得相同結果。例如對通過右端之軸的轉矩爲

$$F_1(l)-W\left(\frac{l}{2}\right)+F_2(0)=0,$$

或

$$F_1=\frac{W}{2}=\frac{4.0}{2}\text{磅}=2.0\text{ 磅}.$$

與 $F_1+F_2=4.0$ 磅，聯立解之，即得 $F_2=2.0$ 磅，結果相同。

(b) 設重 6.0 磅之木塊繫於米尺棒上刻度爲 25 厘米處，試求秤之讀數。

作用於尺上之外力，示於圖 14-5b，$\mathbf{w}$ 是木塊施於棒之力。平衡之第一條件爲

$$F_1+F_2-W-w=0.$$

由 $W=4.0$ 磅及 $w=6.0$ 磅，得

$$F_1+F_2=10\text{ 磅}.$$

若取軸通過棒之左端，平衡之第二條件爲

$$w\left(\frac{l}{4}\right)+W\left(\frac{l}{2}\right)-F_2(l)=0.$$

由 $W=4.0$ 磅和 $w=6.0$ 磅，得

$$F_2=3.5\text{ 磅}.$$

代入第一式，得

$$F_1+3.5\text{ 磅}=10\text{ 磅},$$

$$F_1=6.5\text{ 磅}.$$

平衡時，左端秤之讀數爲 6.5 磅，右端秤爲 3.5 磅。

當所有力均在同一平面，應有三條件，而本題僅用二條件，何故？

例 2. (a) 長 60 呎重 100 磅之梯靜靠於牆，其頂端距地 48 呎，梯的重心在距底端三分之一全長處。一人重 160 磅，攀登於梯之中點處。設牆無摩擦，求此系統施於地及牆之力。

作用於梯之力如圖 14-6 所示。$\mathbf{W}$ 係立於梯上之人重，$\mathbf{w}$ 爲梯重。$\mathbf{F}_1$ 係地施於梯之力，

$\mathbf{F}_{1v}$ 爲其垂直分量，$\mathbf{F}_{1h}$ 爲其水平分量（由於摩擦）。無摩擦之牆，僅能在垂直其表面之方向施力 $\mathbf{F}_2$。已知數據如下：

$$W=160 \text{ 磅},$$
$$w=100 \text{ 磅},$$
$$a=48 \text{ 呎},$$
$$c=60 \text{ 呎}.$$

由幾何關係可知 $b=36$ 呎。$\mathbf{W}$ 之作用線與地面交於距牆 $b/2$ 處，$\mathbf{w}$ 之作用線則交於距牆 $2b/3$ 處。

令 x 軸沿地面，y 軸沿牆，則平移平衡之條件（式 14-2）爲

$$F_2-F_1h=0,$$
$$F_{1v}-W-w=0.$$

應用轉動平衡條件（式 14-4）時，取軸通過梯與地之接觸點，得

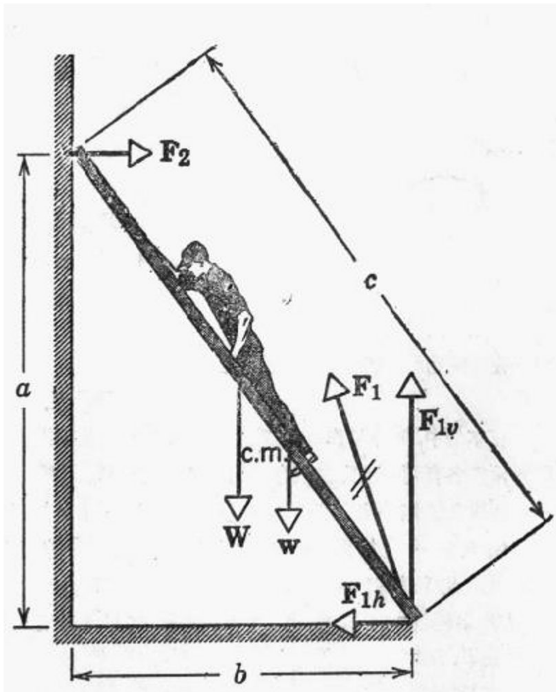

圖 14-6 例2。

$$F_2(a)-W \text{ [illegible] } =0.$$

將上述數據代入，得

$$F_2(48 \text{ 呎})-(160 \text{ 磅})(18 \text{ 呎})-(100 \text{ 磅})(12 \text{ 呎})=0,$$
$$F_2=85 \text{ 磅},$$
$$F_{1h}=F_2=85 \text{ 磅},$$
$$F_{1v}=160 \text{ 磅}+100 \text{ 磅}=260 \text{ 磅}.$$

由牛頓第三定律，梯施於牆和地面之力，等於牆和地面施於梯之力，但方向相反。故牆所受之正向力爲 85 磅，地面所受力之分量爲 260 磅向下和 85 磅向右。

（b）若梯與地面間的靜摩擦係數爲 $\mu_s=0.40$，問此人可以攀登多高，梯仍不滑動？

設此人可登之最高點距梯底端之距離與梯全長之比爲 x。則平衡條件爲

$$F_2-F_{1h}=0,$$
$$F_{1v}-W-w=0,$$

及

$$F_2a-Wbx-w\left(\frac{b}{3}\right)=0.$$

解之，得