

71.2117
2BC

正交设计法及其应用

江西人民出版社

正交设计法及其应用

江苏工业学院图书馆
藏书章

江西人民出版社

内 容 提 要

在科学实验中，经常遇到多因素的试验。

所谓正交设计法就是用正交表作为工具，解决如何合理地安排多因素试验和如何科学地分析试验结果的一种方法。

本书共分八章，分别介绍正交设计法的基本内容；相同水平数正交设计的直观分析法；有交互作用的试验；不同水平数正交设计的直观分析法；方差分析法；重复试验与重复取样；不同水平数正交设计的方差分析法；正交设计应用中几个值得注意的问题。还选用了八个实例和一部分常用正交表、F分布表、q表、平方表、开方表等作为附录。

本书在介绍基本原理时密切结合实例，叙述深入浅出，通俗易懂，具有初中文化程度便能读懂。可供从事工农业及其它科学实验的科技人员、中小学教师及知识青年阅读。

正交设计法及其应用

正交设计法编写组编著

江西人民出版社出版
(南昌百花洲3号)

江西省新华书店发行 江西印刷公司印刷

开本787×1092 1/32 印张 12 1/4 字数29.6万

1979年3月第1版 1979年3月江西第1次印刷

印数：1—3,000

统一书号：15110·31 定价：0.84元

编 者 的 话

在科学实验中，经常遇到多因素试验的情况。多因素试验的任务，不仅要求弄清每个因素对试验结果的影响，而且要求分清诸因素的主次及它们之间的相互关系。以便选出对提高产品的产量、质量指标有利的生产方案。

要解决多因素试验的问题，除了需要专业方面的知识外，还需要一个好的安排试验的方法。正交设计法就是一种解决多因素试验问题的行之有效的数学方法。它具有简单易学、应用广泛、效果良好的优点。

为了响应华主席为首的党中央关于“向科学技术现代化”进军的伟大号召，更好地满足广大工农兵群众和技术人员学习正交设计法的需要，推动正交设计法的普及和应用，根据几年来我们在全省各地推广、应用正交设计法的成果资料和体会，编写了这本《正交设计法及其应用》。

本书是普及性读物。重点放在介绍如何运用正交设计法去解决实际问题。在编写方法上力求理论与实践相结合，做到叙述深入浅出，通俗易懂。前四章介绍正交设计法的基本概念和直观分析法，具有初中文化程度的读者就能学习、掌握，并进行一些比较简单的科学试验，得出可以指导生产的方案。后四章介绍正交设计的方差分析法，学完了这四章，就能进一步了解和体会正交设计法的内容和精神实质，把试验结果的分析提到更高的水平。

本书实例大部分选自我省各条战线运用正交设计法得到的

科研成果，使之具有更广泛的参考价值。

本书以原徐吉民同志编写的《正交设计的应用》和李国桢、郑学勋同志编写的《农业正交试验法》初稿为基础，经1977年12月底在新余召开的审稿会决定，将上述两书稿合并为《正交设计法及其应用》，重新拟定了编写大纲，由上两稿作者和张尚志四同志分工编写。在编写过程中，得到江西师范学院数学系，江西大学数学系，江西中医学院红旗制药厂领导以及有关工厂、农科院所、科研单位、学校的大力支持。江西中医学院张衍芳同志详细审阅了本书的全部初稿，提出了许多宝贵的修改意见，在此一并表示感谢。

限于我们的水平，书中定有不少缺点、错误，恳请读者批评指正。

编 者

1978.8.

目 录

第一章	正交设计法的基本内容	(1)
一	什么是正交设计法.....	(1)
二	正交表的性质及其应用.....	(17)
	小 结.....	(25)
第二章	相同水平数正交设计的直观分析法	(31)
一	二水平的正交设计法.....	(31)
二	三水平的正交设计法.....	(42)
三	四水平的正交设计法.....	(45)
四	活水平试验.....	(49)
五	重复试验的正交设计法.....	(52)
	小 结.....	(55)
第三章	有交互作用的试验	(57)
一	什么叫做交互作用.....	(57)
二	相同水平数的有交互作用的试验.....	(69)
	小 结.....	(82)
第四章	不同水平数正交设计的直观分析法	(86)
一	直接套用正交表法.....	(86)
二	多指标试验法.....	(94)
三	并列法.....	(103)
四	拟水平法.....	(114)
五	拟因素法.....	(123)
六	部分追加法.....	(134)
	小 结.....	(137)

第五章	方差分析法	(139)
一	方差分析的意义.....	(139)
二	方差分析中的几个基本概念.....	(140)
三	单因素试验的方差分析.....	(147)
四	多因素试验的方差分析.....	(163)
五	多重比较.....	(183)
	小 结.....	(189)
第六章	重复试验与重复取样	(191)
一	重复试验与重复取样的必要性.....	(191)
二	重复试验与重复取样的方差分析法.....	(193)
三	部分重复试验的方差分析法.....	(213)
	小 结.....	(216)
第七章	不同水平数正交设计的方差分析法	(219)
一	直接套用正交表的方差分析法.....	(219)
二	并列法的方差分析法.....	(221)
三	拟水平的方差分析法.....	(226)
四	拟因素法的方差分析.....	(231)
五	部分追加法的方差分析.....	(236)
	小 结.....	(243)
第八章	正交设计法在应用中几个值得注意的问题	(245)
一	选准因素定好水平.....	(245)
二	正确选用正交表.....	(250)
三	缺失数据补偿法.....	(251)
四	如何验证计算是否正确.....	(258)
五	全部因素不显著的补救办法.....	(258)
六	田间试验实施方案设计.....	(259)
附录一	几个实例	(272)
	例 1 早稻栽培试验 (拟因素法).....	(272)

例 2	早稻栽培试验 (拟水平法)	(275)
例 3	关于晚稻杂优品种对比多因素多指标不同水平数的正交试验	(273)
例 4	关于优选晚稻杂优品种汕优 2 号生产条件的正交试验	(283)
例 5	关于早稻良种竹连矮栽培条件的正交试验	(286)
例 6	热可平试制 (拟水平法)	(289)
例 7	枫杨注射液保存条件试验	(295)
附录二	(301)
1	常用正交表	(301)
2	F 表	(348)
3	多重比较中的 q 表	(358)
4	平方表	(362)
5	开方表	(368)
参考文献	(394)

第一章 正交设计法的基本内容

一、什么是正交设计法

先介绍一个具体的实例，从这例中可以看到什么是正交设计法，它解决一些什么科学试验中的问题，并从中了解正交设计法的基本概念和基本思想。

例1 红花草施肥种类和施肥量试验。

试验目的：我省红花草的种植面积很大，红花草生长得好坏对早稻的增产和土壤的改良关系极为密切。某县农科所对红花草的施肥种类和施肥量进行综合对比试验。重点要考察磷肥、氮肥、微量元素硼和钼对红花草产量的影响，找出磷肥、氮肥、微量元素硼和钼的最优施肥条件，为提高红花草产量提供科学依据。

这里，每个肥料比较两种不同的情况，详细写出来就是：

磷肥	氮肥	微量元素
4斤/亩	2斤/亩	硼
2斤/亩	6斤/亩	钼

磷肥、氮肥、微量元素都是所要考察的影响红花草产量的三个因素，也叫因子。每个因素取两种不同的数量或状态。一个因素的不同数量或状态叫该因素的水平。本例是三个因素而每个因素都取两个水平的试验，这就叫做相同水平数的多因素试验。用来衡量试验效果的是红花草的亩产量，叫这个试验的

指标值。因为这个指标值是用“数”来表示的，所以也叫数量指标。

一般地说，用来衡量科学试验的效果的量或标准，叫该试验的指标；考察影响指标的所有原因或条件，就叫这个试验的因素；因素所取的不同数量或状态叫该因素的水平。

在做试验的时候，为了清楚起见，必须把这个试验中的各个因素和它的水平列成表格，叫因素水平表，如表1所示。

表1

水 平	因 素	A	B	C
		磷肥 (斤/亩)	氮肥 (斤/亩)	微量元素
第1水平		4 (A_1)	2 (B_1)	硼 (C_1)
第2水平		2 (A_2)	6 (B_2)	钼 (C_2)

表1中，用A表示磷肥， A_1 表示磷肥的第1水平4斤/亩， A_2 表示磷肥的第2水平2斤/亩；B表示氮肥， B_1 表示氮肥的第1水平2斤/亩， B_2 表示氮肥的第2水平6斤/亩；C表示微量元素， C_1 表示微量元素的第1水平硼， C_2 表示微量元素的第2水平钼。

今后，凡是因素用大写字母A、B、C……等表示每个因素的水平用该因素的字母加上足标“1”，“2”，等表示，例如 A_1 ， A_2 ……表示A因素的第1个、第2个……水平等。

这个试验中的三个因素，每个因素二个水平的搭配共有 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ 种，即：

$$A_1 \left\{ \begin{array}{l} B_1 \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. \\ B_2 \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad A_2 \left\{ \begin{array}{l} B_1 \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. \\ B_2 \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

具体写出来，就是：

$A_1B_1C_1$ $A_2B_1C_2$ $A_1B_2C_1$ $A_1B_2C_2$

$A_2B_1C_1$ $A_2B_1C_2$ $A_2B_2C_1$ $A_2B_2C_2$

这里， $A_1B_1C_1$ 就是一个小区的生产条件组合，表示这个小区要施磷肥 4 斤/亩，施氮肥 2 斤/亩，施微量元素硼。其它七个生产条件组合的意思完全类似。各个因素水平的一个搭配就是一个试验小区的生产条件，这个试验共有 $2^3=8$ 种搭配方式，就是 8 个生产条件组合，可以编成 8 个试验号。如果按通常的做法，可以将这 8 个生产条件组合用 8 个试验小区来完成试验任务，这 8 个试验小区中产量最高的那号试验的生产条件，就是要找的最优的生产条件组合。这种用全面试验的办法来寻找最优生产条件组合的办法，对于因素及其水平数较少的情况是可以做到的，但对因素及其水平数较多的时候就难以实现了。如：

四个因素而每个因素取四个水平的试验共有 $4^4=256$ 种生产条件组合；

四个因素而每个因素取五个水平的试验就有 $4^5=1024$ 种生产条件组合。等等。

由此可见，当因素及其水平数较多时，全面试验的次数就迅速增加，那么多试验次数实际上是难以完成的，而且做这样多次数的试验也是不必要的。

正交设计法就是解决这个问题的一种科学方法。它是从全面试验的所有水平组合中，通过一张所谓正交表，从中挑选出一部分有代表性的生产条件组合进行试验，找出全面试验所应该得出来的最优生产条件组合。这样做不仅可以大幅度地减少试验次数，而且还能得出所要求的试验结论。这就是正交设计法的优点和特点。

为了直观地说明这个问题，现在把例 1 中的 8 个生产条件

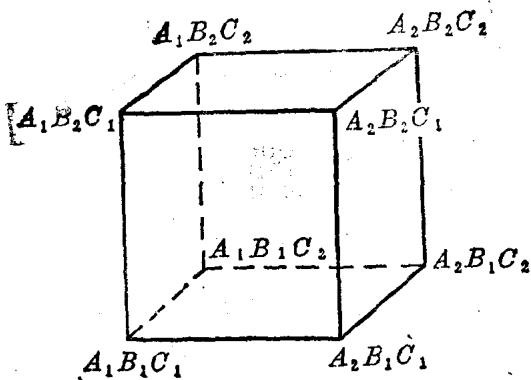


图 1

组合分别用一个立方体的 8 个顶点表示 (见图 1)。

从图 1 看出, 一对互相平行的两个平面分别表示一个因素的两个水平。如左右两个平面表示因素磷肥

(A), 左面为 4 斤/亩 (A_1), 右面为 2 斤/亩 (A_2); 上下两个平面表示因素氮肥 (B), 上面为 6 斤/亩 (B_2), 下面为 2 斤/亩 (B_1); 前后两个平面表示因素微量元素 (C), 前面为硼 (C_1), 后面为钼 (C_2)。

现在, 在这 8 个生产条件组合中选代表。第 1 个点

(也就是第 1 个生产条件组合, 原则上可以随意选取, 就取 $A_1B_1C_1$, 然后取过 $A_1B_1C_1$ 的三个平面的面对角点 $A_1B_2C_2$, $A_2B_1C_2$ 和 $A_2B_2C_1$, 结果如图 2 所示。

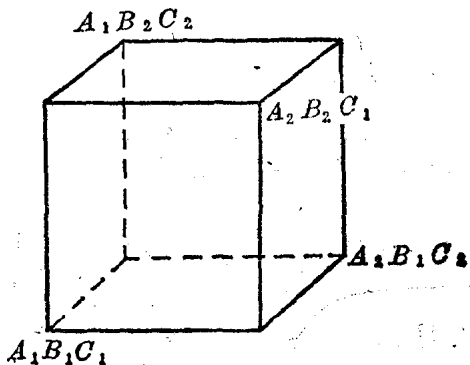


图 2

分析一下图 2 中这 4 个生产条件组合所处的位置，它有以下的规律：

(1) 每个平面都有两个点做代表，而且只有两个点做代表；

(2) 每条边上都有一个点做代表，而且只有一个点做代表。

这说明从 8 个生产条件组合中这样来取代表是分布得十分均衡的，不论从那一个角度来看都是不偏不倚的。所以，这 4 个生产条件组合很均衡地代表了原来 8 个生产条件组合。

为了进一步说明这个问题，把上述 4 个有代表性的生产条件组合列成表 2：

表 2

试验号	列号	A	B	C
		磷肥 (斤/亩) 1	氮肥 (斤/亩) 2	微量元素 3
1		1 ($A_1, 4$)	1 ($B_1, 2$)	1 ($C_1, 硼$)
2		1 ($A_1, 4$)	2 ($B_2, 6$)	2 ($C_2, 钼$)
3		2 ($A_2, 2$)	1 ($B_1, 2$)	2 ($C_2, 钼$)
4		2 ($A_2, 2$)	2 ($B_2, 6$)	1 ($C_1, 硼$)

这里，第 1 列安排因素磷肥 (A)，第 1 列中的数码“1”、“2”分别为磷肥的第 1 水平 4 斤/亩 (A_1) 和第 2 水平 2 斤/亩 (A_2)；第 2 列安排因素氮肥 (B)，第 2 列中的数码“1”、“2”分别为氮肥的第 1 水平 2 斤/亩 (B_1) 和第 2 水平 6 斤/亩 (B_2)；第 3 列安排因素微量元素 (C)，第 3 列中的数码“1”、“2”分别为微量元素的第 1 水平硼 (C_1) 和第 2 水平钼 (C_2)。

如果把表 3 中的三个因素 A 、 B 、 C 和它们的二个水平拿掉，只留下列号、试验号和各列的数码“1”、“2”，这就是一

张已经列好的正交表 $L_4(2^3)$ (表 3)。

表 3

$L_4(2^3)$

试验号 \ 列号	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

这里，“ L ”表示这是一张正交表， L 右下角上的数“4”表示这个表有 4 个横行，组成 4 个试验号，每个试验号就是一个试验小区，括号中的“ 2^3 ”的指数“3”表示这个表有 3 个纵列，每个纵列可以安排 1 个因素，这张表最多能安排 3 个因素，但也可以安排 2 个因素或 1 个因素。“2”表示这个表里每个因素只能考虑 1、2 两个水平，“1”、“2”两个数就是安排在这个列里的因素的第 1、第 2 水平。这样，每个试验号里各个因素的水平搭配，作成 4 个试验小区的生产条件组合，于是就有 4 个试验小区的生产条件组合，它们是：

(1,1,1) (1,2,2) (2,1,2) (2,2,1)

再回到例 1 的 4 个试验号的具体生产条件组合，那就是：

第 1 号：磷肥 4 斤/亩 (A_1)、氮肥 2 斤/亩 (B_1)、微量元素硼 (C_1)；

第 2 号：磷肥 4 斤/亩 (A_1)、氮肥 6 斤/亩 (B_2)、微量元素钼 (C_2)；

第 3 号：磷肥 2 斤/亩 (A_2)、氮肥 2 斤/亩 (B_1)、微量元素钼 (C_2)；

第 4 号：磷肥 2 斤/亩 (A_2)、氮肥 6 斤/亩 (B_2)、微量元素

素硼(C_1)。

容易看到，从8个全面试验中，用正交表 $L_4(2^3)$ 选出来的4个试验号的生产条件组合，与利用立方体的顶点选出来的4个代表完全相同，它们都具有均衡的性质。所以，如果对这些有代表性的试验号进行试验，就能了解全面试验的情况，得出全面试验应该得到的结论。

现在把上述4个试验号的生产条件组合作为试验方案进行试验，把4个试验的结果分别填在表3的右侧一列，就得表4。

表4

$L_4(2^3)$

试 验 号	因 素	A	B	C	指 标 值	
		磷 肥 (斤/亩) 第1列	氮 肥 (斤/亩) 第2列	微量元素 第3列	产 量 (斤/亩)	产量-5000
1		1 (4)	1 (2)	1 (硼)	4470	-530
2		1 (4)	2 (6)	2 (钼)	5420	420
3		2 (2)	1 (2)	2 (钼)	5430	430
4		2 (2)	2 (6)	1 (硼)	5100	100

下面根据这4个试验结果提供的数据，分析出这个试验的初步结论。

为了使计算简单些，可以先将各试验号的亩产量减去一个适当的数，再进行计算，这样做不会影响分析的结论（在第五章二节证明）。本例是各试验号的亩产量分别减去5000，填在各试验号的最后一栏里，现在就对这一栏的数据进行计算分析。

直接比较表4的4个结果，可以看到第3号的产量最高，它的生产条件是 $A_2B_1C_2$ ，但它还不能作为全面试验的最优生产条件组合，因为还有4个生产条件组合的试验没有做。最优

的生产条件组合有可能就在没有做的试验号里，当然也有可能已经在已经做过的试验号里。但也不能肯定说第三试验号产量 430 斤/亩好于第一试验号 420 斤/亩，因为如果第三号试验误差大，而第二号试验误差小，就有可能第二号试验好于第三号试验了，究竟那种生产条件组合好呢？我们能够利用这 4 个试验号的均衡代表性，通过计算分析，把全面试验里的最优生产条件组合找出来。

为此，先分析磷肥因素 (A)，它安排在表 $L_4(2^3)$ 的第 1 列里， A_1 、 A_2 分别安排在第 1、2 号和第 3、4 号试验里。为了比较 A_1 、 A_2 的优劣，只要把 $L_4(2^3)$ 中第 1、2 号和第 3、4 号试验进行比较 (表 5)。

表 5

试验号	A 磷肥	B 磷肥	C 微量元素	指标值的和	平均 指标值
第1、2号	A_1 4斤/亩	B_1 2斤/亩 B_2 6斤/亩	C_1 硼 C_2 钼	$K_1 = -530 + 420$ $= -110$	$\bar{K}_1 = \frac{K_1}{2}$ $= -55$
第3、4号	A_2 2斤/亩	B_1 2斤/亩 B_2 6斤/亩	C_2 钼 C_1 硼	$K_2 = 430 + 100$ $= 530$	$\bar{K}_2 = \frac{K_2}{2}$ $= 265$

从表 5 可以看到，磷肥的第 1 水平 A_1 与 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 都搭配到了，同样，磷肥的第 2 水平 A_2 也与 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 都搭配到了。第 1、2 号试验与第 3、4 号试验只有磷肥的水平不同，一是 A_1 ，一是 A_2 ，它们的指标值的和 K_1 (A_1 的指标值的和) 与 K_2 (A_2 的指标值的和) 也不同。因为在 A_1 、 A_2 条件下试验重复了 2 次，所以它们的平均指标值

$$\bar{K}_1 (A_1 \text{ 的平均指标值}) = \frac{1}{2} K_1 (A_1 \text{ 的指标值的和}),$$

$$\bar{K}_2(A_2 \text{ 的平均指标值}) = \frac{1}{2} K_2(A_2 \text{ 的指标值的和}),$$

它们平均指标值之间的差别，是由于磷肥的两个水平 A_1 、 A_2 的不同所造成的（暂不考虑试验误差）。在决定 A_1 与 A_2 的优劣的时候，只要比较它们平均指标值的大小就可以得出来。因为 $\bar{K}_1(A_1 \text{ 的平均指标值}) < \bar{K}_2(A_2 \text{ 的平均指标值})$ ，所以，对红花草的产量来说，磷肥的第 2 水平 A_2 比第 1 水平 A_1 好， A_2 对提高红花草产量效果较大，所以 A_2 是 A 的较优水平。

再分析氮肥因素 (B)，它安排在表 $L_4(2^3)$ 的第 2 列里， B_1 、 B_2 分别安排在第 1、3 号和第 2、4 号试验里。为了比较 B_1 、 B_2 的优劣，只要把 $L_4(2^3)$ 中第 1、3 号和第 2、4 号试验相比较 (表 6)：

表 6

试验号	A 磷肥	B 氮肥	C 微量元素	指标值的和	平均 指标值
第1、3号	A_1 4斤/亩 A_2 2斤/亩	B_1 2斤/亩	C_1 硼 C_2 钼	$K_1 = -530 + 430$ $= -100$	$\bar{K}_1 = \frac{K_1}{2}$ $= -50$
第2、4号	A_1 4斤/亩 A_2 2斤/亩	B_2 6斤/亩	C_2 钼 C_1 硼	$K_2 = 420 + 100$ $= 520$	$\bar{K}_2 = \frac{K_2}{2}$ $= 265$

从表 6 可以看到，氮肥的第 1 水平 B_1 与 A_1 、 A_2 、 C_1 、 C_2 都搭配到了，同样，氮肥的第 2 水平 B_2 也与 A_1 、 A_2 、 C_1 、 C_2 都搭配到了。第 1、3 号试验与第 2、4 号试验只有氮肥的水平不同，一是 B_1 ，一是 B_2 ，它们的指标值的和 K_1 (B_1 的指标