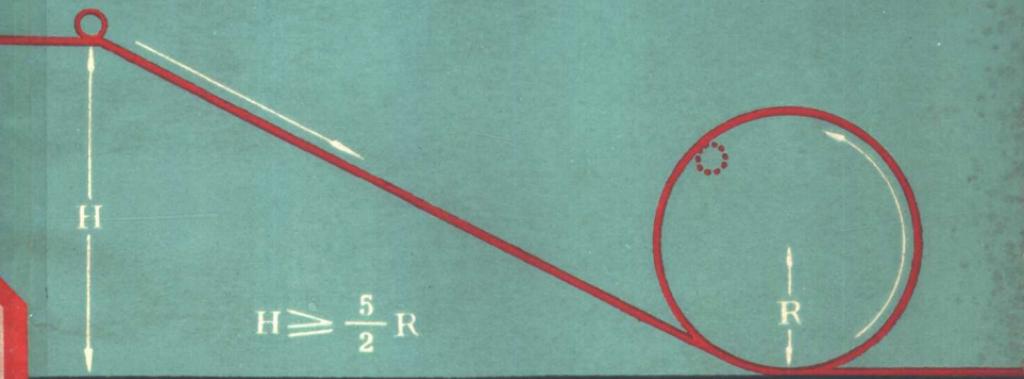


中学物理中的数学方法

张 銓 晖 編 著



江西教育出版社

中学物理中的数学方法

張 銓 晉 編 著

*

江西教育出版社出版
(南昌市罗家塘12号)

江西印刷公司印刷 江西省新华书店发行

*

书号：0460

开本：787×1092毫米1/32 印张：2 1/8 字数：47,000

1966年3月第一版

第一版1966年3月第一次印刷

印数：1—50,000 册

定价：0.17 元

写 在 前 面

物理学是一門以實驗为基础的科学，它和許多学科之間都有著密切的联系，特別是数学在物理学中的应用更为广泛：要概括定律、进行各种計算、推导結論和公式等，都要应用数学来做工具。因而，同学們在学习物理时，正确了解这两門学科之間的联系，掌握物理学中所应用的一些数学方法，对学好物理学、准备将来从事祖国的社会主义建設事业具有一定的意义。

有的同学，由于不了解数学在物理中的地位和作用，在学习物理时，常常产生两种偏向：一种是只注意物理学中的数学推导和計算，不重視實驗、观察和理解每一概念、公式的物理意义；另一种是忽視物理公式和定律的数学推导，对公式和定律采取了死記硬背的方法。为了帮助同学們正确了解数学在物理学中的作用，掌握物理学中常用的一些数学方法，本书汇編了这方面的有关資料，以供高中的同学作为課外閱讀的参考。

本书內容共分三部分：第一部分，概括地說明了数学与物理学的联系和数学在物理学中的应用；第二部分，針對同学們学习物理时所存在的問題，提出了怎样正确运用数学方法的几点意見；第三部分，重点介紹了中学物理中常用的几种数学方法，并附了少量的练习題，供同学們边学边練的参考。

本书的編写，虽經再三修改，但由于編者水平有限，对同学中的实际情况也了解得不够全面和深入，书中不恰当和錯誤的地方恐難避免，懇請教師和同学們批評、指正。

編 者

1965年12月

目 录

一 数学在中学物理中的作用.....	1
二 怎样正确运用数学方法.....	9
三 中学物理中常用的数学方法.....	15
(一) 四則計算.....	16
(二) 比和比例.....	18
(三) 百分数.....	22
(四) 代数方程.....	25
(五) 函数与函数图象.....	40
(六) 最大最小.....	45
(七) 几何計算、作图与證明.....	52
(八) 三角函数与解三角形.....	61

一 数学在中学物理中的作用

数学和物理学，都是属于自然科学的范围。数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学；物理学是研究物质的最普遍的运动形式和基本结构的科学。虽然它们研究的对象不同，但它们却有着一个共同的目的：都是为了探索和研究自然界的有关规律，并在实践中应用这些规律。因而这两门学科有着密切的联系。

从科学发展的历史来看，物理学与数学在整个发展的道路上，始终是互相影响、互相推动的。数学领域内的许多基本定律的发现，都是由于物理学上的需要而引起的；同样，数学上的许多研究成果，又成为解决物理学问题，推动物理学发展的有力武器。例如在十六世纪时，由于英国工业革命的结果，生产力大大的提高了，工业的迅速发展和技术革新都对物理学提出了很多新的问题。要解决这些问题，原来的数学工具已经不够用了，因而迫切需要一种新的数学工具，就在这种情况下，微积分便被研究出来了。由于微积分的诞生，就给物理学提供了解决问题的更有力的武器，这样又大大地推动了物理学向前发展。

物理学与数学的联系，也体现在中学物理与数学中：在数学中，常常将所学过的定理、公式拿来解答具有物理学内容的习题，或运用某些物理学原理来阐明抽象的数学概念，并用来解答数学习题；在物理学中，数学又是学习的基本工具。具体说来，它的作用有如下几点：

(1) **运用数学方法来描述物理概念和定律。**物理学是一门以实验为基础的科学，许多概念和定律都是在实验的基础上总结出来的；数学是精确科学之一，它的结论有其确定性，因此要更精

确和普遍地描述物理概念和定律，就需要数学的帮助。用数学方法来描述物理概念和定律，可以使各物理量在数量上和本质上的关系更加明显，并能加深我們对物理概念和定律的理解。例如，当同學們学到速度这一物理量时，从日常生活中的很多事例都可以說明，要判別物体运动的差別，可以运用两种不同的方法：一种是以相同的时间作比較，通过路程多的运动得快，通过路程少的运动得慢。如汽車在2小时里开行了80公里，人在2小时里走了10公里，我們就說汽車比人运动得快。另一种是以通过相同的路程作比較，所用时间少的运动得快，所用时间多的运动得慢。如甲、乙两人同跑100米，甲用了12.5秒，乙用了13.2秒，我們就說甲比乙跑得快。从这些例子来看，用“快慢”描述物体运动的差別，一定要用两个运动物体相比較，同时，物体运动快，到底快到什么程度，慢又慢到什么程度，是无法普遍和精确說明的。如果运用数学方法，把描述物体运动快慢程度的物理量——速度定义为：“路程跟通过这段路程所用的时间的比”，就能更加科学和严密地說明物体运动的差別了。如果将它写成数学形式： $v = \frac{s}{t}$ ，則使我們能更加深刻理解速度的含义，看出路程、速度、时间这三个物理量間的关系。

又如为了說明溫度不变时，气体的压强与体积的关系，也可以运用数学中量的比例关系来描述。通过实验事实可以得出：“溫度不变时，一定质量的气体的压强跟它的体积成反比。”并可用数学式表示出来，即：

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1},$$

或 $P_1 V_1 = P_2 V_2$

根据这一定律的数学式，还可以作出如图1的函数图象。

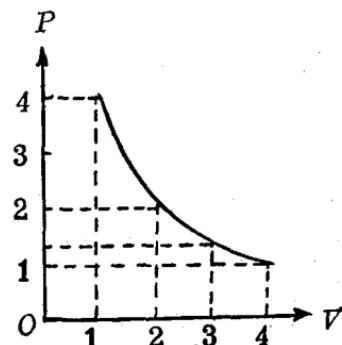


图 1

从图象中更清楚形象地告訴了我們，溫度不变时一定质量的气体的压强跟它的体积的关系。玻意耳—馬略特定律用这几种形式表示以后，就使我們能更深入地理解和掌握这一定律了。

再如，分子与分子間的相互作用力是怎样随分子間的距离而变化的呢？同學們很难建立起形象的概念来，如果将它繪成象图2这个函数图象，则使我們能更清楚

全面地看出：当两个分子間的距离在几个埃的范围（以 r_0 表示）时，它們間的作用是互相推斥；距离逐渐增大时，推斥力逐渐减小，一直减小到零；当分子間的距离大于几个埃小于几百个埃的范围时，分子間的作用力表现为互相吸引，距离增大时吸引力先是逐渐增大，再逐渐减小，直到分子間距离大于几百个埃时，相互作用力便减小到可以忽略的程度了。

(2) 可以以某些已知的理論和公式为前提，运用数学方法来导出某些規律的結論。例如在初速度为零的匀加速运动中，若物体經過 t 秒通过的路程为 s_1 ，經過 $2t$ 秒通过的路程为 s_2 ，經過 $3t$ 秒通过的路程为 s_3 ……

則：

$$s_1 = \frac{1}{2}at^2;$$

$$s_2 = \frac{1}{2}a(2t)^2;$$

$$s_3 = \frac{1}{2}a(3t)^2;$$

.....

依次将上面两个等式的左边与左边、右边与右边相比，则可得出下列比例式：

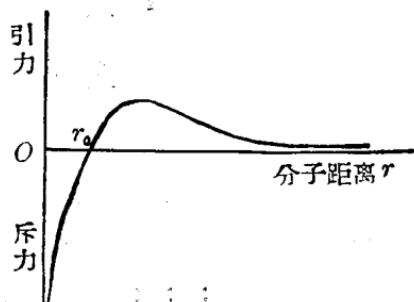


图 2

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{\frac{1}{2}a(2t)^2} = \frac{1}{4};$$

$$\frac{s_2}{s_3} = \frac{\frac{1}{2}a(2t)^2}{\frac{1}{2}a(3t)^2} = \frac{4}{9};$$

.....

将上述比例式写成連比的形式則有：

$$s_1 : s_2 : s_3 : \dots = 1^2 : 2^2 : 3^2 \dots$$

因此，在初速度为零的匀加速运动中，物体所通过的路程与时间的平方成正比。

若物体在第 1 个 t 秒内所通过的路程为 s_I ，在第 2 个 t 秒内所通过的路程为 s_{II} ，在第 3 个 t 秒内所通过的路程为 s_{III}

則： $s_I = \frac{1}{2}at^2;$

$$s_{II} = \frac{1}{2}a(2t)^2 - \frac{1}{2}at^2;$$

$$s_{III} = \frac{1}{2}a(3t)^2 - \frac{1}{2}a(2t)^2;$$

.....

依次将上面两个等式的左边与左边、右边与右边相比，则可得出下列比例式：

$$\frac{s_I}{s_{II}} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{\frac{1}{2}a(2t)^2 - \frac{1}{2}at^2} = \frac{1}{3};$$

$$\frac{s_{II}}{s_{III}} = \frac{\frac{1}{2}a(2t)^2 - \frac{1}{2}at^2}{\frac{1}{2}a(3t)^2 - \frac{1}{2}a(2t)^2} = \frac{3}{5};$$

.....

将上述比例式写成連比的形式則有：

$$s_I : s_{II} : s_{III} \dots = 1 : 3 : 5 \dots$$

因此，在初速度为零的匀加速运动中，物体在連續的各个相等時間內所通过的路程为一連續的奇数比。

又如，为了說明外力做功和机械能变化的关系，可以运用下面的方法来引导出結論：

图 3 表示一小車沿斜坡

向上作匀变速运动，設小車质量为 m ，动力是 F ，阻力是 f ，斜坡的傾角是 α ，小車沿斜坡向上运动在高为 h_1 处的速度为 v_1 ，在高为 h_2 处的速度为 v_2 ，小車的重力沿斜面向下的分力为 $mg \sin \alpha$ ，

根据牛頓第二定律可得：

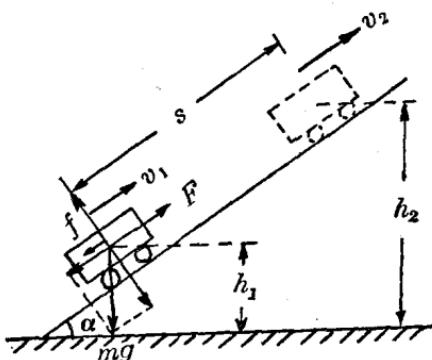


图 3

$$(1)$$

从运动学公式可知小車向上运动的加速度

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}, \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式則得：

$$F - f - mg \sin \alpha = m \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \right),$$

以 s 乘上式两边得：

$$Fs - fs - mg \sin \alpha = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2,$$

又因为

$$s \sin \alpha = h_2 - h_1,$$

代入上式則

$$Fs - fs - mg(h_2 - h_1) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2,$$

即

$$Fs - fs = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \right)。 \quad (3)$$

上式中： Fs 是动力所做的功； fs 是物体克服阻力所做的功； $\left(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \right)$ 是物体在高为 h_2 处的总机械能； $\left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \right)$ 是物体在高为 h_1 处的总机械能。由此可知，(3) 式表示了功和能的关系。用文字来表达即：外力（包括动力和阻力）对物体所做的功，等于物体机械能的变化。这样，就从已知的物理学原理和数学方法导出了功能关系规律的表达式。

(3) 运用数学方法，还可以将已知的公式变换成为新的形式。利用数学工具适当地将物理学上某些基本公式变形，可以加深我们对物理规律的认识，和培养逻辑推理的思维能力。

例如，为了看出电源的路端电压是怎样随外电路电阻 R 的改变而改变的，就可以将这个公式改写成下面的形式：

$$V_{\text{端}} = IR = \frac{\epsilon}{R+r} \cdot R = \frac{\epsilon}{1 + \frac{r}{R}}。$$

从上式可以看出，由于电源的电动势 ϵ 和内电阻 r 一般可以近似地看成不变的，因此当外电路的电阻 R 增大时， $\frac{r}{R}$ 的值变小，这时 $V_{\text{端}}$ 就要增大；外电路的电阻 R 越大， $\frac{r}{R}$ 的值就越小， $V_{\text{端}}$ 就越大；当外电阻 R 趋近于无限大时，即当电路断开的时候， $\frac{r}{R}$ 趋近于零，分母近似等于 1， $V_{\text{端}}$ 趋近于 ϵ ，即这时电源两极的电压等于电源的电动势。

反之，当外电路电阻 R 减小时， $\frac{r}{R}$ 的值增大，因而 $V_{\text{端}}$ 就要逐渐变小； R 越小， $V_{\text{端}}$ 也就越小；当 R 趋近于零，也就是外电路发生短路时， $\frac{r}{R}$ 趋近于无限大，分母亦趋近于无限大， $V_{\text{端}}$ 接近于零。

应该着重指出，象上面这个问题，如果能从定律和公式本身

的物理意义出发，从整个过程的物理实质去进行分析，即从全电路的欧姆定律及内、外电路的相互关系去分析，就能从物理道理上得到更加直观和具体的解释。由于电源的路端电压在数值上等于电源的电动势与内电路的电压之差：

$$IR = \varepsilon - Ir, \quad \text{或} \quad V_{\text{端}} = \varepsilon - Ir,$$

显然，当 R 增大而使 I 减小时，因为 ε 和 r 都是常量，所以 $V_{\text{端}}$ (IR)应该增大；反之，当 R 减小而使 I 增大时， $V_{\text{端}}$ 应该减小。

又如知道了物质的体胀系数和在 0°C 时的体积，就可以用下式来计算物体在任意温度时的体积：

$$V_t = V_0(1 + \beta t).$$

为了导出计算物质在任意温度时的密度的公式，可将 $V_t = \frac{m}{D_t}$ 、 $V_0 = \frac{m}{D_0}$ 代入上式中，即有：

$$\frac{m}{D_t} = \frac{m}{D_0}(1 + \beta t),$$

消去 m 得 $D_t = \frac{D_0}{1 + \beta t}$

这样也就导出了一个密度随温度而变化的计算公式了。

(4) 运用数学方法来归纳和计算某些实验结果。当我们 在进行物理实验时，有一部分数据可以用量度仪器直接量出结果的（叫做直接测量）；也有一部分数据要根据仪器测出有关的物理量，然后运用各种数学方法计算出来的（叫做间接测量）。例如，测定铜块的比热时，铜块和水的初温度、末温度可以用温度计测定出来，铜块、水、量热器小筒和搅拌器的质量可以用天平测定出来，但水、量热器小筒和搅拌器所吸收的热量、铜块下降的温度、比热等都要靠计算才能求得。又如在运用实验方法来测定某些物理常数时，常常需要了解误差的大小，计算实验误差时也少不了数学方法。

例如，一同学在用有毫米刻度的直尺测量某线段的长度时，以厘米为单位作了五次测量，各次测量的结果是： $l_1 = 50.38$ ；

$l_1=50.30$, $l_2=50.34$, $l_3=50.35$, $l_4=50.33$, 求測量的結果。

綫段的算术平均值为:

$$\bar{l} = \frac{50.38 + 50.30 + 50.34 + 50.35 + 50.33}{5}$$

$$= 50.34 \text{ (厘米)}.$$

各次測量的絕對誤差分別为:

$$e_1 = \bar{l} - l_1 = -0.04, \quad e_2 = \bar{l} - l_2 = +0.04,$$

$$e_3 = \bar{l} - l_3 = 0, \quad e_4 = \bar{l} - l_4 = -0.01,$$

$$e_5 = \bar{l} - l_5 = +0.01.$$

結果的平均絕對誤差为:

$$\Delta l = \frac{|e_1| + |e_2| + |e_3| + |e_4| + |e_5|}{5}$$

$$= \frac{0.04 + 0.04 + 0 + 0.01 + 0.01}{5}$$

$$= 0.02 \text{ (厘米)}.$$

結果的平均相对誤差为:

$$E = \frac{\Delta l}{\bar{l}} = \frac{0.02}{50.34} = 0.04\%.$$

所以測量的結果可写为:

$$l = 50.34 \pm 0.02 \text{ (厘米)}$$

或 $l = 50.34(1 \pm 0.04\%) \text{ (厘米)}.$

(5) **数学方法也是解答物理习題的工具。**很多物理习題，既描述了物理现象，也包含着数学內容，沒有足够的物理、数学知識是无法将习題正确地解答出来的。从中学物理的需要来看，初中主要是应用算术的方法以及简单的代数方法来解答物理习題；高中主要是应用代数的方法（包括分析法和綜合法）来解答物理习題，有时还要运用几何、三角等方面的知识。

从上述几点可以看出，数学在中学物理中的作用是多方面的，但主要是工具性的。因此，絕不能把物理学的学习和数学的学习等同起来。

二 怎样正确运用数学方法

数学在中学物理中虽然起着重要的作用，但物理学还是有它的特点，因此，我们在学习过程中，应该注意正确地运用数学方法。有的同学由于不能正确运用数学方法，常常产生了如下两种偏向：

一种是只注意物理中的数学方法，不重视了解物理定律、原理、公式和现象的本质，把物理当作数学去学习。他们只注意那些数学推导和证明，结果说明了些什么问题却不加过问，课后也不注意复习课本，一味地去做习题、钻难题。如有的同学虽然对牛顿第二定律的公式 $F=ma$ 的数学推导过程能够了解，但对这一公式中 F 的含义、计算时所用的单位却不够了解，因而在解题时常犯错误。

例如将一个质量为40克的钢球，以30米/秒的速度竖直向上抛出，经过2.5秒物体达到上升的最高点，求上升时作用在物体上的空气平均阻力。

有的同学作出了这样的错误解法：

因为 $a = \frac{v_0 - v_t}{t} = \frac{30}{2.5} = 12(\text{米}/\text{秒})$,

所以 $f = ma = 40 \times 12 = 480(\text{达因})$ 。

从这个解法中可以看出有两点错误：第一，不了解 $F=ma$ 中的 F 应该指的是作用在物体上所有力的合力。这里小球竖直上抛时不仅受有空气阻力，并且还有重力的作用，因而计算 f 时，应该象下面这样列式才对：

$$mg + f = ma,$$

所以
$$\begin{aligned}f &= ma - mg \\&= m(a - g).\end{aligned}$$

第二，对应用公式 $F=ma$ 时的单位不了解，沒有把质量与加速度的单位化成统一的单位制来进行計算。正确的做法應該是：

$$a = \frac{v_0 - v_t}{t} = \frac{30 \times 100}{2.5} = 1200(\text{厘米}/\text{秒}^2),$$

$$f = m(a - g) = 40 \times (1200 - 980) = 8800(\text{达因})。$$

产生上述錯誤的原因，就是对公式的物理意义不够了解，片面地运用数学方法。

另一种偏向是完全忽視物理中的数学方法。认为数学的論証和推导太麻烦，只要看一看最后的結果就可以了，不能从理論上来进一步概括和提高。产生这种偏向的同学很不重視物理习題，认为解題太麻烦，只要把公式記住了，考試时便可以拿公式来套。由于对公式本质和来源不了解，也沒有經過必要的练习，因而也不能把物理学好。

例如，图4是一个用来举重的直角劈，如果被举物体重200公斤，劈背宽10厘米，侧面长1米，求作用到劈上的水平力至少應該多大才能将物体举起（不考慮摩擦）。

很多同学是这样解的：依公式 $F = P \frac{L}{H}$ ，

$$\text{得 } P = F \frac{H}{L} = 200 \times \frac{10}{1 \times 100} = 20(\text{公斤})。$$

显然，他們对怎样运用功的原理和相似三角形的关系来推导 $F = P \frac{L}{H}$ 这一公式是不了解的，只是生搬硬套公式，把只适用于等腰劈的公式拿来用在直角劈上，同时也并不了解 F 應該指的是与劈面垂直的力。这个題目的正确解法應該是根据功的原理得出：

$$P \times \sqrt{(1 \times 100)^2 - 10^2} = 200 \times 10,$$

$$\text{所以 } P \approx 20(\text{公斤})。$$

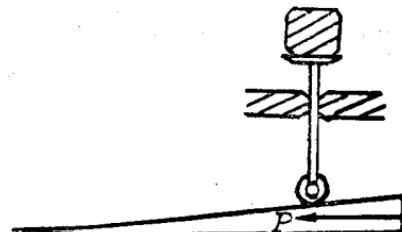


图 4

應該肯定，在物理学中对现象及其規律性的认识，主要是来自观察和实验，但要表现和分析定律、总结观察和实验、推证理论和解答物理习题等都要用到数学方法。在物理学发展的历史上，如果没有数学来作为研究的工具，今天的物理学也就不可能得到如此迅速的发展。

为了防止学习物理时出现上述两种偏向，正确掌握和运用数学方法，必须注意下面几点：

(1) 要深入了解物理概念在量和质这两方面的特征。学习物理不仅要掌握每一个概念在量方面的特征，还应该深入了解它们的质的特征。例如对加速度这一概念的理解，不仅要知道加速度在量值上等于“速度的变化与发生这个变化所用的时间之比”，还应该了解加速度是用来表示速度改变快慢的一个物理量，加速度大的物体运动速度改变快，加速度小的物体运动速度改变慢。但不能错误的认为，加速度大的物体运动速度也大，加速度小的物体运动速度也小。

(2) 要掌握公式的数学推导过程和公式中每一项的物理意义。在中学物理中，只有少数公式由于数学和物理知识水平的限制，没有作出推导(如单摆的振动定律公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 、磁场对电流的作用力 $F = 0.1HIL$ 等)，大部分公式都用某些已知的物理学原理和数学方法作了推导。在学习这部分公式时，应该掌握它们的推导过程，才不至于产生死记硬背的现象。这样，即使忘记了某一公式，也可以随时将它们正确地推导出来。例如同学们在学习曲线运动这一章时，容易把线速度、角速度、向心加速度和向心力等公式忘记和混淆，这就是由于对公式的物理意义和数学推导过程不熟悉的原因。事实上，只要把角速度就是“连接运动质点和圆心的半径转过的角度跟所用的时间的比”，线速度就是“质点作圆周运动时通过的路程与所用时间的比”这两点搞清楚了，再结合前面所学的知识，本章公式便不难推导出来。如知道作圆周运动的物体的每秒转数是 n ，则转一转就是 2π 弧度，转

n 轉就是 $2\pi n$ 弧度，因而角速度的公式

$$\omega = 2\pi n。 \quad (1)$$

由于一弧度所对的弧长等于圆半径 R ，轉过 $2\pi n$ 弧度时的弧长就是 $2\pi Rn$ ，因而线速度的公式为：

$$V = 2\pi Rn。 \quad (2)$$

比較(1)式与(2)式又可得出：

$$V = \omega R。$$

至于向心力的公式，则基本上还是属于牛頓第二定律公式 $F = ma$ 的形式，只不过式中 a 所代表的是向心加速度，应以 $a = \frac{v^2}{R}$ 或 $a = \omega^2 R$ 代入，

即 $F = m \frac{v^2}{R};$
 $F = m\omega^2 R。$

这样，我們对公式的推导过程及其每一項的物理意义都透彻的理解了，就能牢固地掌握公式和灵活地运用公式。

(3) **进行物理計算时要根据物理意义来考慮問題。** 学习物理經常要进行計算，数学沒有学好，就不可能有很好的計算能力，也就要影响到物理学习；但是物理計算又有它的特点，不能把它拿来当作純数学計算看待。物理計算的特点就是要求我們能根据題目的物理意义来考慮問題。具体說來，就是要能够从分析題意中找出解題所要运用的定律、原理或公式，并从这些定律、原理或公式中找出已知量与未知量的关系，在計算时还要懂得公式的物理意义，熟練地进行单位換算，正确地运用近似計算法則，計算出結果后还要根据实际情况来判断答数是否合理。因此，在解答物理习題之前，必須对所学过的物理知識作必要的复习，在此基础上再来解答习題，效果才会好。下面我們举一个例題來加以說明：

有一根长 5 尺、粗細不均匀的木棒，若在距一端 2 尺处把它支起，恰好能平衡；若把支点移到距另一端 2 尺处，就必须在这

一端挂上一个2公斤的物体，才能保持平衡。求此木棒的重量。

从題中可以看出：这是一个有关重心和力距平衡的問題，为了帮助我們理解題意，可先根据題意作一草图如图5：



图 5

由于支在距一端2尺处就能平衡，可见木棒的重心就在距这端2尺的地方；当支点移到距另一端2尺处，就必须在这端挂上2公斤的物体才能保持平衡，根据这点，又可作一图6如右：

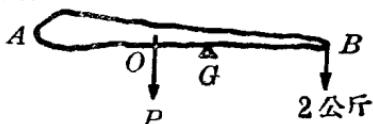


图 6

以G点为轉动軸，则根据力矩平衡条件可得：

$$P \times OG = 2 \times BG,$$

即

$$P \times (5 - 2 - 2) = 2 \times 2,$$

所以

$$P = 4(\text{公斤})。$$

从这个例子我們可以看出，本題的数学計算是非常简单的，但如不掌握重心的概念，不了解力和力矩的平衡条件，是很难将計算式正确的列出来。由此可见，进行物理計算时弄清物理意义是首要的問題，数学方法仅仅是起着輔助的作用。

(4) 要培养自己的基本运算能力。在物理学中，推导公式、总结实验结果、解答物理习题等都要进行计算，虽然计算只是学习物理的一种手段，但也應該予以足够的重視。不少同学认为解答物理习题，只要列式正确，懂得解法，计算正确与否是无关重要的，因此他們在解题时馬虎了事，粗枝大叶的现象非常严重。例如把 $\frac{1}{5}$ 算成 0.25，把 2×10^{-10} 写成了 $\frac{1}{2 \times 10^{10}}$ ，把 $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ 看成等于 $\frac{1}{2}m(v_2 - v_1)^2$ ，等等。此外，只要数目稍为复杂一点，便缺乏耐心，不能计算出正确的答数。也有的同学在运算时很不注意书写规格，对式子的来龙去脉都不写清楚，如題目中告訴的条件是“有3个电池串联成电池組，每个电池的电动势为