# 同等学力人员申请硕士学位电子科学与技术学科综合水平全国统一考试大纲及指南

（第二版）

国务院学位委员会办公室　编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

**图书在版编目(CIP)数据**

同等学力人员申请硕士学位电子科学与技术学科综合水平全国统一考试大纲及指南/国务院学位委员会办公室编. —2版. —北京：高等教育出版社，2003.10
ISBN 7-04-013470-5

Ⅰ.同… Ⅱ.国… Ⅲ.电子技术-研究生-统一考试-自学参考资料 Ⅳ.TN

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第089497号

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **策划编辑** | 武　黎 | **责任编辑** | 章浩平 | **封面设计** | 王凌波 |
| **责任绘图** | 朱　静 | **版式设计** | 马静如 | **责任校对** | 王效珍 |
| **责任印制** | 孔　源 | | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **出版发行** | 高等教育出版社 | **购书热线** | 010-64054588 |
| **社　　址** | 北京市西城区德外大街4号 | **免费咨询** | 800-810-0598 |
| **邮政编码** | 100011 | **网　　址** | http://www.hep.edu.cn |
| **总　　机** | 010-82028899 | | http://www.hep.com.cn |
| **经　　销** | 新华书店北京发行所 | | |
| **印　　刷** | 北京铭成印刷有限公司 | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | **版　　次** | 1998年12月第1版 |
| **开　　本** | 880×1230　1/32 | | 2003年10月第2版 |
| **印　　张** | 5.25 | **印　　次** | 2003年10月第1次印刷 |
| **字　　数** | 140 000 | **定　　价** | 11.50元 |

# 前　言

为规范同等学力人员申请硕士学位的工作，确保学位授予的质量，国务院学位委员会第十六次会议决定对同等学力人员申请硕士学位增设学科综合水平全国统一考试。自1999年9月1日起，以同等学力申请硕士学位人员取得相应学科的《学科综合水平全国统一考试合格证书》，成为其获得硕士学位的必要前提。

进行学科综合水平考试旨在加强国家对授予同等学力人员硕士学位的宏观质量控制、规范管理，是国家组织的对申请硕士学位的同等学力人员进行专业知识结构与水平认定的重要环节。1998年，我们组织专家编写并出版了《同等学力人员申请硕士学位电子科学与技术学科综合水平全国统一考试大纲及指南》，五年来，根据广大考生和有关专家的建议，我们在总结近几年统一考试经验的基础上，组织有关方面的专家对本书进行了认真的修订。经过修订的新大纲(第二版)将是今后几年同等学力人员申请硕士学位电子科学与技术学科综合水平统一考试命题的依据，供各院校进行有关教学和辅导时参考，也可作为应试者复习和备考的参考资料。

国务院学位委员会办公室

2003年5月

# 目　录

# 总　　则

同等学力人员申请硕士学位电子科学与技术综合水平全国统一考试是国家组织的对申请硕士学位的同等学力人员进行专业知识结构与水平认定的重要环节，其目的是测试申请人员是否具备获得硕士学位所必需的基础理论和专业知识。

本大纲和指南由下列六类课程组成：

1. 数值分析
2. 电磁场与波
3. 半导体物理
4. 激光物理与技术
5. 信号处理
6. 现代电路技术

这六类课程覆盖本学科范围内各二级学科的主要内容，体现本学科硕士学位获得者所必须掌握的、具有共性的基础理论和专业知识。考虑到一级学科覆盖面宽，申请硕士学位的同等学力人员在上述六类课程中选择三类课程参加考试。其中，第一类课程“数值分析”为每位考生必选考试科目，第二类到第六类课程可由考生任选二门。

每类课程都给出了考试大纲、复习指南、思考题、考试样卷和参考书目，供考生参考。

考试方式为笔试，考试时间 3 小时。

试卷满分 100 分，其中，第一类课程“数值分析”满分为 30 分，第二类到第六类课程每门课程满分为 35 分。

# 数 值 分 析

## 说　　明

数值分析是研究在电子计算机上近似地求解各类数学问题的方法和理论，是科学和工程计算的基础。本科目要求熟悉数值分析的基本方法和理论。内容包括求解非线性方程和线性代数方程组的数值方法、插值、最小二乘法、数值积分和常微分方程数值解。各部分内容有相对独立性。先修课程是微积分和线性代数，要求初步了解常微分方程。重点掌握各种算法的基本原理和有关理论。

# 一、考 试 大 纲

**（一）误差和有效数字**

**（二）非线性方程的数值解法**

1. 迭代法的一般理论

（1）不动点迭代

（2）迭代法的收敛性和收敛阶

2. 牛顿迭代法

**（三）解线性代数方程组的直接法**

1. 高斯消去法

2. 主元素消去法

3. 直接三角分解法

（1）Doolittle 分解法

（2）三对角方程组的追赶法

（3）对称正定阵的 Cholesky 分解、平方根法

4. 向量和矩阵范数，矩阵的条件数和应用

**（四）解线性代数方程组的迭代法**

1. Jacobi 迭代法，Gauss – Seidel 迭代法

2. 迭代法敛散性的判定定理和收敛速度

**（五）插值和最小二乘法**

1. Lagrange 插值

2. 均差和 Newton 均差插值公式

3. 埃尔米特插值

4. 分段低次插值

5. 三次样条

6. 正交多项式

7. 最小二乘曲线拟合

**（六）数值积分**

1. 数值求积公式的基本概念

2. 梯形公式，Simpson（辛普森）公式及它们的复合公式

3. Gauss 求积公式

4. 求积公式的数值稳定性

**（七）常微分方程初值问题的数值解法**

1. 简单的数值方法：Euler（尤拉）法和改进 Euler 法，隐式 Euler 法和梯形方法

2. 单步法的局部截断误差和方法的阶

3. Runge-Kutta（龙格 - 库塔）方法

4. 单步法的稳定性

5. 线性多步法

6. 预测 - 校正算法

# 二、复 习 指 南

**（一）误差和有效数字**

1. 舍入误差和截断误差的定义和来源

2. 绝对误差、相对误差和有效数字的定义

**（二）非线性方程的数值解法**

在数值求解一个非线性方程根之前，首先要判别一个非线性方程根的数目和大致位置；由方程根的存在惟一性定理，确定有根区间和有惟一根的区间(或称隔离区间)。

1. 迭代法的一般理论

(1) 不动点迭代

不动点，不动点迭代和迭代函数。

(2) 迭代法的收敛性和收敛阶

a. 用迭代法的全局收敛定理的二个充分条件去判断迭代序列的收敛性。

b. 若给定迭代终止误差和迭代初始向量，去预估迭代次数。

c. 用迭代法的局部收敛定理，判断一个迭代序列在方程根附近的收敛性。

d. 用收敛定理，选择使迭代序列收敛的迭代函数。

e. 掌握收敛阶的定义，$p$ 阶收敛的充分条件和渐近收敛常数。能确定迭代法的收敛阶。

2. 牛顿迭代法

(1) 掌握牛顿迭代法，并用它求方程的根。

(2) 牛顿迭代法的局部收敛性和收敛阶定理。

(3) 求方程重根的改进牛顿迭代算法及其收敛阶。

**（三）解线性代数方程组的直接法**

1. 理解高斯消去法原理和可行条件。

2. 掌握高斯消去法和列主元消去法求解方程组的算法，并且能得到行列式的值。

3. 理解高斯消元过程就是矩阵的 Doolittle 分解，即矩阵的 LU 分解。

4. 用直接三角分解法求解方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$

（1）掌握 $\boldsymbol{A}$ 的 LU 分解的可分条件，直接用矩阵乘法进行 LU 分解，用 Doolittle 分解法求解方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$。

（2）当 $\boldsymbol{A}$ 为三对角阵时，掌握追赶法的计算公式。

（3）当 $\boldsymbol{A}$ 对称正定阵时，对 $\boldsymbol{A}$ 作 Cholesky 分解，即 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{LL}^T$，且使其分解是惟一的；用平方根法求解方程组。

5. 掌握向量范数，矩阵范数和矩阵的条件数的定义和性质，能用条件数估计方程组直接法的误差界。

**（四）解线性代数方程组的迭代法**

1. 迭代法收敛性和收敛速度

（1）掌握迭代法收敛的充分必要条件，并能判断给定的一个迭代方法的收敛性。

（2）掌握用迭代矩阵范数判别迭代法收敛的充分条件及其证明。

（3）理解迭代法的渐进收敛速度。

2. Jacobi（雅可比）迭代法，Gauss－Seidel（高斯－塞德尔）迭代法

（1）掌握每种方法的计算分量形式、矩阵形式和迭代矩阵表达式。

（2）对于一个给定的低阶方程组，能写出这两种迭代法的计算公式及迭代阵，并能算出正确结果。

（3）熟练掌握各迭代法收敛的充分必要条件及充分条件，对给定方程组能判别 Jacobi 迭代法和 Gauss－Seidel 迭代法是否收敛。

（4）当方程组的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 严格对角占优时，Jacobi 迭代法和 Gauss－Seidel 迭代法对任意初始迭代向量的收敛性结论和证明。

（5）若方程组的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是对称正定阵时，Gauss－Seidel 迭代法对任意初始迭代向量的收敛性结论和证明。

（6）这两种迭代法的渐进收敛速度的定义和计算。

**（五）插值和最小二乘法**

1. 插值多项式存在惟一性条件，由插值条件构造插值多项式和相应的误差估计式

（1）熟练掌握拉格朗日插值多项式，余项和拉格朗日插值多项式基函数及其性质。

（2）熟练掌握牛顿均差插值多项式、均差的定义和其主要性质，由插值条件计算均差表和构造牛顿均差插值公式。

2. 掌握带导数的埃尔米特插值多项式的构造

（1）仿拉格朗日插值构造原理，构造二点三次埃尔米特插值多项式并给出余项。

（2）构造低阶的缺导数项的埃尔米特插值多项式并给出余项。

3. 分段低次插值

（1）论述高次和分段低次插值多项式的收敛性和稳定性。

（2）掌握分段线性插值、分段二次插值和分段二点三次埃尔米特插值公式以及它们的收敛性。

4. 三次样条插值

（1）熟练掌握三次样条函数、三次样条插值函数的定义及构造三次样条插值多项式应满足的条件。

（2）能用三弯矩法的原理，分别对三类边界条件求相应的三次样条插值函数。

（3）理解三次样条插值的收敛和误差估计定理。

5. 正交多项式

（1）熟练内积和正交多项式的定义和性质。

（2）掌握勒让德（Legendre）多项式和切比雪夫（Chebyshev）多项式的定义和性质。

（3）能用三项递推关系，构造最高项系数为 1 的正交多项式（包括连续情况和离散情况）。

6. 最小二乘法

（1）掌握最小二乘原理作曲线拟合的方法和计算步骤。

（2）能正确算出线性模型的最小二乘拟合曲线；若非线性模型能

线性化，求出最小二乘拟合曲线。

(3) 能用给定的离散节点和权因子，构造正交多项式及用正交多项式作最小二乘曲线拟合的计算。

**(六) 数值积分**

1. 熟悉求积公式代数精确度的定义，能应用这定义确定求积公式的求积系数和求积节点，并能验证或判断给定求积公式的代数精度。

2. 理解插值求积公式的构造原理。

3. 熟悉梯形公式和 Simpson 公式及它们的代数精确度和余项。

4. 熟悉复合梯形公式和复合 Simpson 公式及它们的余项。能根据误差要求，利用余项表达式，对于一个给定的定积分，确定其所需要的积分区间数及节点数，并计算这定积分的近似值。

5. Gauss 求积公式

(1) 理解 Gauss 求积公式的构造原理。

(2) 对于两个节点的 Gauss 求积公式，能确定其 Gauss 点和 Gauss 求积系数，即根据代数精确度推导 Gauss 点和 Gauss 求积系数，或用正交多项式的零点求得 Gauss 点，再根据代数精确度推导其 Gauss 求积系数。

(3) 掌握常用的 Gauss 型求积公式：Gauss - Legende 求积公式和

Gauss - Chebyshev 求积公式，并能用这些公式计算定积分的近似值和估计误差。

6. 掌握求积公式的收敛性和稳定性概念，证明求积系数为正时，求积公式是数值稳定的。

**(七) 常微分方程初值问题的数值解法**

1. 熟练掌握 Euler (尤拉)法和改进 Euler 法，隐式 Euler 法和梯形方法的基本公式与构造，并能正确应用这些差分公式，计算常微分方程初值问题的数值解。

2. 理解显式 Runge - Kutta (龙格 - 库塔)方法的基本思想。掌握二阶 Runge - Kutta 法的推导。熟悉常用的四阶经典 Runge - Kutta 公式，并能正确应用它计算常微分方程和方程组的初值问题。

3. 单步法基本概念

(1) 掌握单步法的局部截断误差和方法阶的定义，并能求局部截断误差主项和方法的阶。

(2) 掌握单步法的绝对稳定性、绝对稳定区域和绝对稳定区间的定义，能推导 Euler 公式，改进 Euler 公式，三阶 Runge - Kutta 公式和四阶经典 Runge - Kutta 公式的绝对稳定区间。根据绝对稳定区间确定步长 $h$ 的取值范围证明隐式 Euler 公式和梯形公式是无条件稳定的。

4. 线性多步法

(1) 掌握线性多步法的构造原理及其局部截断误差和方法阶的定义，能熟练应用 Taylor 展开，推导出线性多步公式及局部截断误差主项，并确定方法的阶。

(2) 正确确定线性多步公式所需要的多个初值，且用线性多步公式，求解常微分方初值问题。

(3) 掌握预测 - 校正技术，特别是四阶显式 Adams (阿当姆斯)公式预测 - 四阶隐式 Adams 公式校正；Milne (米尔尼)公式预测 - Simpson 公式校正；Milne 公式预测 - Hamming (哈明)公式校正。

(4) 掌握外推加速技术，得到改进的预测校正公式。

5. 了解常微分方程组和高阶常微分方程的数值解法。

# 三、思 考 题

**(一) 误差和有效数字**

1. 什么是舍入误差？什么是截断误差？它们的来源是什么？

2. 什么叫绝对误差，相对误差和有效数字？

3. $\pi = 3.141592654\cdots$

若取5位有效数字，得到其近似值，则该近似值是多少？其误差限是多少？

若要求其近似值精确到小数点后面4位，则该近似值是什么？其误差限是多少？

若要求其近似值的绝对误差限为 $0.5 \times 10^{-5}$，则该近似值是什么？

**(二) 非线性方程的数值解法**

1. 非线性方程根存在且惟一的条件是什么？

2. 什么是不动点？什么是不动点迭代？什么是不动点迭代函数？

3. 当迭代函数满足什么条件时，该迭代法全局收敛？

当迭代函数满足什么条件时，该迭代法在根附近局部收敛？

当迭代函数满足什么条件时，该迭代法一定发散？

4. 一个迭代公式达到 $p$ 阶收敛的充分条件是什么？如何由迭代函数求出其渐近收敛常数？给定一个迭代公式，如何确定其收敛阶？

5. 若给定迭代精度和迭代初值，且已求出了收敛域，如何从迭代序列的误差估计，预估一个迭代公式的迭代次数？

6. 牛顿迭代公式是如何推出的？它若在单根附近收敛，则它是几阶收敛的？在重根附近它是几阶收敛的？如果求方程的重根，能达到二阶收敛的改进牛顿迭代公式是什么？

**(三) 解线性代数方程组的直接法**

1. 什么情况下，高斯消去法会出现数值不稳定？如何克服？

2. 若给定一个3阶方程组，如何用初等矩阵描述其高斯消元过

程？

3. 如何充分利用矩阵 $A$ 的 LU 分解，求解右端项不同的若干个方程组？如 $Ax=b$，$Ax=c$，$Ax=d$，…，其中 $A\in R^{n\times n}$，$x$，$b$，$c$，$d\in R^{n}$，从而体会在这种情况下，$A$ 的直接分解法比高斯消去法优越。又如何利用 $A$ 的直接分解求 $A$ 的逆矩阵 $A^{-1}$。

4. 方程组 $Ax=b$ 中，$A$ 具有什么性质时，$A$ 能作 $LL^T$ 分解（即 Cholesky 分解）且可采用平方根法求解该方程组？如何定义 $L$ 使 $LL^T$ 分解是惟一的？

5. 方程组 $Ax=b$ 中，$A$ 具有什么形式时可采用追赶法？$A$ 的元素满足什么条件时，不仅方程组的解存在惟一，而且追赶法是数值稳定的？

6. 如何用矩阵的条件数去判别矩阵或相应的方程组是“病态的”还是“良态的”？

7. 方程组 $Ax=b$ 中，当 $A$ 有扰动 $\delta A$ 和 $b$ 有扰动 $\delta b$ 时，如何用矩阵 $A$ 的条件数去估计方程组近似解的相对误差 $\dfrac{\|\delta x\|}{\|x\|}$？其中 $\|\cdot\|$ 为某一种向量范数。

8. 若已经求得方程组 $Ax=b$ 的近似解向量 $\tilde{x}$，如何用矩阵的条件数去估计该近似解向量的相对误差 $\dfrac{\|\tilde{x}-x\|}{\|x\|}$？其中 $\|\cdot\|$ 为某一种向量范数。

9. 已知方程组 $Ax=f$，其中

$$A=\begin{bmatrix}2 & -1 & b\\ -1 & 2 & a\\ b & -1 & 2\end{bmatrix},\quad f=\begin{Bmatrix}0\\1\\0\end{Bmatrix}$$

（1）试问参数 $a$ 和 $b$ 满足什么条件时，可选用平方根法求解该方程组？

（2）取 $b=0$，$a=1$，试用追赶法求解该方程组。

**（四）解线性代数方程组的迭代法**

1. 以一个三阶线性代数方程组为例，分别写出 Jacobi（雅可比）迭代法，Gauss－Seidel（高斯－塞德尔）迭代法的计算分量形式。

2. 将 $\boldsymbol{A}$ 分裂为 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{D}-\boldsymbol{L}-\boldsymbol{U}$，其中 $\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{L}$、$\boldsymbol{U}$ 分别为 $\boldsymbol{A}$ 矩阵的对角线元素构成的对角阵，严格下三角部分元素的反号构成的下三角阵和严格上三角部分元素的反号构成的上三角阵。试写出 Jacobi 迭代矩阵和 Gauss - Seidel 迭代矩阵关于 $\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{L}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 的表达式。

3. 迭代法收敛的充要条件是什么？充分条件是什么？

4. 方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 中，$\boldsymbol{A}$ 具有什么性质时，Jacobi 迭代法和 Gauss - Seidel 迭代法对于任意初始向量均收敛？证明你的结论。

5. 方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 中，$\boldsymbol{A}$ 具有什么性质时，Gauss - Seidel 迭代法对于任意初始向量收敛？证明你的结论。

6. 用什么表示迭代法的收敛速度？

7. 已知方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，其中 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$，有迭代公式

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)}=\boldsymbol{x}^{(k)}+\omega\left(\boldsymbol{Ax}^{(k)}-\boldsymbol{b}\right)$$

试问：(1) $\omega$ 在什么范围内取值，能使该迭代公式收敛？

(2) 使迭代收敛最快的 $\omega$ 值是什么？

**(五) 插值和最小二乘法**

1. 已知插值表

$$x_0,\ x_1,\ x_2,\ x_3$$

$$f_0,\ f_1,\ f_2,\ f_3$$

(1) 写出拉格朗日插值基函数即 $l_k(x)$，$k=0, 1, 2, 3$，拉格朗日插值公式和余项以及实际计算时的误差估计式。叙述基函数的性质并证明拉格朗日插值余项表达式。

(2) 如何用插值表去计算均差表？并写出牛顿均差插值公式。

(3) 如何证明你构造的拉格朗日插值公式和牛顿均差插值公式是完全相同的公式？

2. 已知插值表

$$x_0,\ x_1,\ x_2$$

$$f_0,\ f_1,\ f_2$$

$$f'_1$$