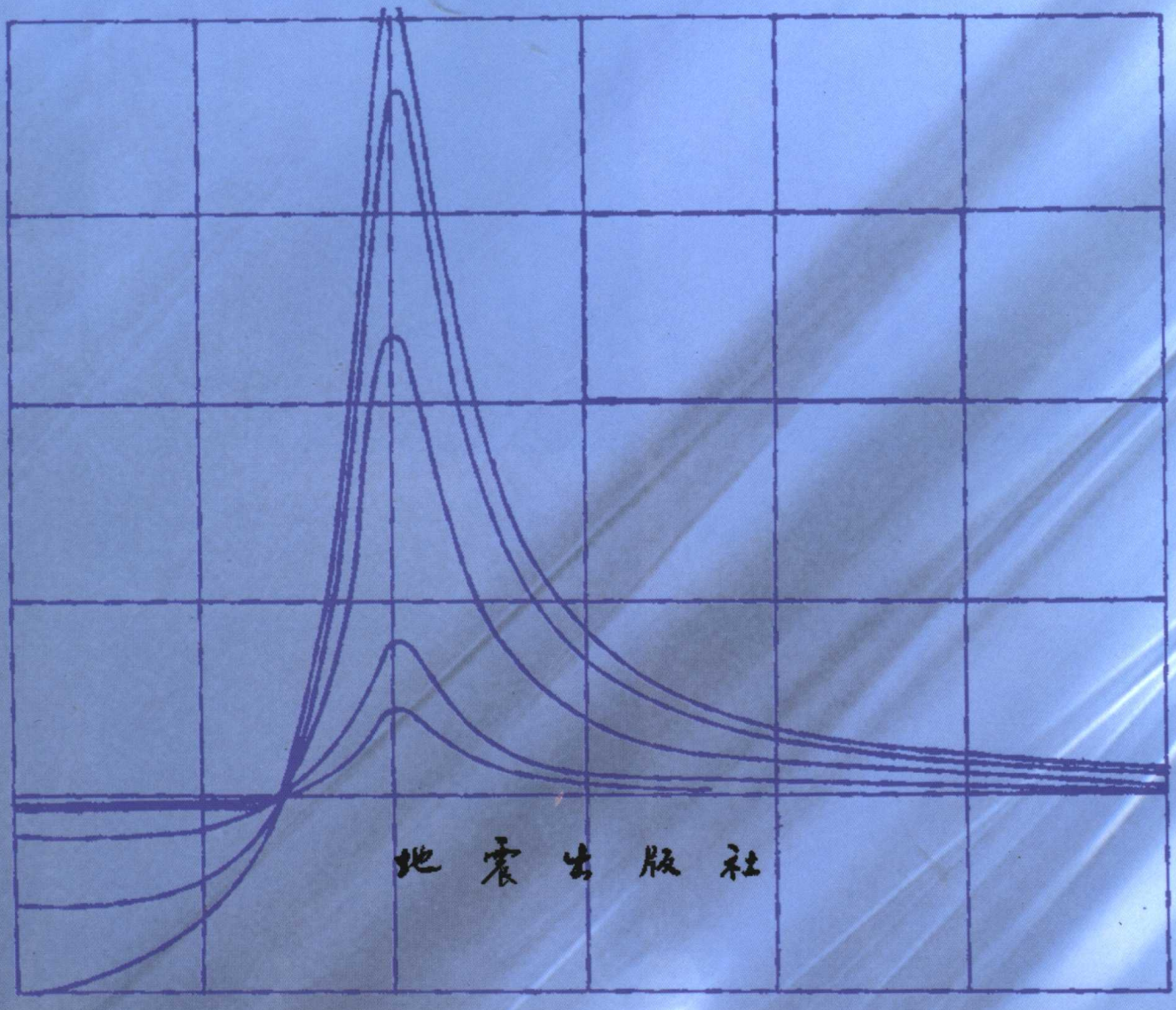
工程结构非常规抗震计算方法

王前信　著



地震出版社

101

工程结构非常规抗震计算方法

王前信　著

地震出版社

图书在版编目(CIP)数据

工程结构非常规抗震计算方法/王前信著. —北京:地震出版社,2002.10
ISBN 7-5028-2094-9

Ⅰ.工… Ⅱ.王… Ⅲ.工程结构—抗震—计算方法 Ⅳ.TU311.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 037663 号

工程结构非常规抗震计算方法
王前信 著
责任编辑:蒋乃芳
责任校对:王花芝

出版发行:地震出版社

北京民族学院南路 9 号	邮编:100081
发行部:68423031 68467993	传真:68423031
门市部:68467991	传真:68467972
总编室:68462709 68423029	传真:68467972
E-mail:seis@ht.rol.cn.net	

经销:全国各地新华书店
印刷:北京地大彩印厂

版(印)次:2002 年 10 月第一版 2002 年 10 月第一次印刷
开本:787×1092 1/16
字数:237 千字
印张:9
印数:001～500
书号:ISBN 7-5028-2094-9/TU·162(2650)
定价:18.00 元
版权所有 翻印必究
(图书出现印装问题,本社负责调换)

自　序

一本新书定稿后，请名家写个序，站在学术高位，向读者做些介绍和推荐，使著者和读者互相贴近，这是很自然的好事。

许多情况下，名家写序也难。赞扬和勉励的话语总不可少，著者过意不去，便可能形成愧不敢当的感觉。

因此，本书就不劳名家费笔墨了，著者自己简单说几句坦诚的话就权当做序。

本书的内容是著者自己的部分工作集成，这些工作尽求有不同于他人的新意。科研人员本应按此行为准则去做，但著者是否做到了需由读者和有关专家来鉴别。

深切感谢所有为本书出版付出辛劳的朋友们！

中国地震局工程力学研究所

王前信

2002年秋于哈尔滨

前　言

本书根据多年的工作心得撰写而成，力求多有创意，内容选择基底摇摆和多支点输入、刚体转动振型、塔-缆体系和上界地震力续探等，但愿能适合读者的兴趣和需要。

上述几个非常规情形的抗震计算问题具有明显的各自特点，既有工程上的特点，又有（结构动力学）理论上的特点，求解的方法和结果的表示方式各不相同，饶富趣味。

我们曾在以上几个方面做过一些研究，取得一些进展。付出的辛劳换来了收获，这使我们感到欣慰。但应说明，每一项进展都只能看作是阶段性的，余下的问题一定还有不少，期待大家一起参与继续探索。

本书的主要服务对象是土木、水利、建筑专业的高校师生和工程技术人员。我们希望，本书能有助于教师们充实抗震教材，有助于大学生和研究生们开阔抗震视野，有助于工程师们活跃抗震设计思想。

书中疏漏和谬误难免，敬希读者不吝指正。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

绪论 …… (1)

第一章　地面摇摆运动作用下的结构反应 …… (3)

第一节　计算 Duhamel 积分的三连锁公式 …… (3)

第二节　地面摆动与平动作用下结构反应计算公式的对比…… (11)

第二章　零频刚体转动振型及其地震反应 …… (16)

第一节　零频刚体转动振型…… (16)

第二节　刚体振型地震反应（空间曲折道路桥梁举例） …… (23)

第三节　刚体振型地震反应（近海管线桥举例） …… (33)

第三章　输电塔-电缆体系的合理抗震计算模型 …… (40)

第一节　输电塔-电缆体系的工程概况 …… (40)

第二节　竖向地面运动作用的情形…… (40)

第三节　侧向地面运动作用的情形…… (42)

第四节　纵向地面运动作用的情形…… (44)

第四章　地震多支点输入下斜交杆系的反应 …… (48)

第一节　地面差动对单层长建筑抗震计算的影响…… (48)

第二节　地震多支点输入下桁架桥的反应…… (60)

第三节　地震多支点输入下斜交杆系振动方程的建立…… (67)

第四节　斜交杆系的一般性振动方程（不计轴向变形影响） …… (76)

第五节　斜交杆系的振动方程（计入轴向变形影响） …… (80)

第六节　地震多支点输入下拱式结构的反应…… (90)

第五章　上界地震力续探 …… (111)

第一节　上界解的极坐标图形展示…… (111)

第二节　地面平移运动作用下贡献振型的等效质量及等效质量之和…… (113)

第三节　地面摇摆运动作用下贡献振型的等效质量及等效质量之和…… (120)

第四节　积函数的二极特性…… (123)

附录一　公式(1.1.10)和(1.1.17)的推演 …… (128)

附录二　折杆的小变形几何关系 …… (129)

附录三　主、次振型正交性的几何意义 …… (131)

符号表 …… (132)

绪　论

工程结构(常规)抗震计算方法的研究，从19世纪后期开始，直到现在(21世纪初)，跨历三个世纪，已有100多年的历史了。研究进展是十分显著的，论文和专著非常丰硕，科研人才的成长相当快速(我国的情况更加明显)，许多构思精巧的理论和高效率的计算方法已应用于工程抗震设计的实际中。

与此同时，也还存在一些超出常规(非常规)情形的抗震计算问题，研究者们未曾考虑到或虽曾考虑到却无暇顾及。此类非常规的抗震计算问题为数不少。

在常规情形，地震的地面运动作用一般假定是水平的或是竖向的；抗震计算对象多为工业与民用建筑物和构筑物，还有一些道路桥梁和水工结构，以及少量其他工程结构；结构的质量分布和刚度分布确定，支座完全，可简化为静定或超静定模型。

与常规情形相对比，如果地面运动是摇摆作用，或是差动、多支点输入方式，我们认为，就地面运动作用而言，这情形是非常规的。如果计算对象是输电塔-电缆体系，竖向、侧向、纵向三个方向的抗震计算模型应各不相同，我们认为，就模型而言，这情形是非常规的。如果结构物的刚度分布不确定，无法求常规解，只能求上界解，我们认为，就解答的特点而言，这情形是非常规的。如果支座不完全，形成杆-链体系，振型分解过程中出现刚体转动振型，就振型分解这一分析工具而言，这情形也是非常规的。

地震时地面运动共有六个分量，即三个移动和三个转动。三个转动分量中，一个是扭转分量，另两个是方位互相垂直的摇摆分量。移动分量已获得大量地震记录，而转动分量迄今仅获得个别记录，其真实程度学者们看法尚不一致。目前流行一种基于平动记录推算转动记录的研究。

我们基于振型分解原理，推演摇摆地面运动作用下竖直伸臂结构的各种地震反应公式，并与平移地面运动作用下的相应地震反应公式汇集在一起，列表对比(第一章)。虽然目前主体结构一般还很少基于摇摆地面运动做分析，但核工程中的附属结构却是基于基底的摇摆运动做计算的，因为附属结构的基底运动就是主体结构之上的一个点的因地震引起的振动反应。

摇摆地面运动引起的反应也涉及Duhamel积分的计算，公式与平移地面运动情形相似。我们推荐用三连锁公式计算Duhamel积分，三连锁公式我们发表于1962年(第一章)。流行的“精确法”逐步交错计算位移与速度反应，而三连锁公式则逐步连锁计算位移或速度反应。二者实质上是一致的。

支座不完全的结构体系可以人为地构成，成为杆-链系。这样的体系的低振型为刚体转动振型，高振型为弹性振型。体系的地震位移反应主要由刚体振型的贡献组成，较之支座完全的结构要大些，须设法防止不利后果；但地震内力反应完全由弹性振型的贡献组成，将十分显著地减小。如果不出现滑落，结构体系决不会因强度不足而损毁。以上的叙述实际上就是一种减震构想的表达(第二章)，这种构想也许难以在工程中完全实现，但工程师们遵循此一思路去指导抗震设计，一定是有效的和必要的。

供电工程是生命线工程中的一个重要方面，输电缆索翻山过河，延伸很长很长，输电

塔沿线路架设，数量很多很多。输电塔与电缆组成体系，二者间相互作用关系复杂。考虑沿竖、侧、纵三个方向弹性刚度与重力刚度的耦联方式各不相同，1989 年我们提出分别适用于三个方向的、三种不同的、合理的抗震计算模型(第三章)。近十年多期间，一些研究者们根据这些模型完成了许多计算研究，还开始了试验研究。我们希望，不久后制定新的供电工程设计规范时，纳入合理的抗震计算模型。

有关地面差动的问题很早就为地震工程学者们所关注。我们起步很早，研究地面差动对单层长建筑抗震计算的影响，指明：低频长波差动虽使反应增大，而高频短波差动却使反应减小；不应笼统认为差动对结构抗震是不利因素。20 世纪 70 年代，我们进而研究广义差动，即地震多支点输入问题，推演出斜交杆系的一般性控制方程，用于拱桥抗震计算的结果表明：拟静力反应显著占主导(第四章)。

拱桥是一种极具代表性的地面差动敏感结构。目前，几乎所有各国的抗震设计规范中，都还没有制定考虑地面差动或地震多支点输入的计算条规，这一方面是由于差动或多支点输入的观测数据很不足，另一方面是由于差动或多支点输入作用下结构实际抗震计算结果也太少。我们期待，拱桥之类的差动敏感结构的抗震设计理论研究不久能取得长足的进展。

为刚度不明结构寻找抗震计算方法，我们于 1987 年，将“振型反应与参与因子函数之积”特别定义为积函数，着手研究积函数极值法。研究成果逐步积累，形成抗震分析上界解法。随后觉察此方法也适用于刚度确知的结构，用上界解检验常规解的界限是可信赖的校核手段。

研究导引出主、次上界，主、次贡献振型等新的概念；阐明主、次上界与拟静解之间的和差关系；推演出伸臂结构地震剪力和弯矩的理论包络公式，并纳入样本规范。

主要研究结果都收录于专著《工程结构上界地震力理论及其应用》（地震出版社，2000）中。

近期我们继续扩展有关上界地震力的研究内容。对于伸臂结构，导得主、次贡献振型的等效质量简练公式；证明在地面平移运动情形主、次贡献振型的等效质量之和等于结构总质量，而主、次贡献振型的等效质量之比等于主、次上界之比；在地面摇摆运动情形，主、次贡献振型的等效质量之和一般小于结构总质量，而主、次贡献振型的等效质量之比等于主、次上界之比；还深入探究积函数的二极特性(第五章)。

在现阶段，以上这些抗震计算问题被认为是非常规的。但随着时间的推移和科研水平的进步，必将有新的非常规问题出现，本书中所探讨的这些问题就将逐步转化成常规问题了。

第一章　地面摇摆运动作用下的结构反应

本章推演地面摇摆运动作用下伸臂结构地震反应的成套计算公式，并与地面平移运动作用下的相应计算公式做对比(第二节)。地面摇摆运动作用下的反应计算也涉及 Duhamel 积分。为此，我们详细表述计算 Duhamel 积分的三连锁公式的推演全过程(第一节)。

第一节　计算 Duhamel 积分的三连锁公式

一、概述

当前，世界各国抗震设计规范中的地震反应计算，都以反应谱理论为基础。所谓反应谱就是单质点振子在地震作用下的最大反应和振子的自振周期或频率之间的函数关系。有了反应谱，非但可以直接算出单自由度结构物在地震作用下的反应，而且通过振型组合的方法可以估计多自由度结构物的反应。因此反应谱已为各国工程界所通用。

在地面平移运动作用下，单质点振子对于基底的相对位移 $\delta(t)$ 为下列微分方程之解：

$$\ddot{\delta}+2\mu\dot{\delta}+\omega^2\delta=-\ddot{\delta}_g(t) \tag{1.1.1}$$

式中，μ 为阻尼系数；ω 为自振频率；$\delta_g(t)$ 为地面位移。对于给定的地面运动，相对位移 $\delta(t)$ 的最大值 $\Delta=\Delta(\omega,\mu)$ 称为位移谱，相对速度 $v(t)$ 的最大值 $V=V(\omega,\mu)$ 称为速度谱，绝对加速度 $a\ (t)$ 的最大值 $A=A(\omega,\mu)$ 称为加速度谱。

计算反应谱必须根据不同的 ω 和 μ 完成式(1.1.1)的积分，算出体系的反应过程，然后绘出其最大值与自振周期(或频率)的关系曲线。这是相当繁重的计算工作。

我们这里提供一种数值计算方法，其基本概念是从反应曲线上前二时段的反应值来推算紧随的后一时段的反应值，使计算能够连锁进行。这样就必然显著提高计算效率。

求解途径是这样的：

地面运动的加速度记录可以看成是由一系列变化频繁的曲折线段所组成(图 1.1.1)。为了研究在复杂的 $\alpha(t)$ 作用之下所引起的反应，我们宜于先研究在阴影部分作用之下所引起的反应，而后再作进一步的处理。

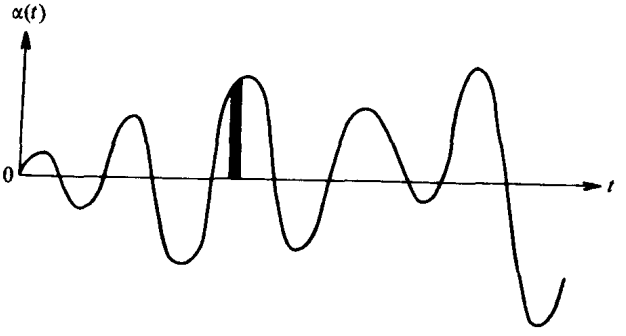


图 1.1.1　地面运动加速度记录示意

阴影部分可割取开来并放大如图 1.1.2(a)所示。当地震记录 $\alpha(t)$ 给定时，对于一定

的时程 t_1 和 t_2，根据振动力学的基本原理，易于导得关系式

$$\left.\begin{aligned}\delta_2 &= \delta_2(\delta_1, v_1)\\ v_2 &= v_2(\delta_1, v_1)\end{aligned}\right\} \tag{1.1.2}$$

式中，δ_i 和 v_i 表示时程为 t_i 时的相对位移和相对速度。式(1.1.2)是简单的线性代数方程。

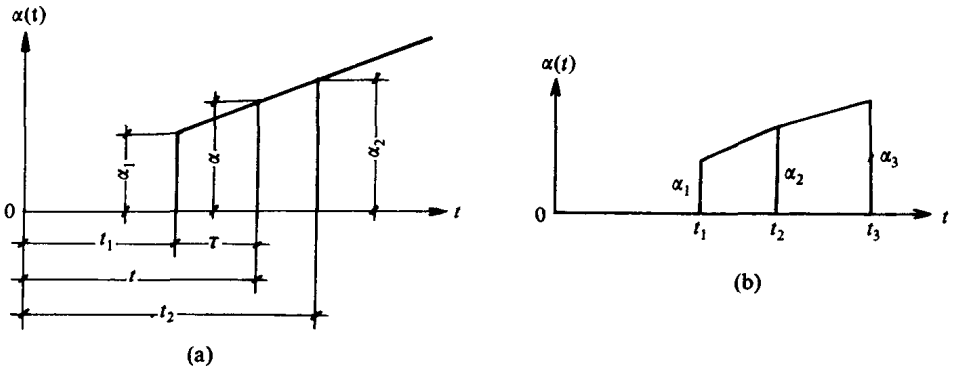


图 1.1.2　图 1.1.1 中阴影部分放大

仿式(1.1.2)一样，参照图 1.1.2(b)，可以导得

$$\left.\begin{aligned}\delta_3 &= \delta_3(\delta_2, v_2)\\ v_3 &= v_3(\delta_2, v_2)\end{aligned}\right\} \tag{1.1.3}$$

于是，自式(1.1.2)和(1.1.3)的第一式消去 v_1 和 v_2 可得

$$\delta_3 = \delta_3(\delta_1, \delta_2) \tag{1.1.4}$$

自式(1.1.2)和式(1.1.3)的第二式消去 δ_1 和 δ_2 可得

$$v_3 = v_3(v_1, v_2) \tag{1.1.5}$$

式(1.1.4)中仅有位移，式(1.1.5)中仅有速度，二者分别独立，计算时互不相涉。这两个式子都是简单的线性代数方程，十分便于连锁计算，其优越性是明显的。

将式(1.1.4)和(1.1.5)作简单的代数组合，易于给出绝对加速度的连锁计算公式

$$a_3 = a_3(a_1, a_2) \tag{1.1.6}$$

二、基本公式的推演

为了表述方便起见，我们将式(1.1.1)写成下列形式

$$\ddot{\delta} + 2\mu\dot{\delta} + \omega^2\delta = \alpha(t) \tag{1.1.7}$$

式中，$\alpha = -\ddot{\delta}_g$，为地面运动加速度的负值，由于地震可来自任何方向，故此负号一般可不予考虑，但应注意绝对加速度 $a = \ddot{\delta} + \ddot{\delta}_g = \ddot{\delta} - \alpha$。

又当各种动扰力 $P(t)$ 作用下，单质点振子的振动方程为

$$\ddot{\delta} + 2\mu\dot{\delta} + \omega^2\delta = \frac{P(t)}{m} \tag{1.1.8}$$

式中，m 为振子的质量。若令 $\frac{P(t)}{m} = \alpha(t)$，于是，我们以下对于计算地震反应谱所推演的公式也将适用于计算动扰力激起的强迫振动。

形如式(1.1.7)或(1.1.8)的微分方程的理论形式解习惯称为 Duhamel 积分。

图 1.1.2(a)中坡线的方程应为

$$\alpha = \alpha_1 + \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1}\right)(t - t_1) = \alpha_1\left(1 - \frac{\tau}{t_2 - t_1}\right) + \alpha_2\left(\frac{\tau}{t_2 - t_1}\right) \tag{1.1.9}$$

根据条件 $\delta_{t=t_1} = \delta_1$，$\dot{\delta}_{t=t_1} = v_1$，自式（1.1.7）可以解得

$$\begin{aligned}\delta(\tau) =& \delta_1 e^{-\mu\tau}\left(\cos\omega'\tau + \frac{\mu}{\omega'}\sin\omega'\tau\right) + v_1\frac{e^{-\mu\tau}}{\omega'}\sin\omega'\tau \\ &+ \alpha_1\left\{\frac{1}{\omega^2}\left[1 + \frac{2\mu}{\omega^2(t_2 - t_1)}\right] - \frac{\tau}{\omega^2(t_2 - t_1)}\right. \\ &\left. - e^{-\mu\tau}\left\{\frac{1}{\omega^2}\left[1 + \frac{2\mu}{\omega^2(t_2 - t_1)}\right]\cos\omega'\tau + \frac{1}{\omega'\omega^2}\left[\mu - \frac{\omega'^2 - \mu^2}{\omega^2(t_2 - t_1)}\right]\sin\omega'\tau\right\}\right\} \\ &+ \alpha_2\left\{\frac{\tau}{\omega^2(t_2 - t_1)} - \frac{2\mu}{\omega^4(t_2 - t_1)}\right. \\ &\left. + e^{-\mu\tau}\left\{\frac{2\mu}{\omega^4(t_2 - t_1)}\cos\omega'\tau - \frac{\omega'^2 - \mu^2}{\omega'\omega^4(t_2 - t_1)}\sin\omega'\tau\right\}\right\}\end{aligned} \tag{1.1.10}$$

式中

$$\omega'^2 = \omega^2 - \mu^2 \tag{1.1.11}$$

ω'为有阻尼时的自振频率。

现将 $t = t_2$ 或 $\tau = t_2 - t_1$ 代入式(1.1.10)，并令

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\omega'} \tag{1.1.12}$$

$$z = \omega'(t_2 - t_1) \tag{1.1.13}$$

$$\left.\begin{aligned}\bar{\delta} &= \omega'^2\delta \\ \bar{v} &= \omega' v\end{aligned}\right\} \tag{1.1.14}$$

便有

$$\bar{\delta}_2 = \bar{\delta}_1 C + \bar{v}_1 D + \alpha_1 E + \alpha_2 F \tag{1.1.15}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}C(z) &= e^{-\varepsilon z}(\cos z + \varepsilon\sin z) \\ D(z) &= e^{-\varepsilon z}\sin z \\ E(z) &= \frac{1}{(1+\varepsilon^2)^2}\left\{\frac{2\varepsilon}{z} - e^{-\varepsilon z}\left\{\left(1 + \varepsilon^2 + \frac{2\varepsilon}{z}\right)\cos z\right.\right. \\ &\qquad \left.\left. + \left[\varepsilon(1+\varepsilon^2) - \frac{1-\varepsilon^2}{z}\right]\sin z\right\}\right\} \\ F(z) &= \frac{1}{(1+\varepsilon^2)^2}\left[\left(1 + \varepsilon^2 - \frac{2\varepsilon}{z}\right) + e^{-\varepsilon z}\left(\frac{2\varepsilon}{z}\cos z - \frac{1-\varepsilon^2}{z}\sin z\right)\right]\end{aligned}\right\} \tag{1.1.16}$$

自式(1.1.10)进一步导得

$$\begin{aligned}v(\tau) =& \delta_1\left[-\frac{\omega^2}{\omega'}e^{-\mu\tau}\sin\omega'\tau\right] + v_1\left[e^{-\mu\tau}\left(\cos\omega'\tau - \frac{\mu}{\omega'}\sin\omega'\tau\right)\right] \\ &+ \alpha_1\left\{-\frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} + e^{-\mu\tau}\left[\frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)}\cos\omega'\tau\right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{1}{\omega'}\left(1 + \frac{\mu}{\omega^2(t_2 - t_1)}\right)\sin\omega'\tau\right]\right\} + \alpha_2\left\{\frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)}\right.\end{aligned}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$-e^{-\mu\tau}\left[\frac{1}{\omega^2(t_2-t_1)}\cos\omega'\tau+\frac{\mu}{\omega'\omega^2(t_2-t_1)}\sin\omega'\tau\right]\Big\} \tag{1.1.17}$$

将 $\tau=t_2-t_1$ 代入式(1.1.17)，可得

$$\bar{v}_2=\bar{\delta}_1G+\bar{v}_1H+\alpha_1I+\alpha_2J \tag{1.1.18}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}
G(z)&=-(1+\varepsilon^2)e^{-\varepsilon z}\sin z\\
H(z)&=e^{-\varepsilon z}(\cos z-\varepsilon\sin z)\\
I(z)&=\frac{1}{1+\varepsilon^2}\left\{-\frac{1}{z}+e^{-\varepsilon z}\left[\frac{1}{z}\cos z+\left(1+\varepsilon^2+\frac{\varepsilon}{z}\right)\sin z\right]\right\}\\
J(z)&=\frac{1}{(1+\varepsilon^2)z}[1-e^{-\varepsilon z}(\cos z+\varepsilon\sin z)]
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.19}$$

倘我们沿时程将地面加速度记录分成许多如图 1.1.1 中阴影部分的梯形小块，则根据各段不同的 z 值，利用式(1.1.15)和(1.1.18)可以逐段算得位移和速度的反应。可是，这样的过程是繁琐的，因为各段的 z 值不同，各段的 C，D，G，H，…等函数值也不同，计算位移时不得不涉及速度，计算速度时不得不涉及位移，而且加速度反应还不能直接算得。因此，我们还要进一步作必要的简化处理。

三、进一步的简化处理

今设 $z_2=\omega'(t_3-t_2)$，仿照式(1.1.15)可写出

$$\bar{\delta}_3=\bar{\delta}_2C_2+\bar{v}_2D_2+\alpha_2E_2+\alpha_3F_2 \tag{1.1.20}$$

将式(1.1.15)和(1.1.18)中的 C，D，…，G，H 等函数加上注标“1”，自式(1.1.15)，(1.1.18)和(1.1.20)中消去 $\bar{v}_1$，$\bar{v}_2$ 便可得到

$$\begin{aligned}
\bar{\delta}_3=D_2\Big[&\bar{\delta}_1\left(\frac{D_1G_1-C_1H_1}{D_1}\right)+\bar{\delta}_2\left(\frac{H_1}{D_1}+\frac{C_2}{D_2}\right)+\alpha_1\left(\frac{D_1I_1-E_1H_1}{D_1}\right)\\
&+\alpha_2\left(\frac{D_1J_1-F_1H_1}{D_1}+\frac{E_2}{D_2}\right)+\alpha_3\left(\frac{F_2}{D_2}\right)\Big]
\end{aligned} \tag{1.1.21}$$

式(1.1.21)不包含速度，只具有位移，可由前两点的反应推算紧随的第三点的反应，故十分便于连锁计算。实际上我们可沿时程将梯形小块的底宽取为等值(图 1.1.2b)，$z_1=z_2=z$，这样一来，式(1.1.21)就将简化甚多(可将 C_1，G_1，…，D_2，H_2，…等函数的不同注标除去)，下面把它写成简洁的一般形式

$$\bar{\delta}_i=\bar{\delta}_{i-2}\Phi+\bar{\delta}_{i-1}\Psi+\alpha_{i-2}L_\delta+\alpha_{i-1}M_\delta+\alpha_iN_\delta \tag{1.1.22}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}
\Phi&=DG-CH\\
\Psi&=H+C
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.23}$$

$$\left.\begin{aligned}
L_\delta&=DI-EH\\
M_\delta&=DJ-FH+E\\
N_\delta&=F
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.24}$$

式(1.1.22)不适用于计算起始二点的位移(δ_0 和 δ_1)，但一般常认为 $\delta_0=v_0=0$，故

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\delta}_0&=0\\
\bar{v}_0&=0
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.25}$$

又根据式(1.1.15)

$$\bar{\delta}_1 = \alpha_0 K_\delta + \alpha_1 N_\delta \tag{1.1.26}$$

式中

$$K_\delta = E \tag{1.1.27}$$

仿此我们可以导出速度的连锁公式。对于各时段不等的情形，相当于式(1.1.21)有

$$\bar{v}_3 = G_2\left[\bar{v}_1\left(\frac{D_1G_1 - C_1H_1}{G_1}\right) + \bar{v}_2\left(\frac{C_1}{G_1} + \frac{H_2}{G_2}\right) + \alpha_1\left(\frac{E_1G_1 - C_1I_1}{G_1}\right)\right.$$
$$\left. + \alpha_2\left(\frac{F_1G_1 - C_1J_1}{G_1} + \frac{I_2}{G_2}\right) + \alpha_3\left(\frac{J_2}{G_2}\right)\right] \tag{1.1.28}$$

对于各时段相等的情形，相当于式(1.1.22)有

$$\bar{v}_i = \bar{v}_{i-2}\Phi + \bar{v}_{i-1}\Psi + \alpha_{i-2}L_v + \alpha_{i-1}M_v + \alpha_i N_v \tag{1.1.29}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} L_v &= EG - CI \\ M_v &= FG - CJ + I \\ N_v &= J \end{aligned}\right\} \tag{1.1.30}$$

Φ，Ψ 仍如式(1.1.23)所表。相当于式(1.1.26)有

$$\bar{v}_1 = \alpha_0 K_v + \alpha_1 N_v \tag{1.1.31}$$

式中

$$K_v = I \tag{1.1.32}$$

参照关系式

$$a = \ddot{\delta} - \alpha = -2\varepsilon\bar{v} - (1+\varepsilon^2)\bar{\delta} \tag{1.1.33}$$

将位移和速度的连锁公式线性组合可得绝对加速度的连锁公式为

$$a_i = a_{i-2}\Phi + a_{i-1}\Psi + \alpha_{i-2}L_a + \alpha_{i-1}M_a + \alpha_i N_a \tag{1.1.34}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} L_a &= -2\varepsilon L_v - (1+\varepsilon^2)L_\delta \\ M_a &= -2\varepsilon M_v - (1+\varepsilon^2)M_\delta \\ N_a &= -2\varepsilon N_v - (1+\varepsilon^2)N_\delta \end{aligned}\right\} \tag{1.1.35}$$

Φ 和 Ψ 仍如式(1.1.23)所示。还有

$$a_0 = -2\varepsilon\bar{v}_0 - (1+\varepsilon^2)\bar{\delta}_0 = 0 \tag{1.1.36}$$

$$a_1 = \alpha_0 K_a + \alpha_1 N_a \tag{1.1.37}$$

式(1.1.37)中

$$K_a = -2\varepsilon K_v - (1+\varepsilon^2)K_\delta \tag{1.1.38}$$

综合以上的结果，可将各种反应(位移、速度和加速度)的连锁计算公式写成如下的统一形式：

$$\left.\begin{aligned} r_0 &= 0 \\ r_1 &= \alpha_0 K_r + \alpha_1 N_r \\ r_i &= r_{i-2}\Phi + r_{i-1}\Psi + \alpha_{i-2}L_r + \alpha_{i-1}M_r + \alpha_i N_r \quad (i = 2,3,\cdots) \end{aligned}\right\} \tag{1.1.39}$$

式(1.1.39)中函数 Φ，Ψ 对于各种反应皆同，K_r，L_r，M_r，N_r 因反应的类别而异。

四、函数表及计算实例

在无阻尼情况下，$\varepsilon=0$，以上所列举的各函数具有十分简单的形式，现将其与连锁公式并写在一起，而不必另制函数表。

相对位移：

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{\delta}_0 = 0\\
&\bar{\delta}_1 = \left(\frac{\sin z}{z} - \cos z\right)\alpha_0 + \left(1 - \frac{\sin z}{z}\right)\alpha_1\\
&\bar{\delta}_i = -\bar{\delta}_{i-2} + 2\cos z \cdot \bar{\delta}_{i-1} + \left(1 - \frac{\sin z}{z}\right)\alpha_{i-2}\\
&\qquad + 2\left(\frac{\sin z}{z} - \cos z\right)\alpha_{i-1} + \left(1 - \frac{\sin z}{z}\right)\alpha_i \quad (i = 2,3,\cdots)
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.40}$$

相对速度：

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{v}_0 = 0\\
&\bar{v}_1 = \left(\sin z + \frac{\cos z}{z} - \frac{1}{z}\right)\alpha_0 + \left(\frac{1}{z} - \frac{\cos z}{z}\right)\alpha_1\\
&\bar{v}_i = -\bar{v}_{i-2} + 2\cos z \cdot \bar{v}_{i-1} + \left(\frac{\cos z}{z} - \frac{1}{z}\right)\alpha_{i-2}\\
&\qquad + \left(\frac{1}{z} - \frac{\cos z}{z}\right)\alpha_i \quad (i = 2,3,\cdots)
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.41}$$

绝对加速度：计算公式同式(1.1.40)，只须将 $\bar{\delta}$ 以 $-a$ 代之即可。

由于地面运动变化很频繁，故 $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ 的选择应以加速度记录的变化频度为依据。Δt 的大小须选择适宜，因为过大则梯形小块所组成的折线图形与实际记录相差太远，过小则使计算量大增。现将对数衰减率 $\lambda = 0.5$ 时各函数值列于表 1.1.1 中，这时 $\varepsilon = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{4\pi}$。表中列举的自振周期是一些比较具有代表性的数值。

下面举一个算例来说明地震反应的具体计算方法。

[例] 设自振周期 $T = 0.25$s，$\lambda = 0.5$，求图 1.1.3 所示地震(加速度记录)作用下的反应。

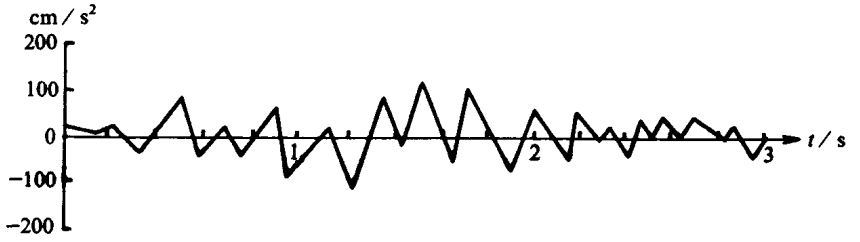


图 1.1.3 加速度记录 $a(t)$

[解] 取 $\Delta t = 0.02$s，查表可得

$$K_\delta = 0.07970, \quad L_\delta = 0.03916,$$
$$M_\delta = 0.15780, \quad N_\delta = 0.04076,$$
$$\Phi = -0.92312, \quad \Psi = 1.68389$$

根据式(1.1.25)及(1.1.26)

$\bar{\delta}_0 = 0$，$\bar{\delta}_1 = 16.5 \times 0.07970 + 14.6 \times 0.04076 = 1.910$cm/s²，$\bar{\delta}_2$，$\bar{\delta}_3$，…等的计算过程如表 1.1.2 所列，表中的 α_i 是根据地震记录量得的。计算结果描绘如图 1.1.4 所示。

表 1.1.1 Φ, Ψ, L, M, N和K函数表($\lambda=0.5$, $\Delta t=0.02$s)

T/s			0.10	0.15	0.20	0.25	0.40	0.50	0.60	0.80	1.00	1.40	2.00
z			$2\pi/5$	$4\pi/15$	$\pi/5$	$4\pi/25$	$\pi/10$	$2\pi/25$	$\pi/15$	$\pi/20$	$\pi/25$	$\pi/35$	$\pi/50$
计算各种反应谱用	Φ	$DG-CH$	−0.81873	−0.87517	−0.90484	−0.92312	−0.95123	−0.96079	−0.96722	−0.97531	−0.98020	−0.98582	−0.99005
	Ψ	$H+C$	0.55922	1.25195	1.53912	1.68389	1.85515	1.89881	1.92396	1.95084	1.96449	1.97777	1.98610
计算位移谱用	L	$DI-EH$	0.20907	0.10216	0.05984	0.03916	0.01577	0.01018	0.00712	0.00403	0.00259	0.00133	0.00064
	M	$DI-FH+E$	0.81083	0.40785	0.24064	0.15780	0.06354	0.04102	0.02863	0.01620	0.01041	0.00532	0.00264
	N	$N_\delta=F$	0.23168	0.10929	0.06293	0.04076	0.01617	0.01039	0.00724	0.00408	0.00262	0.00134	0.00065
	K	$K_\delta=E$	0.41613	0.20741	0.12184	0.07970	0.03197	0.02061	0.01438	0.00813	0.00522	0.00267	0.00132
计算速度谱用	L	$EG-CI$	−0.48047	−0.36121	−0.28431	−0.23329	−0.15068	−0.12171	−0.10205	−0.07708	−0.06192	−0.04442	−0.03119
	M	$FG-CJ+I$	−0.03504	−0.01682	−0.00977	−0.00636	−0.00254	−0.00164	−0.00114	−0.00065	−0.00042	−0.00022	−0.00011
	N	$N_v=J$	0.51551	0.37803	0.29408	0.23964	0.15322	0.12335	0.10319	0.07773	0.06233	0.04464	0.03131
	K	$K_v=I$	0.34504	0.31719	0.26504	0.22322	0.14817	0.12041	0.10129	0.07676	0.06175	0.04436	0.03117
计算加速度谱用	L	见式(1.1.35)	−0.13393	−0.04530	−0.01497	−0.00228	0.00812	0.00912	0.00908	0.00821	0.00725	0.00573	0.00432
	M		−0.81039	−0.40776	−0.24061	−0.15779	−0.06354	−0.04102	−0.02863	−0.01620	−0.01041	−0.00532	−0.00264
	N		−0.31519	−0.17015	−0.11014	−0.07916	−0.04066	−0.03009	−0.02370	−0.01648	−0.01256	−0.00846	−0.00563
	K	见式(1.1.38)	−0.47368	−0.25920	−0.16480	−0.11573	−0.05575	−0.03991	−0.03059	−0.02040	−0.01508	−0.00974	−0.00629

表 1.1.2　δ_i 的求解过程

(1)	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	…
(2)	$a_i/(\mathrm{cm/s^2})$	16.5	14.6	13.0	11.0	9.1	6.9	5.1	5.0	11.2	…
(3)	$0.03916a_{i-2}$	—	—	0.646	0.572	0.509	0.431	0.356	0.270	0.200	…
(4)	$0.15780a_{i-1}$	—	—	2.304	2.051	1.736	1.436	1.089	0.805	0.789	…
(5)	$0.04076a_i$	—	—	0.530	0.448	0.371	0.280	0.208	0.204	0.457	…
(6)	Σ	—	—	3.480	3.071	2.616	2.148	1.653	1.279	1.446	…
(7)	$-0.92312\bar{\delta}_{i-2}$	—	—	0	−1.763	−6.181	−11.616	−16.268	−18.653	−17.919	…
(8)	$1.68389\bar{\delta}_{i-1}$	—	—	3.216	11.275	21.188	29.675	34.026	32.686	25.784	…
(9)	$\Sigma=\bar{\delta}_i/(\mathrm{cm/s^2})$	0	1.910	6.696	12.583	17.623	20.207	19.411	15.312	9.311	…
(10)	δ_i/mm	0	0.030	0.106	0.199	0.279	0.320	0.307	0.242	0.147	…

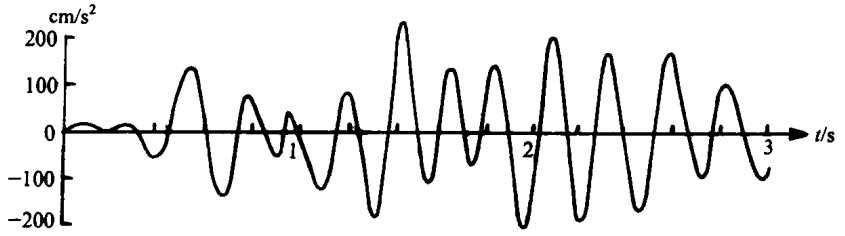


图 1.1.4　相对位移 $\bar{\delta}$

$\bar{v}_i$ 与 a_i 的求解过程与 $\bar{\delta}_i$ 相仿，从略，仅给出结果如图 1.1.5 和 1.1.6 所示。如图可见，$\bar{\delta}$，$\bar{v}$ 和 a 的绝对最大反应值是近似相等的，这与工程地震学中经常引用的关系式

$$\omega'^2\Delta \approx \omega' V \approx A \tag{1.1.42}$$

是相符的。

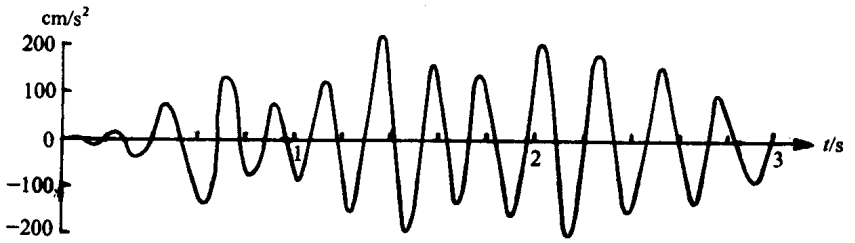


图 1.1.5　相对速度 $\bar{v}$

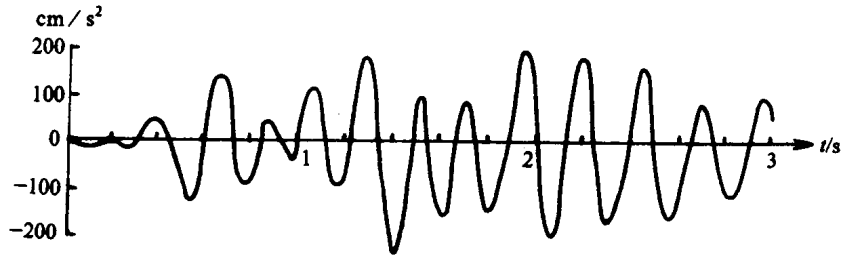


图 1.1.6　绝对加速度 a

五、讨论

(1) 短时动扰力作用下的最大反应通常出现在瞬态过程，阻尼的影响是不显著的。因此，以 $\bar{P}\left(=\frac{P}{m}\right)$，$U$ 和 V 取代前面的 α，δ 和 v，并取 $\varepsilon=0$，便有

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{U}_0 = 0\\
&\bar{U}_1 = \left(\frac{\sin z}{z}-\cos z\right)\bar{P}_0+\left(1-\frac{\sin z}{z}\right)\bar{P}_1\\
&\bar{U}_i = -\bar{U}_{i-2}+2\cos z\cdot\bar{U}_{i-1}+\left(1-\frac{\sin z}{z}\right)\bar{P}_{i-2}\\
&\qquad +2\left(\frac{\sin z}{z}-\cos z\right)\bar{P}_{i-1}+\left(1-\frac{\sin z}{z}\right)\bar{P}_i \quad (i=2,3,\cdots)
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.43}$$

和

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{V}_0 = 0\\
&\bar{V}_1 = \left(\sin z-\frac{1-\cos z}{z}\right)\bar{P}_0+\left(1-\frac{\cos z}{z}\right)\bar{P}_1\\
&\bar{V}_i = -\bar{V}_{i-2}+2\cos z\cdot\bar{V}_{i-1}-\left(\frac{1-\cos z}{z}\right)(\bar{P}_{i-2}-\bar{P}_i) \quad (i=2,3,\cdots)
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.44}$$

此二式与前面的式(1.1.40)和(1.1.41)相仿。

(2) 多跨单层长建筑的计算模型示如第四章图 4.1.1。$k(x)$ 为分布刚度；x 为水平向坐标；u 为屋面振动位移；$u_g(x,t)=u_{g,0}\left(t-\frac{x}{c}\right)$，为水平向地面运动位移；$c$ 为震波传播速度。由第四章第一节中推演出强迫振动方程为

$$\ddot{u}+2\mu\dot{u}+\omega^2 u=\frac{1}{m}\int_{x_1}^{x_2}k(x)\cdot u_{g,0}\left(t-\frac{x}{c}\right)\mathrm{d}x \tag{1.1.45}$$

将此式与式(1.1.7)对比，可见

$$\alpha(t)=\frac{1}{m}\int_{x_1}^{x_2}k(x)\cdot u_{g,0}\left(t-\frac{x}{c}\right)\mathrm{d}x \tag{1.1.46}$$

我们可首先对于 x 完成简单的数值积分运算，得到 $\alpha(t)$，进一步就可利用上述的连锁公式完成地震反应的计算。

第二节　地面摆动与平动作用下结构反应计算公式的对比

一、概述

地震时地面的摇摆运动迄今未获得可用于科学分析的可靠时程记录，根据地面移动时程记录推算摆动时程记录是目前的流行方法。科研人员已提出多种推算地面摆动的方法，这些方法的优缺点及可靠程度还在评价中。

附属结构支承在主体结构之上，地震作用时主体结构上各点的线位移和角位移时程反应可用现有常规方法确定。附属结构的基底即是主体结构上的一个点(单点)或几个点(多点)，主体结构上这些线位移和绕水平轴的角位移的时程反应便是附属结构基底的移动和摆动输入。

根据地面运动输入计算地面结构时程反应，与将附属结构在主体结构上的支承处的时

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com