

最新算術難題百解

柳坦然 編



上海北新書局 出版

最新算術難題集解

編著者 柳坦然 薛黛墨

又名算術一千題解

上海北新書局 出版

最新算術難題集解

¥9,000元

編 著 者 柳 坦 然

出 版 者 北 新 書 局

上海淮海中路425弄6號

發 行 者 通 聯 書 店

上海山東中路 128 號

印 刷 者 大 新 印 刷 廠

1934年1月新四版

5001—10000冊

前 言

常聽見人說，算術比代數難，若追問一句，算術難在什麼地方呢？他會說，碰到算術難題，用代數做，並不困難，若用算術，有時却叫你無從下手，這雖也是實情，但只看到事實的一面。有許多題目，只要掌握了解算術題目的方法，做起來却比用代數做容易得多。因之我們從算術教科書中和其他有關的書籍中，收集了各種類型的題目，想通過系統的排列，使難的題目變成容易的，想使讀者通過系統的閱讀，掌握解算術問題的門徑。

我們抱着這樣的企圖，從這些方面來收集題目——儘量在教育部指定和選定的課本中採用，並以之為中心，收集新舊教科書及其他書籍的題目。

我們抱着這樣的企圖，來組織題目。

在題目的編排上，類似的集中在一起，每一類中，比較容易的擺在前面；雖然它們比較容易，但請勿忽視，因為它們是最基本的，較難的題目，是在它們的基礎上解決的。

題目的解釋，力求詳盡，但那些最基本的解釋，前面解釋過的，後面就從略了，這固然是節省篇幅，更可使每題解釋的特點顯明而特出。

題目的分配上，以整、小、分數四則為最多，因為它們是最基本的運算，其他如百分、比例、利息等，不是它們的演化，就是它們的應用，難題也是整、小、分數四則較多。

整、小、分數四則中，倍數問題佔得較多，編者所以羅列了各種倍數關係的題目，爲了使讀者清晰地了解各種倍數問題的解法，因爲掌握了這些方法，解別種問題時，有很多的幫助的。

年齡問題，是定差問題的另一種形態，有些書中，或以年齡問題包括定差問題，或以定差問題包括年齡問題，或二者各自獨立；我們採用了最後的一種，雖然年齡問題和定差問題關係很密切，但也有它們的特點。

算術問題繁多，決不止一千題，本書當然不能包辦了讀者的算術學習，只提供了解算術問題的方法，幫助讀者的學習，說句術語只給讀者點金術的手指，而不是金子本身，但光是知道溺水該怎麼樣溺水沒有用，要天天跳下水去溺。

我們的企圖全實現了呢？還只是部分地實現了呢？只有讀者知道得最清楚；我們好比裁縫，做的衣服合身不合身，只有穿衣服的人才知道得最透徹。

且付梓匆促，欠妥之處，在所難免，我們熱烈的期望讀者，予以批評指正，以便將來在原有的基礎上提高。

最後希望讀者依次閱讀，最低限度，也得一類一類的看。

編 者

1951, 4, 7.

目 錄

前言	1
一、整小數四則	1
(一)平均問題	1
(二)和差問題	3
(三)倍數問題	8
(甲)定和問題	8
(乙)定差問題	22
(丙)其他	24
(四)年齡問題	25
(五)還原問題	33
(六)連續數問題	37
(七)數字問題	41
(八)行路問題	46
(甲)相遇問題	46
(乙)追及問題	53
(丙)其他	61
(九)流水問題	65
(十)植樹問題	75
(十一)盈虧問題	81
(十二)雞兔問題	85
(十三)歸一問題	93
(十四)物價問題	97
(十五)方陣問題	106
(十六)雜題	111
二、複名數	119
三、整數性質	123
(一)最大公約數	123

(二)最小公倍数	126
(三)其他	131
四、分數四則	137
(一)倍數問題	137
(甲)定和問題	137
(乙)定差問題	155
(丙)其他	158
(二)年齡問題	161
(三)行路問題	169
(四)流水問題	192
(五)雞兔問題	197
(六)工程問題	201
(七)時鐘問題	218
(八)溫度計問題	224
(九)分母分子問題	228
(十)雜題	232
五、比例	264
(一)單比例	264
(二)複比例	297
(三)連鎖比例	318
(四)配分比例	326
(五)混合比例	348
六、百分法	356
七、利息	374
八、開方與求積	385
(一)開方	385
(二)求積	393

最新算術難題集解

一 整小數四則

(一) 平均問題

1. 火車翻過某山，上山速度為每時40里，下山速度每時60里，今上山費3時，下山費2時，求火車每時平均速度。

解 上山每時40里，3時共行 $40 \text{里} \times 3 = 120 \text{里}$

下山每時60里，2時共行 $60 \text{里} \times 2 = 120 \text{里}$

上下山共行 $120 \text{里} + 120 \text{里} = 240 \text{里}$

上下山共費 $3 \text{時} + 2 \text{時} = 5 \text{時}$

上下山火車平均速度 $240 \text{里} \div 5 = 48 \text{里}$

2. 上等酒每兩1000元，中等酒每兩800元，下等酒每兩600元，現在將上酒5兩、中酒4兩、下酒7兩混合，求每兩平均價是多少？

解 上酒5兩共價 $1000 \text{元} \times 5 = 5000 \text{元}$

中酒4兩共價 $800 \text{元} \times 4 = 3200 \text{元}$

下酒7兩共價 $600 \text{元} \times 7 = 4200 \text{元}$

混合平均價 $(5000 \text{元} + 3200 \text{元} + 4200 \text{元})$

$\div (5 + 4 + 7) = 775 \text{元}$

3. 某人乘自由車由甲地到乙地，每時行36里，回來步

行，速度為乘自由車的半，求往返每時平均速度。

解 步行每時速度是乘自由車每時速度的一半，即乘自由車行36里需1時，步行需2時，往返36里共需 $(2+1)$ 時。

往返每時平均速度 $36\text{里} \div (1+2) = 12\text{里}$

4. 上酒8斤和水2斤，每斤售價16000元，若每斤售價18000元，在上酒9斤內應和水幾斤？

解 上酒8斤共售價 $16000\text{元} \times (8+2) = 160000\text{元}$ ，
每斤售價 $160000\text{元} \div 8 = 20000\text{元}$ ，現上酒9斤
應售價 $20000\text{元} \times 9 = 180000\text{元}$ ，而每斤售價
18000元，須售出混合酒 $180000\text{元} \div 18000\text{元} = 10(\text{斤})$ ，所以應混合水 $10\text{斤} - 9\text{斤} = 1\text{斤}$ 。

5. 某生除算術外6種功課的平均分數為77分，加上算術的分數7種功課的平均分數為79分，問算術得幾分？

解 6種功課的平均分數是77分，則6種功課共有
 $77\text{分} \times 6 = 462\text{分}$ ，7種功課共有
 $79\text{分} \times 7 = 553\text{分}$ ，故算術的分數是
 $553\text{分} - 462\text{分} = 91\text{分}$

6. 担架一副，要4人共抬，今有担架2副，派民兵12人送往24里的某村，問每人平均抬幾里？

解 一副担架4人抬，每人走24里，4人走 $24\text{里} \times 4 = 96\text{里}$

二副担架八人抬，要走 $96\text{里} \times 2 = 192\text{里}$ ，現民兵12人每人平均抬 $192\text{里} \div 12 = 16\text{里}$

7. 某校有一小組學生9人，在春假到距18里的郊外遊玩，有腳踏車5輛，使每人乘車的時間相同，問各應乘車和步行幾里？

解 每輛車行18里，5輛行 $18 \times 5 = 90$ 里，現9人分乘之每人應乘 $90 \div 9 = 10$ 里，每人步行 $18 - 10 = 8$ 里

8. 五個旅行的人，僱山轎三頂，共計轎夫七人，倘來回相距70里的甲乙二地間，則每人平均乘轎幾里？又轎夫每人平均抬幾里？

解 來回共計 $70 \times 2 = 140$ 里，同時有3人乘轎，共計 $140 \times 3 = 420$ 里，每人平均乘轎 $420 \div 5 = 84$ 里
同時有6人抬轎 $140 \times 6 = 840$ 里
每人平均抬 $840 \div 7 = 120$ 里

9. 甲乙丙丁四人，輪流挑三石稻，運距76里的地，到運完時，知甲比乙多挑7里，比丙多挑9里，比丁少挑12里，問各挑幾里？

解 3石稻共運 $76 \times 3 = 228$ 里，若乙加7里、丙加9里、丁減12里均與甲相等，即 $228 + 7 + 9 - 12 = 232$ 里相當4甲，所以甲挑的里數是 $232 \div 4 = 58$ 里
乙是 $58 - 7 = 51$ 里
丙是 $58 - 9 = 49$ 里
丁是 $58 + 12 = 70$ 里

(二) 和差問題

10. 洗淨荸薺要比有泥的貴200元一斤，今兩種各買一斤共1800元，求兩種每斤的價錢？

解 各買一斤共1800元(和)，洗淨的貴200元(差)，換句話說，若多花200元可買洗淨荸薺二斤，故其每斤價為： $(1800 + 200) \div 2 = 1000$ 元，若完全買有泥的荸薺，可少花200元，故有泥的

荸薺每斤價 = $(1800 \text{元} - 200 \text{元}) \div 2 = 800 \text{元}$

11. 十二月裏的陰雨天比晴天少 13 天，晴天、陰雨天各是多少天？

解 十二月份共31天，是晴天陰雨天的和，其差是13天。用和差公式得 晴天： $(31 \text{天} + 13 \text{天}) \div 2 = 22 \text{天}$ 陰雨天： $31 \text{天} - 22 \text{天} = 9 \text{天}$

12. 有兩個連續數，和是57，各是多少？

解 連續數其差必為1，用和差公式得：

前數 = $(57 - 1) \div 2 = 28$

後數 = $28 + 1 = 29$

13. 甲乙丙三人分人民幣150,000元，甲乙二人共比丙多分20,000元，甲比乙又多分15,000元，問三人各分得人民幣多少？

解 甲、乙、丙之和150,000元，甲、乙、丙之差20,000元，用和差公式：

甲乙共得 $(150,000 \text{元} + 20,000 \text{元}) \div 2 = 85,000 \text{元}$

丙得 $150,000 \text{元} - 85,000 \text{元} = 65,000 \text{元}$

又甲乙之和為85,000元，其差15,000元，用同法

甲得 $(85,000 \text{元} + 15,000 \text{元}) \div 2 = 50,000 \text{元}$

乙得 $85,000 \text{元} - 50,000 \text{元} = 35,000 \text{元}$

14. 甲乙二人在同地同時出發，甲往東乙往西 5 分鐘後相隔185步，如兩人同時同向出發，8分鐘後甲在乙的前面40步，問甲乙每分鐘各走幾步？

解 185步是甲乙二人在五分鐘內共走的和，那末每分鐘共走的和是 $185 \text{步} \div 5 = 37 \text{步}$ ；40步是甲比乙在8分鐘內多走的步數，則每分鐘甲比乙多走 $40 \text{步} \div 8 = 5 \text{步}$ 用和差公式即得：

甲每分鐘所行： $(37 \text{步} + 5 \text{步}) \div 2 = 21 \text{步}$

(一) 整 小 數 四 則

乙每分鐘所行：21步-5步=16步

16. 兄5年前的年齡等於弟7年後的年齡；兄4年後與弟3年前年齡的和是35歲。求兄弟二人現在的年齡。

解 兄5年前與弟7年後相等，則兄現年比弟7年後多5歲；由是兄現年比弟現年多

$$7歲+5歲=12歲（差）$$

兄4年後與弟3年前共35歲，則兄現年與弟3年前共35歲-4歲=31歲 由是兄現年與弟現年

$$共31歲+3歲=34歲（和）$$

用和差公式得：

$$兄現年(34歲+12歲)÷2=23歲$$

$$弟現年34歲-23歲=11歲$$

18. 有甲乙丙丁四種茶葉，若每種各買4兩，共計36,000元，已知甲比乙每兩貴400元，乙比丙每兩貴100元，丙比丁每兩貴400元，求每種的單價若干？

解(1) 四種茶葉各買一兩需36,000元÷4=9,000元

若將丁種換甲種每兩需加

$$400元+100元+400元=900元$$

若將丙種換甲種每兩需加

$$400元+100元=500元$$

若將乙種換甲種每兩需加 400元

若將乙丙丁三種各一兩換成甲種三兩共需加

$$900元+500元+400元=1,800元，即$$

甲種四兩之價為 9000元+1800元=10,800元

$$甲種每兩價 10,800元÷4=2700元$$

$$乙種每兩價 2700元-400元=2300元$$

$$丙種每兩價 2300元-100元=2200元$$

$$丁種每兩價 2200元-400元=1800元$$

解(2) 四種茶葉各買一兩需 $36000\text{元}+4=9000\text{元}$ ，

若將丁種1兩換成丙種1兩則需加400元，即買

甲種1兩乙種1兩丙種2兩時需

$$9000\text{元}+400\text{元}=9400\text{元}$$

若又將丙種2兩換成乙種2兩需加

$$100\text{元}\times 2=200\text{元}$$

即買甲種1兩乙種3兩需

$$9400\text{元}+200\text{元}=9600\text{元}$$

若再將乙種3兩換成甲種3兩則需加

$$400\text{元}\times 3=1200\text{元}$$

即買甲種4兩需 $9600\text{元}+1200\text{元}=10,800\text{元}$

$$\text{甲種每兩價 } 10800\text{元}+4=2700\text{元}$$

求乙、丙、丁三種價同解1。

註：若以乙、丙、丁三種任一種為主，上二解法皆可適用。

解(3) 甲種乙種與丙種丁種，各一兩之價之和

$$36000\text{元}+4=9000\text{元}$$

甲種比丙種每兩貴 $400\text{元}+100\text{元}=500\text{元}$

乙種比丁種每兩貴 $400\text{元}+100\text{元}=500\text{元}$

甲種、乙種各一兩之價比丙種、丁種各一兩之價貴 $500\text{元}+500\text{元}=1000\text{元}$ (差)

依和差公式得

甲種一兩之價與乙種一兩之價之和為

$$(9000\text{元}+1000\text{元})+2=5000\text{元}$$

其差=400元 故甲種每兩價為

$$(5000\text{元}+400\text{元})+2=2700\text{元}$$

求乙丙丁三種價同解1。或和差法解之

註：以甲丙、乙丁；甲丁、乙丙組分解之亦可。

17. 甲乙二人所有金的和為74萬元，若甲分30萬元與乙則二人所有的錢相等，問甲乙二人各有錢多少？

解 依題意，甲必比乙多 $30\text{萬元} \times 2 = 60\text{萬元}$ ，然後分30萬元與乙，兩人所有的錢數才相等，故其差 $=60\text{萬元}$ ，其和 $=74\text{萬元}$ ，用和差公式得
甲所有金 $=(74\text{萬元}+60\text{萬元}) \div 2 = 67\text{萬元}$
乙所有金 $=67\text{萬元} - 60\text{萬元} = 7\text{萬元}$

18. 甲乙二數的和與差相乘，積數為76，已知甲乙二數的差為2，問二數各是多少？

解 依題意 和 $\times$ 差 $=76$ ，已知差為2
即 和 $\times 2 = 76$

故和 $=76 \div 2 = 38$ 用和差公式得

甲數 $=(38+2) \div 2 = 40 \div 2 = 20$

乙數 $=(38-2) \div 2 = 36 \div 2 = 18$

19. 甲乙有人民幣35萬元，乙丙有人民幣45萬元，甲丙有人民幣40萬元，問甲、乙、丙各有人民幣多少？

解 乙丙有45萬元，甲丙有40萬元，則乙比甲多 $45\text{萬元} - 40\text{萬元} = 5\text{萬元}$ ，甲乙共有35萬元，用和差公式得

乙有 $(35\text{萬元} + 5\text{萬元}) \div 2 = 20\text{萬元}$

甲有 $20\text{萬元} - 5\text{萬元} = 15\text{萬元}$

丙有 $45\text{萬元} - 20\text{萬元} = 25\text{萬元}$

註：參看45、46二題。

20. 父親與次子年齡之和為58歲，父親比長子大23歲，長子比次子大5歲，問三人的年齡各幾歲？

解 父親比長子大23歲，長子比次子又大5歲，由是父親比次子共大 $(23\text{歲} + 5\text{歲}) = 28\text{歲}$
其和為58歲

故 父年 = (58歲 + 28歲) + 2 = 43歲

次子年 = (58歲 - 28歲) + 2 = 15歲

長子年 = 15歲 + 5歲 = 20歲

(三) 倍數問題

(甲) 定和問題

21. 晝之長為夜的1.3倍時，問晝夜的長各幾時幾分？

解 晝夜的長恆共為24時，若設夜長為1，則晝為1.3，晝夜共為 $1+1.3=2.3$ ，和24相當，所以

夜長是 $24時 \div 2.3 = 10時26\frac{2}{23}分$

晝長是 $24時 - 10時26\frac{2}{23}分 = 13時33\frac{21}{23}分$

22. 甲乙二數其和是43，而甲數的2倍與乙數的5倍的和是140，求二數。

解 甲數的2倍與乙數的2倍之和是 $43 \times 2 = 86$ ，而甲數的2倍與乙數的5倍之和是140，乙數的3倍是 $140 - 86 = 54$ 乙數為 $54 \div 3 = 18$

甲數為 $43 - 18 = 25$

23. 甲乙二數其和是43，而甲數的2倍較乙數5倍少40，求二數。

解 甲數的5倍與乙數的5倍之和是 $43 \times 5 = 215$ ，而甲數的2倍較乙數的5倍少40，即乙數的5倍減40相等於甲數的2倍， $215 - 40 = 175$ 和甲數 $5+2=7$ 倍相當，所以甲乙兩數是

甲數是 $175 \div 7 = 25$

乙數是 $43 - 25 = 18$

24. 繩長43尺，分為甲乙二段，若甲段加12尺，比乙段

的2倍多1尺，求甲乙二段的長。

解 若甲段不加 12 尺，比乙段的2倍少12尺-1尺
=11尺，乙段的2+1=3倍相當於 43尺+11尺
=54尺，所以乙段長是54尺÷3=18尺

甲段長是43尺-18尺=25尺

25. 某人原有五百元和一千元人民幣共80張，後添五百元的8張，一千元的20張，則五百元的張數比一千元的2倍多18張，問原有五百元和一千元各幾張？

解 增添以後，五百元和一千元共有80張+8張+
20張=108張，即此時五百元的張數，是一千
元的2倍多18張，若 108張-18張=90張，
則五百元的張數是一千元的2倍，一千元有
90張÷3=30張，一千元原有30張-20張
=10張，五百元原有80張-10張=70張

26. 大小二數其和為28，其相乘積等於小數的平方的三
倍，求大小二數。

解 小數平方的3倍，就是小數乘3倍的小數，而和
大小二數的乘積相等，則大數等於3倍小數，
小數為 $28 \div (3+1)=7$ ，大數為 $28-7=21$

27. 大小二數的和是169，知大數被4除和小數以3乘之相
等，求大小二數。

解 大數被4除和小數以3乘之相等，即大數是小數
的 $4 \times 3=12$ 倍，所以169是小數的 $12+1=13$ 倍
小數是 $169 \div 13=13$ ，大數是 $169-13=156$

28. 大小二數的和是93，大數以7除之和小數以10除之的
3倍相等，求大小二數。

解 大數被7除和小數被10除的3倍相等，即大數被
21除和小數被10除相等，所以93是小數被10除

所得的商之 $21+10=31$ 倍，小數被10除所得商是 $93\div 31=3$ 小數是 $10\times 3=30$

大數是 $93-30=63$

29. 二數和為800，以小數除大數得4餘50，求二數。

解 小數除以大數得4餘50，就是大數是小數的4倍多50，若大數減50後和小數的4倍相等，而二數的和是 $800-50=750$ ，與小數的 $4+1=5$ 倍相當，

小數是 $750\div 5=150$

大數是 $800-150=650$

30. 二數的和是34，大數被4除與小數加1相等，求大小二數。

解 小數加1後則二數的和是 $34+1=35$ ，此時大數被4除與小數相等，也就是大數是小數的4倍，小數加1後的二數和35是小數的 $4+1=5$ 倍，小數加1後是 $35\div 5=7$ ，小數是 $7-1=6$

大數是 $34-6=28$

31. 二數的和是 34，大數被7除與小數減2相等，求二數。

解 大數被7除與小數減2相等，也就是大數加 $7\times 2=14$ 後被7除與小數相等，即大數加14後與小數的7倍相等，大數加14後，二數和是 $34+14=48$ ，此時大數和小數的7倍相等，48是小數的 $7+1=8$ 倍，小數是 $48\div 8=6$

大數是 $34-6=28$

32. 父子年齡的和是64歲，子年的3倍比父年多8歲，求父子二人年齡各是幾歲？

解 依題意知若父年增加8歲，則和子年的3倍相等，而父子二人年齡和應為 $64歲+8歲=72$ 歲，故