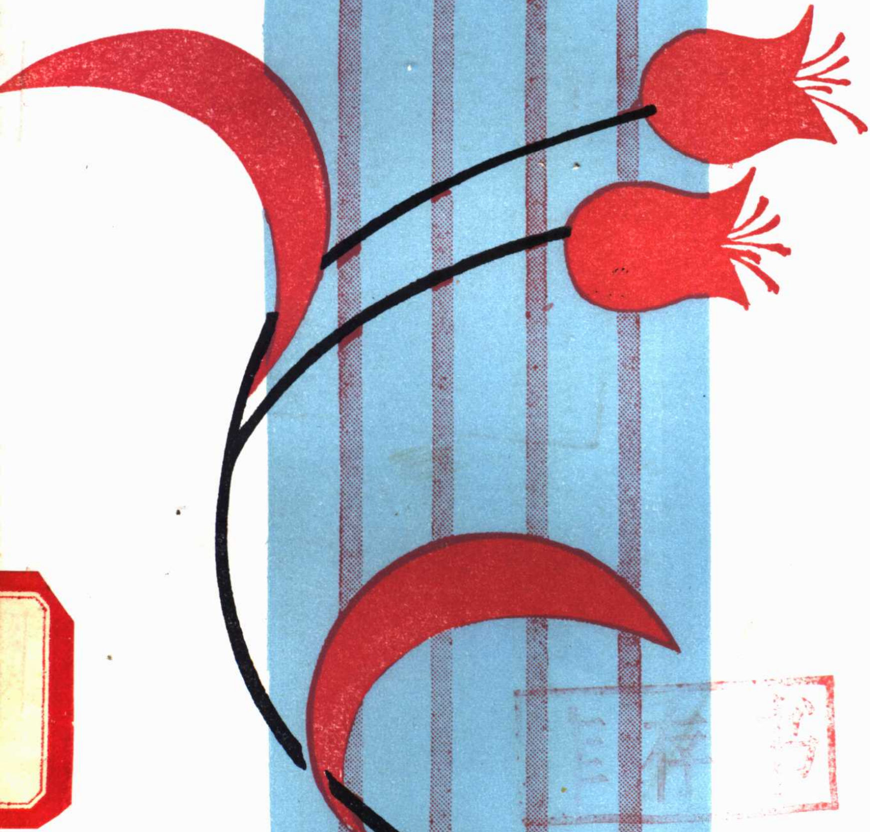
小学数学教学问答



陈起新编

化学工业出版社

小学数学教学问答

陈起新 编

化 学 工 业 出 版 社

这本书围绕着小学数学教学经常遇到的问题，一共综合整理了八十多个问题，并作了解答。内容包括一些基础知识，易混淆的概念，解决教学中难点的一些方法等。可供小学数学教师备课时参考，也可供小学高年级学生自学之用，亦可供家长辅导学生时参考。

本书选编的内容浅显易懂，简明扼要，对教学现行教材有指导作用。

本书由北京教育学院陈起新编写，完稿后请北京市东城区分司厅小学王荣兰校阅过。

小学数学教学问答

陈起新 编

*

化学工业出版社出版

（北京和平里七区十六号楼）

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

*

开本787×1092 1/32 印张3 1/4 字数68千字 印数1—128,000

1982年 月北京第1版1982年7月北京第1次印刷

统一书号7063·3446定价0.25元

目　录

一、是谁最先使用“+、-”号的？

符号“+”是由拉丁文“et”演变而来的，（其意思是增加）十四世纪至十六世纪，数学家塔塔里亚（意大利人）用意大利文“più”（相加的意思）的第一个字母表示“加”，并写成“Φ”。另外，数学家基奥芬特（古希腊人）曾使用符号“⋔”表示“减号”。符号“-”先由拉丁文“minus”缩写成“m̄”，后又略去字母m演变而来，原意是减去的意思。

“+、-”号第一次在数学中出现，是公元1498年，德国数学家魏德曼在他所著的数学书中首先用了这个符号。但是正式为大家所公认，作为加减法运算符号，那是从一五一四年荷兰数学家荷伊克开始的。

二、“×、÷”符号是怎么来的？

英国著名数学家奥屈特于一六三一年曾提出用“×”表示相乘。但是数学家莱布尼茨认为“×”与拉丁字母“x”很相似，所以曾反对使用。他赞成用“·”表示相乘。“·”这个符号是数学家赫锐奥特首创的。后来“×”与“·”这两个符号实际上都在使用，一直沿袭到今天。

符号“÷”曾在欧洲大陆流行很长时期，但一直作为减法

的符号。至于作为除号,开始是奥屈特于一六三一年提出的。他用“:”表示除或比，也有人用“除线”表示除的，如$\frac{a}{b}$。后来，有人把这两个符号合二为一，就得到“÷”。但正式把“÷”作为除法运算的符号，那是在瑞士数学家拉哈所著的代数学里出现的。十八世纪，法国人格里曼使用反写的拉丁字母D，即符号“ᗡ”表示除号，但未被通用。

三、等号是谁发明的?

现在通用的符号“=”最初是公元一五四零年由英国人锐考尔德(1510～1558年)开始使用的。他是英国牛津大学数学、修辞学教授。十六世纪法国数学家维叶特也使用过“=”,但在他的著作中，这个符号并不表示“相等”,而表示两个量的差别。到公元一五九一年，法国数学家韦达在著作中大量使用这个符号后，才逐渐为人们所接受。但真正为大家所公认，并普遍加以使用，那是第十七世纪以来的事了。这和德国数学家莱布尼茨的影响是分不开的。因为他广泛地使用了这个符号。几何中的相似符号“∽”和全等符号“≌”的使用，也应归功于莱布尼茨。

大于号“>”及小于号“<”,是公元一六三一年英国著名的代数学家赫锐奥特(1560～1621)创用的。至于“≮”、“≯”、“≠”这三个符号的出现，那是近代的事了。

四、什么是自然数列?它有什么性质?

在数物品的时候，我们数出来的一、二、三、四、五……这

样的一些数，就叫做自然数。

把这些自然数，按照它们的顺序一直排下去，排成一个数字的行列：

一、二、三、四、……十、十一、……这个行列就叫做自然数列。

自然数列有以下几个重要性质：

（1）在自然数列里，“一”是头一个数，它不跟随任何一个数。

（2）自然数列是有序的。自然数列里的自然数都是按一定顺序排列着的。在“一”后面的一个自然数是“二”，在“二”后面的一个自然数是“三”……一个跟着一个。从前面往后数，一个比一个“多一”，从后面往前说，一个比一个“少一”。就是说，每个自然数后面都有一个而且只有一个后继数。

（3）自然数列里不存在最后的数，即自然数列里的元素个数是无限的。

五、扩大的自然数列有哪些特性？

如果我们把零写在自然数列的前面，我们就得到了扩大的自然数列：

0、1、2、3、4、5，……

可以看出，在扩大的自然数列里，只有零不是自然数，而其它的数都是自然数。

扩大的自然数列有如下特性：

（1）每一个数的后面，都有一个而且只有一个数紧跟着它；

（2）有一个数“零”，它不紧跟着任何数；

（3）除了数“零”以外，每一个数都必定紧跟着某一个数，并且只紧跟着一个数。

扩大自然数列里的任何一个数都叫做整数。因此，任何一个自然数或零都是整数。

六、“1”有哪些特性？

（1）1是自然数单位。

1是自然数中最小的一个，其它的自然数都是在1的基础上建立起来的，可以看成是若干个1的结合。

（2）1既不是合数，也不是质数。

除1和本身以外，还有别的约数的自然数叫合数。如，

$$\left.\begin{array}{l}4\text{的约数有：}1、2、4\\10\text{的约数有}1、2、5、10、\end{array}\right\}\text{有三个以上的约数。}$$

除了1和本身以外，没有别的约数的自然数叫质数。如，

$$\left.\begin{array}{l}2\text{的约数有：}1、2\\13\text{的约数有：}1、13\end{array}\right\}\text{只有两个约数。}$$

1只有一个约数，而且这个约数就是它本身。因此，1既不是合数，也不是质数。

自然数按含有约数个数的多少可分成合数、质数、1三类。

规定1既不是合数也不是质数，可以保证除1以外的自然数有唯一的质因数分解的结果。如，$12=2\times2\times3$只有这唯一的一种质因数分解，再没有别的结果了。如果规定1也是质数，则$12=1\times2\times2\times3$　$12=1\times1\times2\times2\times3$……形式

就无穷多了，这就保证不了质因数分解的唯一性。

（3） 1 是任何数的因数。

如， $38\times35+38\times64+38$

$=38\times(35+64+1)$

$=38\times100$

$=3800$

但有的学生错误地写成：

$38\times35+38\times64+38=38\times(35+64+0)$

或写成$38\times35+38\times64+38=38\times(35+64)$

所以出现上述错误，原因是忘记了1是38的因数，而误认为38提出去，括号里第三个加数就没了，所以写 0 或干脆就不写 0 。

（4） 1 在运算中的作用。

如在乘法中，1 和一个数相乘，仍得这个数。例如：$1\times6=6$　$3.8\times1=3.8$

在除法中，一个数除以1，仍得这个数。例如：$1.05\div1=1.05$　　$1\div1=1$。两个不等于零的相同数相除，商是1，如$5\div5=1$，$0.7\div0.7=1$

（5） 1 还可以表示一个整体。

如，一块土地、一堆砂子、一筐蔬菜、一个学校的人数……都可以看成整体“1”。

七、数和数字有什么区别？

表示“多少”或“哪一个”的叫做数。数是表示事物的量的基本数学概念，如有理数、无理数等。

“数”产生发展于人类生产、生活的实际需要。在人类

历史发展的最初阶段，由于计量和测量的需要，逐渐形成了正整数。随着生产的发展，只靠正整数表示测量的结果，已渐渐感到不够，因而引入了正分数，以后又逐渐出现了负数、无理数与复数。

用来写数的符号叫做数字。常见的数字有中国数字（大写：零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖 拾、佰、仟、万。小写：0、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万。和旧时商业上用的数字）、阿拉伯数字（现在世界各国通用的数字1、2、3、4、5、6、7 、8 、9、0，都称为阿拉伯数字）和罗马数字〔罗马数字共有七个：I（表示1），V（表示5），X（表示10），L（表示50），C（表示100），D（表示500），M（表示1000）〕。这些数字在位置上不论怎样变化，所代表的数目是不变的。

数和数字是两个含义不同的概念，因此在叙述法则时，应语言准确，不能混淆。如，能被3整除的数的特征是：各数位上数字的和是3的倍数，这个数就能被3整除。而不能说成各数位上数的和是3的倍数，这个数就能被3整除。

八、小学数学教材关于“整除”是怎样定义的？这样定义有什么好处？

关于“整除”的概念，一般有两种定义的方法：

（1）一个整数a，除以一个自然数b，如果能得到一个整数商q，而没有余数，那么就叫做a能被b整除。

（2）a，b两数都是自然数，用数a除以数b，除得的商正好是整数而没有余数，我们就说a能被b整除。

小学数学教材，一般按第二种方法定义。这样定义便于学生学习。

把a，b两数都限制在自然数的范围内，而不说是整数，这个定义是有意识地排除了“0”，因为“0”被任何一个数除都得0（只要除数不是0），商是整数，所以0能被任何自然数整除，0是任何自然数的倍数，任何自然数都是0的约数。如果不排除0，那么，以后讲到最小公倍数的时候，必然出现“任何几个自然数的最小公倍数都是“0”的问题”，因而还要在那里去排除“0”，这样就要增加学生的学习负担，学生也不易理解。因此，课本一开始就把整除的问题限制在自然数里。

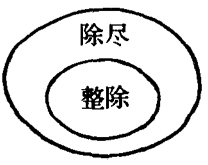
九、整除与除尽有什么不同？

两个自然数相除，如果除得的商正好是整数而没有余数，我们就说第一个数能被第二个数整除。从定义可以看出整除的条件：（1）被除数和除数必须都是自然数；（2）商必须是整数而没有余数。

除尽的意义是一个数除以另一个数，商没有余数。对相除的两个数没有什么限制，被除数和除数可以都是整数，也可以都是小数，或其中的一个数是小数，商可以是有限小数或整数。如：$72 \div 8 = 9$　$7.2 \div 0.8 = 9$

$72 \div 0.8 = 90$　$72 \div 80 = 0.9$

都可以称为除尽，只有第一个算式属于整除的范畴。也就是除尽不一定是整除。除尽包括了整除，而整除只是除尽的一种特殊情况。用集合的观点来阐述，即整除是除尽的真子集，用图表示是：



十、为什么求公约数要求最大的？而求公倍数却又要求最小的呢？

要想把一个分数化成最简分数，用最小公约数去约分是解决不了问题的，因为两个或两个以上的数，它们的最小公约数都是1，用1去除分数的分子、分母，还得原来的分数，并没有把原来的分数约分，这是我们不研究最小公约数的根本原因。只有用最大公约数去约，才能约成最简分数，而且约分的过程也比较简单。

那么，为什么不能求两个数的最大公倍数呢？因为任意两个正整数有无限多个公倍数，没有办法找到哪一个是最大的，比如2与3的公倍数，凡是6的倍数，即6×1、6×2、$6\times n$（$n=1;n=2$……）都是它们的公倍数。随着自然数n的无限增大，公倍数也随着无限增大，无法找到一个具体的最大公倍数，所以要求几个数的最小公倍数。

另外，计算异分母分数加减法时，如果不用最小公倍数做它们的公分母，计算起来也比较麻烦。

十一、数的整除的几个基本定理是什么？

（1）如果两个数都能被同一个数整除，那么它们的和（或差）也能被这个数整除。

也就是说，如果$a_1\mid d$，（读作a_1被d整除，或读作d整除a_1）

$a_2 | d$，那么 $(a_1+a_2) | d$，$(a_1-a_2) | d$

证明：如果$a_1 | d, a_2 | d$，根据除法的定义，必有整数商q_1，q_2存在。

使得 $$a_1 = q_1 d$$
$$a_2 = q_2 d$$

所以 $$a_1+a_2 = q_1 d + q_2 d$$
$$= (q_1+q_2)d\text{（乘法分配律）}$$

因为(q_1+q_2)是一个整数，所以(a_1+a_2)能被d整除。

即 $(a_1+a_2) | d$

同理可证 $(a_1-a_2) | d$

例如 $28+21=49$

28能被7整除，21能被7整除，它们的和49，也能被7整除。

即：$28 | 7$，$21 | 7$，则$49 | 7$。

又如，$28-21=7$ 显然，$7 | 7$

这个定理也可以这样说，如果两个数都是同一个数的倍数，那么它们的和（或差）也是这个数的倍数。

注：这定理的逆命题不成立，即两数的和（或差）能被一个自然数整除，这两个数不一定能被这个自然数整除。

如，$(32+16) | 6$，但32不$| 6$，16不$| 6$

推论1：如果几个数都能被某一个数整除，那么它们的和也能被这个数整除（差也有这个性质）。

推论:2，几个加数中，如果有一个不能被某一个数整除，其余都能被这个数整除，那么它们的和就不能被这个数整除。

（2）如果甲数能被乙数整除，那么甲数的倍数也能被乙数整除。

推论，几个数相乘，如果其中的一个因数能被某一个数整除，那么它们的积也能被这个数整除。

十二、能被 2 或者 5 整除的数的特征是什么?

能被 2 或者 5 整除的数的特征是这个数的末一位数字能被 2 或者 5 整除。

例 $5048 = 5040 + 8$

$= 504 \times 10 + 8$

$\because$ $10 \mid 2$， $\therefore$ $504 \times 10 \mid 2$

又$\because$ $8 \mid 2$， $\therefore$ $(504 \times 10 + 8) \mid 2$

即： $5048 \mid 2$

例： $3845 = 3840 + 5$

$= 384 \times 10 + 5$

$\because$ $10 \mid 5$ $\therefore$ $384 \times 10 \mid 5$

又$\because$ $5 \mid 5$ $\therefore$ $(384 \times 10 + 5) \mid 5$

即： $3845 \mid 5$

十三、能被 4 或者25整除的数的特征是什么?

因为任何一个多位数都是100的倍数与末两位数字所表示的数的和，而100能被 4 、25整除，则100的倍数也能被 4 、25整除。所以判断二个数能不能被 4 或者25整除，只要看它的末