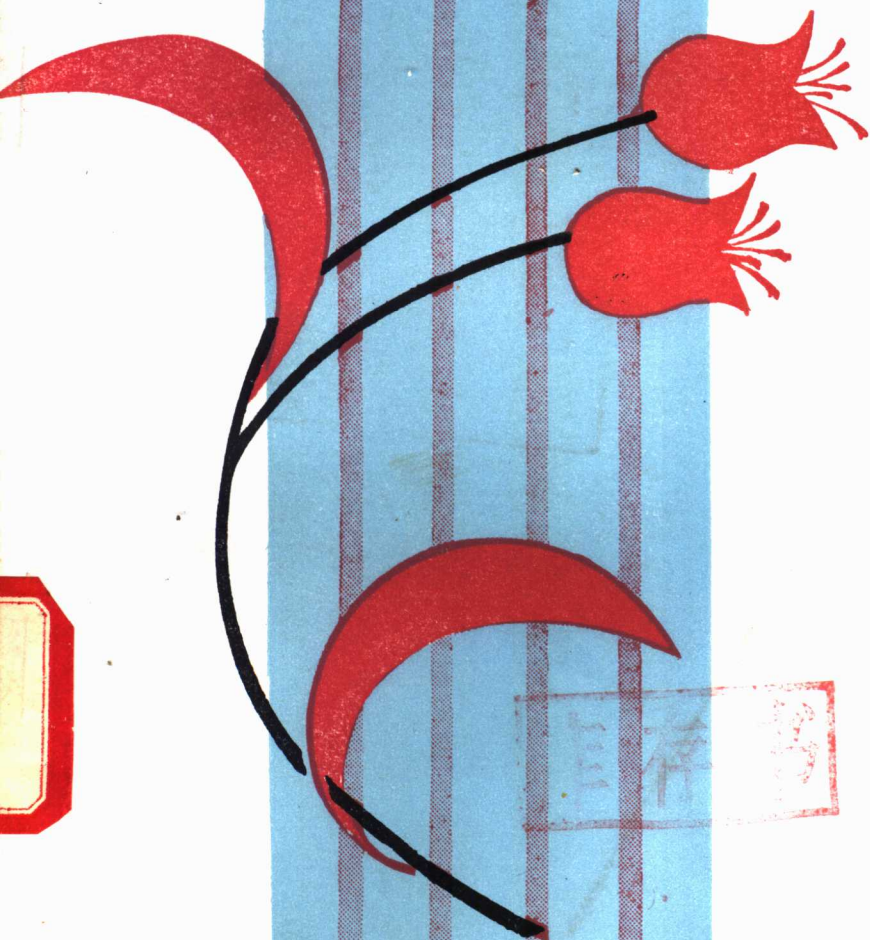


7354/67

小学数学教学问答



陈起新编

化学工业出版社

小学数学教学问答

陈起新 编

化学工业出版社

这本书围绕着小学数学教学经常遇到的问题，一共综合整理了八十多个问题，并作了解答。内容包括一些基础知识，易混淆的概念，解决教学中难点的一些方法等。可供小学数学教师备课时参考，也可供小学高年级学生自学之用，亦可供家长辅导学生时参考。

本书选编的内容浅显易懂，简明扼要，对教学现行教材有指导作用。

本书由北京教育学院陈起新编写，完稿后请北京市东城区分司小学王荣兰校阅过。

小学数学教学问答

陈起新 编

*

化学工业出版社出版

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

*

开本 787×1092 1/32 印张314 字数68千字 印数1—128,000

1982年 月北京第1版1982年7月北京第1次印刷

统一书号7063·3446 定价0.25元

目 录

一、是谁最先使用“+、-”号的？	1
二、“ $\times$ 、 $\div$ ”符号是怎么来的？	1
三、等号是谁发明的？	2
四、什么是自然数列？它有什么性质？	2
五、扩大的自然数列有哪些特性？	3
六、“1”有哪些特性？	4
七、数和数字有什么区别？	5
八、小学数学教材关于“整除”是怎样定义的？	
这样定义有什么好处？	6
九、整除与除尽有什么不同？	7
十、为什么求公约数要求最大的？而求公倍数	
却又要最小的呢？	8
十一、数的整除的几个基本定理是什么？	8
十二、能被2或者5整除的数的特征是什么？	10
十三、能被4或者25整除的数的特征是什么？	10
十四、能被8或者125整除的数的特征是什么？	11
十五、什么样的数能被3或者9整除？	11
十六、什么样的数能被11整除？	13
十七、什么样的数能被7、11、13整除？	14
十八、为什么几个数的最大公约数反而比最小公	
倍数小？	15
十九、怎样用辗转相除法求两个数的最大公约数？	15
二十、用辗转相除法求两个数的最大公约数的道	
理是什么？	16
二十一、求几个数的最小公倍数的分解质因数法	
和它的简便算法之间有什么关系？	17
二十二、在求三个数的最小公倍数的短除式里	
为什么其中有两个数能被某一个质数整	

除,就必须用这个质数去除?	19
二十三、用短除法求几个数的最小公倍数能不能 用合数做除数?	20
二十四、“0”的意义是不是就表示没有?	22
二十五、“0”是偶数吗?	23
二十六、“0”为什么不能做除数?	24
二十七、最小的一位数是“1”还是“0”?	24
二十八、常用的加法和减法速算有哪些?	25
二十九、常用的乘法和除法的速算方法有哪些?	27
三十、两个因数相乘,积的位数有几位?	33
三十一、如何指导试商?	34
三十二、怎样用“弃九法”验算?	35
三十三、为什么要先乘除后加减?	38
三十四、什么叫脱式计算?	39
三十五、解叙述式题是不是必须列综合算式?	39
三十六、什么是逻辑思维?什么是空间观念?	40
三十七、教材中渗透了哪些现代数学思想?	41
三十八、一个数的万级(或亿级)末尾有0应该怎样读?	43
三十九、九九乘法口诀是怎样产生的?	43
四十、什么叫做名数?	44
四十一、怎样理解“扩大”与“增加”等术语?	44
四十二、为什么要重视口算教学?	46
四十三、怎样培养学生的计算能力?	46
四十四、什么叫应用题?	48
四十五、解答应用题的步骤是什么?	48
四十六、怎样分析复合应用题?	49
四十七、用算术方法解应用题和列方程解应用题 有什么不同?	51
四十八、列方程解应用题求出 x 时,为什么不在 它的后面注上单位名称?	52
四十九、什么是公元?什么是世纪?什么是年代?	53
五十、阳历二月为什么只有二十八天?	54
五十一、怎样计算闰年?	53

五十二、怎样理解量和数量这两个概念？	55
五十三、“时”和“小时”一样吗？	55
五十四、求圆面积有哪些简便算法？	56
五十五、怎样提高学生求圆周长或圆面积的效率？	57
五十六、纯小数小数点前边的“0”和小数末尾的“0” 有实际意义吗？	58
五十七、式子和算式是否一样？	59
五十八、计算小数加减法时，为什么要小数点对齐？	59
五十九、一个数乘以纯小数（或真分数），为什么 积小于被乘数？	60
六十、一个数除以小数，为什么要先把除数变 成整数再除？	60
六十一、求近似数的方法有哪些？	61
六十二、把平方米折合成亩，有什么简便算法吗？	62
六十三、什么叫准确数、近似数？	63
六十四、36.4和36.40一样吗？	63
六十五、循环节究竟是哪个？	64
六十六、怎样将循环小数化成分数？	65
六十七、怎样证明化混循环小数为分数的方法？	67
六十八、为什么 $0.\dot{9}=1$ ？	68
六十九、比较两个分数的大小，有简便方法吗？	70
七十、同分母分数加减法的法则如何证明？	72
七十一、计算异分母分数加减法为什么要先通分？	73
七十二、怎样用简便方法计算一些两个分子相同 的分数减法？	74
七十三、分子是1的异分母分数加减法怎样简算？	74
七十四、怎样讲解分数乘以分数的法则？	76
七十五、什么是倒数？	79
七十六、分数除法为什么要颠倒除数分子、分 母位置和被除数相乘？	80
七十七、如何讲解分数除法“颠倒相乘”法则？	81
七十八、除数为真分数，计算结果为什么商比 被除数大？	85

七十九、怎样化简繁分数？	86
八十、教学分数、百分数互化时要注意什么？	87
八十一、怎样教“求一个数是另一个数的百分之几的应用题”？	88
八十二、甲数比乙数多25%，等于乙数比甲数少25%吗？	90
八十三、15%与0.15的意义一样吗？	90
八十四、什么叫复种指数？	91
八十五、除法、分数和比是一回事吗？	91
八十六、学习比例解法有哪些优点？	92
八十七、在比例里，为什么两个外项之积与两个内项之积相等？	93
八十八、判断两个比能否组成比例，有什么方法？	94
八十九、赛球时说的“4:0”和比是一回事吗？	95

一、是谁最先使用

“+、-”号的？

符号“+”是由拉丁文“et”演变而来的，（其意思是增加）十四世纪至十六世纪，数学家塔塔里亚（意大利人）用意大利文“più”（相加的意思）的第一个字母表示“加”，并写成“ Φ ”。另外，数学家基奥芬特（古希腊人）曾使用符号“ Φ ”表示“减号”。符号“-”先由拉丁文“minus”缩写成“ $\overline{m}$ ”，后又略去字母m演变而来，原意是减去的意思。

“+、-”号第一次在数学中出现，是公元1498年，德国数学家魏德曼在他所著的数学书中首先用了这个符号。但是正式为大家所公认，作为加减法运算符号，那是从一五一四年荷兰数学家荷伊克开始的。

二、“ $\times$ 、 $\div$ ”符号

是怎么来的？

英国著名数学家奥屈特于一六三一年曾提出用“ $\times$ ”表示相乘。但是数学家莱布尼茨认为“ $\times$ ”与拉丁字母“x”很相似，所以曾反对使用。他赞成用“ $\cdot$ ”表示相乘。“ $\cdot$ ”这个符号是数学家赫锐奥特首创的。后来“ $\times$ ”与“ $\cdot$ ”这两个符号实际上都在使用，一直沿袭到今天。

符号“ $\div$ ”曾在欧洲大陆流行很长时期，但一直作为减法

的符号。至于作为除号,开始是奥屈特于一六三一年提出的。

他用“:”表示除或比,也有人用“除线”表示除的,如 $\frac{a}{b}$ 。

后来,有人把这两个符号合二为一,就得到“÷”。但正式把“÷”作为除法运算的符号,那是在瑞士数学家拉哈所著的代数学里出现的。十八世纪,法国人格里曼使用反写的拉丁字母D,即符号“D”表示除号,但未被通用。

三、等号是谁发明的?

现在通用的符号“=”最初是公元一五四零年由英国人锐考尔德(1510~1558年)开始使用的。他是英国牛津大学数学、修辞学教授。十六世纪法国数学家维叶特也使用过“=”,但在他的著作中,这个符号并不表示“相等”,而表示两个量的差别。到公元一五九一年,法国数学家韦达在著作中大量使用这个符号后,才逐渐为人们所接受。但真正为大家所公认,并普遍加以使用,那是第十七世纪以来的事了。这和德国数学家莱布尼茨的影响是分不开的。因为他广泛地使用了这个符号。几何中的相似符号“ $\sim$ ”和全等符号“ $\cong$ ”的使用,也应归功于莱布尼茨。

大于号“ $>$ ”及小于号“ $<$ ”,是公元一六三一年英国著名的代数学家赫锐奥特(1560~1621)创用的。至于“ $\leq$ ”、“ $\geq$ ”、“ $\neq$ ”这三个符号的出现,那是近代的事了。

四、什么是自然数列?它有什么性质?

在数物品的时候,我们数出来的一、二、三、四、五……这

样的一些数，就叫做自然数。

把这些自然数，按照它们的顺序一直排下去，排成一个数字的行列：

一、二、三、四、……十、十一、……这个行列就叫做自然数列。

自然数列有以下几个重要性质：

(1) 在自然数列里，“一”是头一个数，它不跟随任何一个数。

(2) 自然数列是有序的。自然数列里的自然数都是按一定顺序排列着的。在“一”后面的一个自然数是“二”，在“二”后面的一个自然数是“三”……一个跟着一个。从前面往后数，一个比一个“多一”，从后面往前说，一个比一个“少一”。就是说，每个自然数后面都有一个而且只有一个后继数。

(3) 自然数列里不存在最后的数，即自然数列里的元素个数是无限的。

五、扩大的自然数列 有哪些特性？

如果我们把零写在自然数列的前面，我们就得到了扩大的自然数列：

0、1、2、3、4、5，……

可以看出，在扩大的自然数列里，只有零不是自然数，而其它的数都是自然数。

扩大的自然数列有如下特性：

(1) 每一个数的后面，都有一个而且只有一个数紧跟着它；

(2) 有一个数“零”，它不紧跟着任何数；

(3) 除了数“零”以外，每一个数都必定紧跟着某一个数，并且只紧跟着一个数。

扩大自然数列里的任何一个数都叫做整数。因此，任何一个自然数或零都是整数。

六、“1”有哪些特性？

(1) 1是自然数单位。

1是自然数中最小的一个，其它的自然数都是在1的基础上建立起来的，可以看成是若干个1的结合。

(2) 1既不是合数，也不是质数。

除1和本身以外，还有别的约数的自然数叫合数。如，

4的约数有：1、2、4
10的约数有1、2、5、10、 } 有三个以上的约数。

除了1和本身以外，没有别的约数的自然数叫质数。如，

2的约数有：1、2
13的约数有：1、13 } 只有两个约数。

1只有一个约数，而且这个约数就是它本身。因此，1既不是合数，也不是质数。

自然数按含有约数个数的多少可分成合数、质数、1三类。

规定1既不是合数也不是质数，可以保证除1以外的自然数有唯一的质因数分解的结果。如， $12 = 2 \times 2 \times 3$ 只有这唯一的一种质因数分解，再没有别的结果了。如果规定1也是质数，则 $12 = 1 \times 2 \times 2 \times 3$ $12 = 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 3 \cdots$ 形式

就无穷多了，这就保证不了质因数分解的唯一性。

(3) 1 是任何数的因数。

$$\begin{aligned}\text{如, } 38 \times 35 + 38 \times 64 + 38 \\ &= 38 \times (35 + 64 + 1) \\ &= 38 \times 100 \\ &= 3800\end{aligned}$$

但有的学生错误地写成：

$$38 \times 35 + 38 \times 64 + 38 = 38 \times (35 + 64 + 0)$$

或写成 $38 \times 35 + 38 \times 64 + 38 = 38 \times (35 + 64)$

所以出现上述错误，原因是忘记了 1 是 38 的因数，而误认为 38 提出去，括号里第三个加数就没了，所以写 0 或干脆就不写 0。

(4) 1 在运算中的作用。

如在乘法中，1 和一个数相乘，仍得这个数。例如：

$$1 \times 6 = 6 \quad 3.8 \times 1 = 3.8$$

在除法中，一个数除以 1，仍得这个数。例如： $1.05 \div 1 = 1.05$ $1 \div 1 = 1$ 。两个不等于零的相同数相除，商是 1，如 $5 \div 5 = 1$ ， $0.7 \div 0.7 = 1$

(5) 1 还可以表示一个整体。

如，一块土地、一堆砂子、一筐蔬菜、一个学校的人数……都可以看成整体“1”。

七、数和数字有什么区别？

表示“多少”或“哪一个”的叫做数。数是表示事物的量的基本数学概念，如有理数、无理数等。

“数”产生发展于人类生产、生活的实际需要。在人类

历史发展的最初阶段，由于计量和测量的需要，逐渐形成了正整数。随着生产的发展，只靠正整数表示测量的结果，已渐渐感到不够，因而引入了正分数，以后又逐渐出现了负数、无理数与复数。

用来写数的符号叫做数字。常见的数字有中国数字（大写：零、壹、式、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟、万。小写：0、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万。和旧时商业上用的数字）、阿拉伯数字（现在世界各国通用的数字1、2、3、4、5、6、7、8、9、0，都称为阿拉伯数字）和罗马数字〔罗马数字共有七个：I（表示1），V（表示5），X（表示10），L（表示50），C（表示100），D（表示500），M（表示1000）〕。这些数字在位置上不论怎样变化，所代表的数目是不变的。

数和数字是两个含义不同的概念，因此在叙述法则时，应语言准确，不能混淆。如，能被3整除的数的特征是：各数位上数字的和是3的倍数，这个数就能被3整除。而不能说成各数位上数的和是3的倍数，这个数就能被3整除。

八、小学数学教材关于“整除”是怎样定义的？这样定义有什么好处？

关于“整除”的概念，一般有两种定义的方法：

（1）一个整数 a ，除以一个自然数 b ，如果能得到一个整数商 q ，而没有余数，那么就叫做 a 能被 b 整除。

（2） a ， b 两数都是自然数，用数 a 除以数 b ，除得的商正好是整数而没有余数，我们就说 a 能被 b 整除。

小学数学教材，一般按第二种方法定义。这样定义便于学生学习。

把 a 、 b 两数都限制在自然数的范围内，而不说是整数，这个定义是有意识地排除了“0”，因为“0”被任何一个数除都得0（只要除数不是0），商是整数，所以0能被任何自然数整除，0是任何自然数的倍数，任何自然数都是0的约数。如果不排除0，那么，以后讲到最小公倍数的时候，必然出现“任何几个自然数的最小公倍数都是“0”的问题”，因而还要在那里去排除“0”，这样就要增加学生的学习负担，学生也不易理解。因此，课本一开始就把整除的问题限制在自然数里。

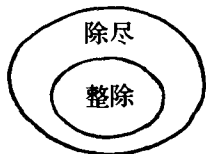
九、整除与除尽有什么不同？

两个自然数相除，如果除得的商正好是整数而没有余数，我们就说第一个数能被第二个数整除。从定义可以看出整除的条件：（1）被除数和除数必须都是自然数；（2）商必须是整数而没有余数。

除尽的意义是一个数除以另一个数，商没有余数。对相除的两个数没有什么限制，被除数和除数可以都是整数，也可以都是小数，或其中的一个数是小数，商可以是有限小数或整数。如： $72 \div 8 = 9$ $7.2 \div 0.8 = 9$

$$72 \div 0.8 = 90 \quad 72 \div 80 = 0.9$$

都可以称为除尽，只有第一个算式属于整除的范畴。也就是除尽不一定是整除。除尽包括了整除，而整除只是除尽的一种特殊情况。用集合的观点来阐述，即整除是除尽的真子集，用图表示是：



十、为什么求公约数要求最大的？ 而求公倍数却又要求最小的呢？

要想把一个分数化成最简分数，用最小公约数去约分是解决不了问题的，因为两个或两个以上的数，它们的最小公约数都是1，用1去除分数的分子、分母，还得原来的分数，并没有把原来的分数约分，这是我们不研究最小公约数的根本原因。只有用最大公约数去约，才能约成最简分数，而且约分的过程也比较简单。

那么，为什么不能求两个数的最大公倍数呢？因为任意两个正整数有无限多个公倍数，没有办法找到哪一个是最大的，比如2与3的公倍数，凡是6的倍数，即 6×1 、 6×2 、 $6 \times n$ ($n = 1; n = 2 \dots\dots$) 都是它们的公倍数。随着自然数 n 的无限增大，公倍数也随着无限增大，无法找到一个具体的最大公倍数，所以要求几个数的最小公倍数。

另外，计算异分母分数加减法时，如果不用最小公倍数做它们的公分母，计算起来也比较麻烦。

十一、数的整除的几个基本定理是什么？

(1) 如果两个数都能被同一个数整除，那么它们的和(或差)也能被这个数整除。

也就是说，如果 $a_1 \mid d$ ，(读作 a_1 被 d 整除，或读作 d 整除 a_1)

$a_2 \mid d$, 那么 $(a_1 + a_2) \mid d$, $(a_1 - a_2) \mid d$

证明: 如果 $a_1 \mid d, a_2 \mid d$, 根据除法的定义, 必有整数商 q_1, q_2 存在。

使得

$$a_1 = q_1 d$$

$$a_2 = q_2 d$$

所以

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= q_1 d + q_2 d \\ &= (q_1 + q_2) d \quad (\text{乘法分配律}) \end{aligned}$$

因为 $(q_1 + q_2)$ 是一个整数, 所以 $(a_1 + a_2)$ 能被 d 整除。

即 $(a_1 + a_2) \mid d$

同理可证 $(a_1 - a_2) \mid d$

例如 $28 + 21 = 49$

28 能被 7 整除, 21 能被 7 整除, 它们的和 49, 也能被 7 整除。

即: $28 \mid 7, 21 \mid 7$, 则 $49 \mid 7$ 。

又如, $28 - 21 = 7$ 显然, $7 \mid 7$

这个定理也可以这样说, 如果两个数都是同一个数的倍数, 那么它们的和 (或差) 也是这个数的倍数。

注: 这定理的逆命题不成立, 即两数的和 (或差) 能被一个自然数整除, 这两个数不一定能被这个自然数整除。

如, $(32 + 16) \mid 6$, 但 $32 \nmid 6, 16 \nmid 6$

推论 1: 如果几个数都能被某一个数整除, 那么它们的和也能被这个数整除 (差也有这个性质)。

推论 2: 几个加数中, 如果有一个不能被某一个数整除, 其余都能被这个数整除, 那么它们的和就不能被这个数整除。

(2) 如果甲数能被乙数整除, 那么甲数的倍数也能被乙数整除。

推论，几个数相乘，如果其中的一个因数能被某一个数整除，那么它们的积也能被这个数整除。

十二、能被 2 或者 5 整除的数的特征是什么？

能被 2 或者 5 整除的数的特征是这个数的末一位数字能被 2 或者 5 整除。

例 $5048 = 5040 + 8$

$$= 504 \times 10 + 8$$

$$\because 10 \mid 2, \quad \therefore 504 \times 10 \mid 2$$

$$\text{又} \because 8 \mid 2, \quad \therefore (504 \times 10 + 8) \mid 2$$

$$\text{即: } 5048 \mid 2$$

例: $3845 = 3840 + 5$

$$= 384 \times 10 + 5$$

$$\because 10 \mid 5 \quad \therefore 384 \times 10 \mid 5$$

$$\text{又} \because 5 \mid 5 \quad \therefore (384 \times 10 + 5) \mid 5$$

$$\text{即: } 3845 \mid 5$$

十三、能被 4 或者 25 整除的数的特征是什么？

因为任何一个多位数都是 100 的倍数与末两位数字所表示的数的和，而 100 能被 4、25 整除，则 100 的倍数也能被 4、25 整除。所以判断一个数能不能被 4 或者 25 整除，只要看它的末