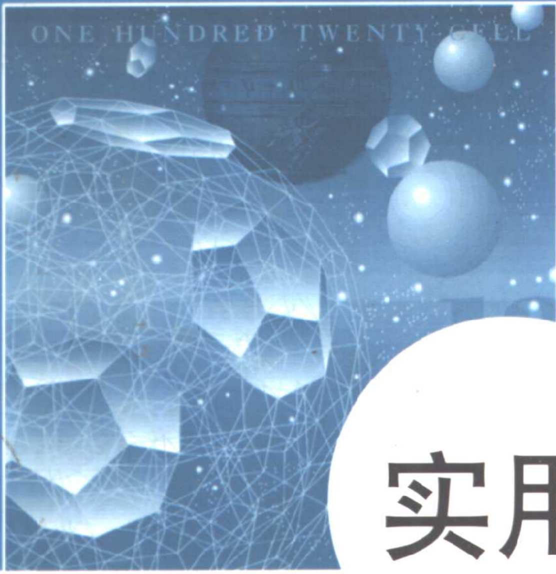
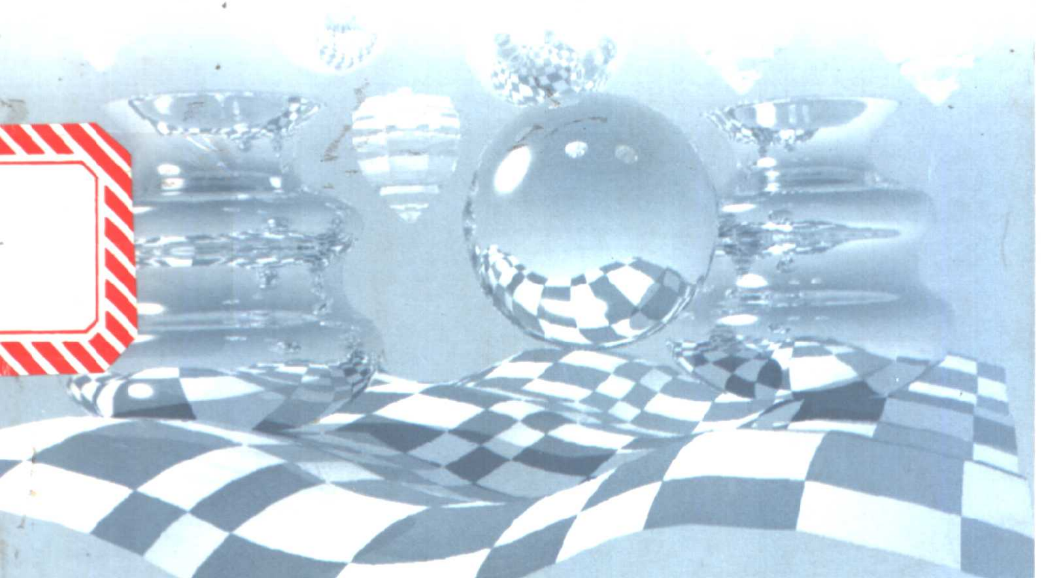


实用计算机数学建模

SHIYONG
JISUANJI
SHUXUE
JIANMO

● 王 庚

● 安徽大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

实用计算机数学建模/王庚.—合肥:安徽大学出版社,2000.7
ISBN 7-81052-349-X

Ⅰ.实… Ⅱ.王… Ⅲ.计算机应用-数学模型-高等学校-教材 Ⅳ.022-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 28244 号

实用计算机数学建模 王 庚

出版发行	安徽大学出版社 (合肥市肥西路3号 邮编 230039)	**印　刷** **照　排**	合肥五里岗印刷装订厂 合肥劲松激光照排社
联系电话	总编室 0551-5107719 发行部 0551-5107784	**开　本** **印　张**	850×1168 1/32 9.75
电子信箱	ahdxchps@mail.hf.ah.cn	**字　数**	250千
责任编辑	谈 菁	**版　次**	2000年7月第1版
封面设计	孟献辉	**印　次**	2000年7月第1次印刷

ISBN 7-81052-349-**X/TP**·36 **定价**:15.00**元**

前　言

本书是安徽省教育厅重点教研立项“数学建模教学工程”的研究成果，目的在于将数学建模（数学知识和应用能力共同提高的最佳结合点）这项具有深远意义的活动普及化，以此来加强普通院校学生的能力和素质的培养.

本书共分4篇11讲和6个实践案例，第一篇即计算机数学建模基础共3讲，其中第1讲为动员报告；第二篇即计算机数学建模方法共六讲，其每讲均包括1～4个涵盖主要内容的生动例子，形式上既可直接照搬到数学建模选修课或大学生数学建模竞赛(MCM)的培训上，也可当作系列讲座进行（其中第9讲为计算机专业准备的，其他专业选讲）；第三篇为实用计算机数学建模软件共2讲，简要介绍了多种国际上流行的数学建模软件，着重对Mathematica作了速成，以方便读者掌握，附录6中还有Mathematica系统函数表；第四篇为数学建模实践和认识，共6个实践案例，要求至少选2个进行练习并组织讨论；后两篇也是国内已有同类教材中所罕见的. 本书若作为数学建模选修课教材用，第一、二篇需要30～38学时，第三篇需要6学时，第四篇需要4学时；总学时数应为40～48学时.

为了保证各类读者、听众的可接受性，作者尽量放弃“行话”，走向“对话”，以摆脱困惑难解的专业术语，将问题讲得既清楚明白又趣味盎然；其中复杂的数学求解、数据分析、函数作图等大多介

绍了相应的数学软件的处理方法;部分章节配有思考题、附注内容与补充例题,可根据情况选用,本书还运用名人名言来画龙点睛每章;本书精选实例 40 多个,此外本书还配有较详尽而实用的附录以备读者查阅.

本书的作者来自安徽机电学院 MCM 的教练,本书是在他们于 1995,1996,1997 和 1998,1999 年为学生开设“计算机数学建模”选修课的基础上写成的,按本书培训的普通院校安徽机电学院曾于 1995 年、1996 年连续两年获全国一等奖,1998 年又获两个全国二等奖,5 年来获得 8 个安徽赛区一等奖.

本书可作为一本面向普通院校的极实用通俗的数学建模选修课教材,也可作为一般大专院校的 MCM 培训教材和主要参考书,对于各类数学应用者,特别是对大学师生、数学应用爱好者、工程师也是一本极有参考价值的工具书.

限于作者的水平和经验,书中难免有错误和不妥之处,恳请读者指正。

王　庚

2000 年 2 月于芜湖

目　　次

第一篇　计算机数学建模基础

大自然充满模式……

每一个自然之模式都是一个谜，它几乎总是很高深莫测，数学在帮助我们解谜方面功勋卓著.

伊恩·斯图尔特

第 1 讲

数学建模 ABC

数学家像画家和诗人一样，是模式制造家.

——G. H. 哈代

1.1 引　子

众所周知“知识就是力量”这一名言，数学被世人誉为“科学的皇后”，故喊出“数学就是力量”就很自然了.

数学有三大特性即：高度的抽象性、逻辑的严谨性、应用的广泛性.

20 世纪以来数学最大的变化是什么？是数学的应用. 目前数学已在国计民生以及教育等各个领域发挥着越来越多、越来越大的作用.

数学应用的钥匙是数学建模. 今天，在技术科学中最有用的数学领域是数值分析和数学建模（美国科学工程和公共事务政策委员会报告《美国数学的现在和未来》(1986 年)）.

1.2 数学的作用

1.2.1 在国计民生中的作用

（1）社会生活中的数学，如：

①衣、食、住、行中的数学. 如衣物下料、运动员和伤病员的食谱设计、搬家问题、大楼的合理布局等；

②城市社会生活与城市规划. 如城市的最优规模问题、公用设施布局的最优化问题等；

③社会经济生活.如保险数学等.

(2) 社会生产中的数学,如:

①数学与农牧渔和林业.如费舍尔的试验设计、土地的最有效利用、最优捕捞、可持续生产等;

②数学与工业.如勘探石油中的如何打井、判定储量、机械制图、钢厂天车调度等.

(3) 数学与战争,如弹道学、瞄准装置、密码加密及破译等.

(4) 数学与科学,如物理学中行星轨道、麦克斯韦方程、晶体分类、相对论中的数学、生物学中心血管的数学原理、数学遗传学、沃尔泰拉的生存竞争方程等.

(5) 其他例子,如:

①栽培、养殖、捕捞等生产过程,涉及最优化数学.银行(量大、纠错、保密、解密)涉及数论等;

②证券市场(金融数学、微分方程自由边界、选择投资方向、减少风险、美国华尔街的2000多名数学家);

③计算机网络(涉及离散数学、组合数学);

④VCD数据压缩(涉及小波、傅里叶变换等),可以压缩任何图像和声音,输送数据;

⑤天气预报,数学家立功;

⑥医院的CT(平面—立体),病人照片资料的存储;

⑦原子弹需要计算几百重积分,用蒙托卡洛法来算;

⑧战争中弹道学、密码学、无线电通讯等;

⑨工业生产中的最优调度、产品检验、图纸设计中的画法几何、运输路线等.

1.2.2 在教育中的作用

数学使人精细(培根语),它为一切理性建立标准.

数学在教育中的作用主要有:求证精神;理想化的精神;想像力非常强;解题方法.

1.2.3 战争中的数学:边缘参数

(1) 从泊松分布说起……

1944年6月12日,纳粹德国新研制的重达2.2吨的V-1火箭越过英吉利海峡,从法国北部向英国开始发射,数月内共发射了1万余枚.火箭有1/3击中英国本土,其中大部分击中英国首都伦敦,造成了平民和财产的损失.英国人第一次看到这种发出强烈噪声、威力强大的超视距武器,把它叫做"嗡嗡弹".

同年9月6日,威力更大、重达13吨的V-2火箭也开始袭击巴黎,两天后又袭击伦敦,发射4300枚,击中1000枚.

6月是著名的诺曼底登陆战役发起的关键时期,尤其是6月12日,这一天盟军登陆的各滩头阵地刚刚连成一片,是大量的增援渡海部队在海面上或是在英国海岸集结的重要日子.这些部队如果遭受"嗡嗡弹"的袭击,后果不堪设想.问题的关键是这些"嗡嗡弹"是否"长眼睛",即是否具有现在所说的较精确的制导系统.如果有,那么盟军统帅部就要改变整个作战意图,战役也可能会改变.为此,统帅部绞尽脑汁,最后有人请来了几位数学家.数学家们仔细研究了"嗡嗡弹"的弹着点的分布后,很快得出结论:不要紧."嗡嗡弹"没有"长眼睛",因为弹着点的分布是泊松分布,是一种随机分布,这就像大炮定向发射一样.丘吉尔心中的一块石头终于落地了.于是,渡海部队继续像潮水一样涌上诺曼底海滩,完全不去理会头顶上呼啸而过的当时最先进的V型火箭.

靠数学家,靠一种数学模型来解决战争中的难题,十分精彩.

(2) 巴顿的战舰与浪高.军事边缘参数是军事信息论的一个重要分支.它是以概率论、统计学和模拟试验为基础,通过对地形、气候、波浪、水文等自然情况和作战双方兵力兵器的测试计算,在一般人都认为无法克服、甚至容易处于劣势的险恶环境中,发现实际上可以通过计算运筹,利用各种自然条件的基本战术参数的最高极限或最低极限,如山地的坡度,河水的深度,流速和风浪,雨雪

风暴等，驾驭战争险象，把握战争胜利的一种科学依据.

1942 年 10 月，巴顿将军率领 4 万多美军，乘 100 艘战舰，直奔距离美国 4000 千米的摩洛哥，计划在 11 月 8 日凌晨登陆. 11 月 4 日，海面上突然刮起西北大风，惊涛骇浪使舰艇倾斜达 42°，直到 11 月 6 日天气仍无好转. 华盛顿总部担心舰队会因风浪而全军覆没，电令巴顿的舰队改在地中海沿海的任何港口登陆. 巴顿回电：不管天气如何，我将按原计划行动.

11 月 7 日午夜，海面突然风息浪静，巴顿军团按计划登陆成功. 事后人们说这是侥幸取胜，这位“血胆将军”拿将士的生命作赌注.

其实，巴顿将军在出发前就和气象学家详细研究了摩洛哥海域风浪变化的规律和相关参数，知道 11 月 4 日至 7 日该海域虽然有大风，但根据该海域往常最大浪波长和舰艇的比例关系，恰恰达不到翻船的程度，更不会对整个舰队造成危险. 相反，11 月 8 日却是一个有利于登陆的好天气. 巴顿正是利用科学的预测和可靠的边缘参数，抓住“可怕的机会”，突然出现在敌人面前.

(3) 山本五十六输在换弹的 5 分钟. 在战争中，有时候忽略了一个小小的数据，也会招致整个战局的失利.

二战中日本联合舰队司令山本五十六也是一位“要么全赢，要么输个精光”的拼命将军. 在中途岛海战中，当日本舰队发现按原计划空袭失利，海面上出现美军航空母舰时，山本五十六不听同僚的合理建议，妄图一举歼灭敌方，根本不考虑美舰载飞机可能先行攻击的可能. 他命令停在甲板上的飞机卸下炸弹换上鱼雷起飞攻击美舰，只图靠鱼雷击沉美航空母舰获得最大的打击效果，不考虑飞机在换装鱼雷的过程中可能遭到美机攻击的后果，因为飞机换弹的最快时间是 5 分钟.

结果，在把炸弹换装鱼雷的 5 分钟内日舰和“躺在甲板上的飞机”受到迅速起飞的美军舰载飞机的“全面屠杀”，日本舰队损失惨

重.从此,日本在太平洋海域由战略进攻转入了战略防御.

战后,有些军事评论家把日本联合舰队在中途岛海战失败的原因之一归咎于那“错误的5分钟”.可见这个看似很小时间因素是多么重要.

(4) 边缘参数的类型.战争中把握战机的边缘参数主要有以下几类:

确定型边缘参数.就是在气候、地形均已测知和确定的条件下,用模拟实验发现获得的各种兵器和不同级别的部队所能通过区域的山地坡度、风浪、雨雪、林雾的最大或最小数据及其所需要的最长或最短时间.

概率型边缘参数.就是对客观事物进行长期的统计分析,找出它的规律性,并求出它的概率参数.运用这种方法,军事家就可以知道某一海滩每年大致哪些时间将有大潮水,使得平时无法登陆的地段会变得畅通无阻.现代战争中海潮概率参数已是各国海军登陆作战的基本情报.

潜伏型边缘参数.就是潜伏于事物表象中的边缘参数.例如越南的湄公河三角洲,从表面看泥泞不堪,装甲车辆似乎无法行动.但是,实际上湄公河三角洲的表面泥泞只有几厘米至几十厘米,下面就是硬土,是可以通行装甲车辆的.

预测型边缘参数.就是根据科学技术和武器装备的发展,对各种自然状态中军事行动可能达到程度的计算和测定.在登陆作战中,海滩的坡度深浅一直是登陆舰艇难以把握的障碍.但是,如果有现代登陆气垫船就不存在上述问题.又比如,在两山峡谷、一线天的陡崖下安置指挥所和重要军事机关,历来被认为是最安全的地形.但是,在武装直升飞机和垂直起降飞机的广泛使用后,这些传统的“安全窝”有可能反而成为无路可逃的“死窝”.

战争中的数学,尤其是各种边缘参数是驾驭战争险象的科学依据之一.能否把握和运用这门科学还取决于指挥官对作战双方

部队技术装备的更新因素和天候、气象等时令性的突变因素的正确判断和分析. 例如，北方地区的河流，在夏季可能是坦克和汽车的通行障碍，但在冬季河面结冰约 40 厘米厚时，就可以通行坦克和其他作战车辆.

随着科学技术的发展，军队高技术武器装备的不断涌现，战争中实施进攻和防御时的边缘参数也将不断地变化. 这就要求现代战争的指挥员能随时跟踪这种变化的轨迹，运用各种作战模型进行试验，不断充实、更新边缘参数数据库. 只有这样，才能科学地作出风险决策，在变化迅速的现代战争中赢得胜利.

1.2.4 数学建模是高新技术的本源

(1) 科学的发展离不开数学. 一方面，无论是自然科学还是社会科学，在研究实际问题时，都不是直接研究真实现象，而是先研究它们的模型(近似写照)，然后通过对模型的研究来阐明真实世界的客观规律. 另一方面，一个学科精密化和科学化的一种表现，就是它能用数学来分析和表示. 第三，利用数学这个有效的工具，可以深刻地认识客观现象的本质、预测未来、促进科学的发展.

(2) 没有数学模型，许多基本的生产活动便无法进行，更不要说计算机的应用了. 因为目前在许多领域中要对有关问题进行计算，必须先建立该问题的数学模型，没有数学模型，计算就不可能进行.

(3) 工程技术的一种重要方法. 在工程学领域，过去认为实验方法是至高无尚的，但现在已把数学模型视为与实验同等重要，甚至是更好的一种方法.

在设计上的作用大，如：1979 年 3 月美国原子能委员会关闭 35 座核电站，是因为设计中所选取的冷却水管道系统的数学模型不妥，使得模拟计算结果的可靠程度不够，不能承受地震等冲击而导致关闭.

在生产过程中也是不可缺少的. 为了分析和改进生产中出现

的问题，采用先建立数学模型，然后在计算机上进行模拟计算的办法来代替实验，可以节约较多的人力、财力和时间，还可以避免发生故障或危险，甚至完成实验不可能完成的任务. 如：阿波罗卫星返回地球时在高 120 千米的大气层上空以 11 千米/秒的速度，仅用 30 分钟左右的时间就回到地面，若用风洞来实验，必须有极大的设备，这实际上无法实现，就只有用建立数学模型的方法来解决.

总之，随着科技发展，生产要求日益精确，在设计、控制生产等各个环节都越来越多地需要有关的数学模型.

1.3 数学模型学的基本知识

模型——是对实体的特征及其变化规律的一种表示或者抽象，即是把对象实体通过适当的过滤，用适当的表现规则描绘出的简洁的模仿品.

模型的基本要求——目的性、清晰性、准确性、经济性.

建模或模型化——把实体(对象)变为模型的过程.

模型分类——实体模型、符号模型.

1.3.1 实体模型

(1) 实物模型(如：城市模型、作战沙盘、船舶模型)；

(2) 模拟模型(如：地图、电路图、电路模拟机械运动).

1.3.2 符号模型(语言模型，也是模型中最丰富多彩的部分)

包括：数学模型、结构模型、仿真模型及化学、音乐、美术等学科的符号模型，和用自然语言表述的直观描述式模型.

说明：数学模型是发展最快、内容最丰富、最受人偏爱的一种.

数学模型——指对现实世界的某一特定对象，为了某个特定目的，做出一些必要的简化和假设，运用适当的数学工具得到的一个数学结构.

数学模型的功能——或者能解释特定现象的现实性态，或者