

KE NEI WAI FU DAO YU SHUI PING CE SHI

504746

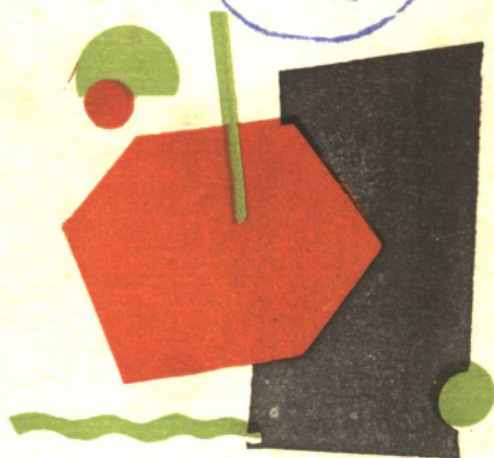
38.7351
F J G
2.1

北京教育学院主编
翟

504746

初中几何
1

课内外辅导与水平测试



天津教育出版社

CHU ZHONG JI HE KE NEI WAI FU DAO YU SHUI PING CE SHI

封面设计:赵林沼

初中代数	初中几何	初中化学	初中物理	植物学	动物学	生理卫生
课内外辅导与水平测试	课内外辅导与水平测试	课内外辅导与水平测试	课内外辅导与水平测试	课内外辅导与水平测试	课内外辅导与水平测试	课内外辅导与水平测试
一至四册	一至二册	一至二册	一至二册			

ISBN7-5309-0407-8

G·341 定价:1.70元

初 中 几 何

课内外辅导与水平测试

1

冯经国 杨大淳 编

天津教育出版社

责任编辑：冷恒进

初中几何
课内外辅导与水平测试

1

冯经国 杨大津 编

*

天津教育出版社出版

(天津市湖北路27号)

新华书店天津发行所发行

天津新华印刷二厂印刷

*

787×1092毫米 32开 7.875印张 166千字

1988年9月第1版

1988年9月第1次印刷

印数1—30500

ISBN7-5309-0407-8/G·341

定价：1.70元

编 者 的 话

本书是按照人民教育出版社出版的初级中学课本《几何》第一册的体系和中学数学教学大纲的要求编写的。目的是为了辅导初中学生更好地掌握课本中的基础知识、基本技能和解题思路及方法，使学生提高运用知识的能力。

本书包括基本概念，相交线、平行线，三角形，四边形，面积、勾股定理五章。每章分四部分，一是本章概述，主要是阐述本章内容间的内在联系，以及与其他章的联系；二是疑难解析，主要是对重点和难点进行辨析，以及方法的总结；三是课外阅读，其中有与本册几何有关的历史知识，还有与本册知识有紧密联系而较课本程度略深的知识，以及趣味问题；四是典型题分析和习题。还有两套水平测试题，可供读者检查自己的学习效果。最后附有练习、习题及水平测试题的参考答案和提示。

本书可供初中二年级学生和自学青年使用，也可供初中数学教师参考。

编 者

1988年3月

目 录

第一章 基本概念

一、本章概述	1
二、疑难解析	2
(一) 面	2
(二) 线	2
(三) 点	3
(四) 几何体与物体的区别与联系	4
(五) 直线、射线和线段, 它们之间的区别和联系	4
(六) 概念、定义、公理和它们之间的关系	5
(七) 角、平角、周角和角的大小	8
(八) 直线、射线、线段的作法的语言叙述	10
(九) 度、分、秒之间互化	11
(十) 角的分类、有关互余互补的角的计算	11
(十一) 如何进行推理	13
(十二) 错例分析	15
三、课外阅读	18
(一) 规定概念的定義的要求	18
(二) 角的度量	20
(三) 几何学的发展和我国古代在几何学上 的重要成就	21

(四) 趣味题	25
四、典型题分析和习题	26
第二章 相交线、平行线	
一、本章概述	35
二、疑难解析	36
(一) 交线和对顶角	36
(二) 垂线与点到直线的距离	39
(三) 同位角、内错角和同旁内角的判断	43
(四) 平行线的概念和平行公理	46
(五) 平行线的判定定理和性质定理	48
(六) 根据直觉进行判断代替不了证明	57
(七) 命题和定理	57
三、课外阅读	64
(一) 平行公理	64
(二) 演绎法证明中的“三段论”	67
四、典型题分析和习题	70
第三章 三角形	
一、本章概述	78
二、疑难解析	79
(一) 三角形	79
(二) 全等三角形	86
(三) 等腰三角形	92
(四) 基本作图	103
(五) 直角三角形	107
(六) 逆定理、对称	110
三、课外阅读	119

(一) 综合法	119
(二) 分析法	121
(三) 分析法与综合法	122
(四) 两个三角形的边角不等关系	123
四、典型题分析和习题	125
第四章 四边形	
一、本章概述	134
二、疑难解析	135
(一) 多边形与多边形内角和	135
(二) 平行四边形	139
(三) 矩形、菱形、正方形	144
(四) 对称	154
(五) 有关梯形问题的证明方法	158
三、课外阅读	167
(一) 证明的方法	167
(二) 几何中的诡证	170
四、典型题分析和习题	172
第五章 面积、勾股定理	
一、本章概述	195
二、疑难解析	196
(一) 面积	196
(二) 勾股定理	206
三、课外阅读	212
四、典型题分析和习题	214
水平测试题 (一)	222
水平测试题 (二)	225

附录：练习、习题及水平测试题的答案或提示	228
----------------------------	-----

第一章 基本概念

一、本章概述

本章的内容主要是平面几何最基本的图形——直线、射线、线段和角的概念、画法及基本性质。这是平面几何的基础部分，正确理解这些概念、性质及掌握画法是学好平面几何的基础。

这些概念，是从实际物体中抽象出来的，它们反映了物体在形状、大小和位置关系方面的一些本质属性。从实际应用出发，抽象出几何的概念，在引言中抽象出几何体、点、线、面及几何图形、平面图形。平面几何是研究平面图形及其性质的一门学科，指出了几何研究的内容、方法及意义。

本章教材首先介绍了平面几何的基本概念——点、直线、平面，直线的公理和性质；接着介绍了射线、线段、线段的大小和度量，以及线段的和、差和画图的方法；然后介绍了角的两种定义，角的大小和度量，角的和与差、平分线等概念与有关画法；最后介绍了角的分类及余角、补角的概念与性质。

本章教材的重点是线段与角的概念与画法；难点是对几何概念、图形性质的理解及其语言表述；关键在于对各种图形的考察与分析，这是最重要的，应该严格训练，努力学好。

二、疑难解析

(一) 面

任何物体都是用它的面来和邻接的其它物体分开的，空间里相邻的两个区域的公共部分就是面。体是由面围成的。面有平面和曲面。我们理解面只有长度和宽度而没有厚度。

平面是最简单的面。平面是无限延展的。

平面的基本性质：经过平面内任意两点作一条直线，这条直线上所有的点都在这个平面内。

平面是几何学中的原始概念，可以用上述的基本性质，刻划出它与曲面的本质区别。只有平面有这种性质，而曲面就不具有这种性质。如经过球面内任意两点作一条直线，这条直线上就有无数个点不在这个球面内。

(二) 线

面上相邻两个区域的公共部分就是线。线有直线和曲线。我们理解线只有长度而没有宽度和厚度。如长方体的相邻的两个面的公共部分是一条直的线（长方体的棱）；烟囱的面和屋顶的面的公共部分是一条曲线。线的最根本的特性是具有长度。如果线有宽窄，界限就不分明了，无法区分线与面了。

直线是最简单的线。直线是向两方无限延伸着的，它没有端点。

直线的基本性质：经过两点有一条直线，并且只有一条直线。也就是说，两点确定一条直线。

直线是不给定义的概念，它是几何学中的原始概念，可

以用它的基本性质“两点确定一条直线”，刻划出它与曲线的本质区别。只有直线才具有这个性质，其它线都不具备这个性质。经过两点有无数条曲线。

首先，我们知道，经过一点可以画无数条直线，也可以画无数条曲线，所以经过一点可以画无数条线，这个属性不是直线所固有的。

其次，我们知道，经过两点不管画多少次，只能画出一条直线。

这两点是指不同的两点，其中前面的“有”是表明存在性，经过两点存在一条直线或者经过两点可以画一条直线；后面的“只有”表明唯一性，经过两点的这条直线是唯一的或者经过两点只能画一条直线。严格地说，在数学中“只有”并不保证一定有，而是“顶多只能有”的意思。两点确定一条直线，确切的含义，首先包含它的存在性，就是说，经过两点一定有一条直线；其次包含它的唯一性，就是说，经过两点只有一条直线。由此可知为什么用两个点的大写字母表示一条直线，而不是用一个点、三个点或更多的点。过一点可以作无数条直线，而不能确定一条直线，所以不能采用一个点的大写字母表示直线。如果用三个点或更多的点的大写字母表示直线则是多余的了。

(三) 点

一条线上相邻两部分的公共处就是点。点仅占有空间的一个确定位置。我们理解点没有大小和厚薄。如果点有大小，位置就不明确了，两点确定一条直线也就不成立了。

点移动成线，线移动成面，面移动成体。

以上所说的点、线、面、体是几何图形的基本元素，都

是从实际物体中抽象出来的概念，反映了图形的本质属性，是理想化了的。而实际物体仅仅是它的一个原型，并不是与它一丝不差的模型。

(四) 几何体与物体的区别和联系

人们在实践中所接触到的各种物体，都有一定的形状、大小及它们之间的相互位置关系，还有一些其他的性质。例如，三个形状、大小都一样的纸盒、木块和铁块，有的轻，有的重；有的软，有的硬；有的颜色浅，有的颜色深；制造这些物体的材料又各不相同（图 1-1）。



图 1-1

如果撇开这些物体的物理性质和化学性质等，只把它们的形状、大小、相互位置关系加以分析、比较、研究，就形成了长方体的概念。虽然它们的物理性质和化学性质不同，但它们的形状、大小完全相同，因此是完全相同的几何体。几何体是实际物体的一种抽象。几何图形是从实际物体经过归纳、概括和抽象的产物，反映了这些实际物体的形状、大小、相互位置关系等特征。

(五) 直线、射线和线段，它们之间的区别和联系

一点在平面内或空间沿着一定的方向和它的相反方向移动时，点运动所成的路线就是直线。直线与曲线的本质区别，在于“过两点确定一条直线”。直线是用直线上任意两点的大写字母表示，与这两点顺序无关，直线 AB 或直线 BA

是同一条直线（图 1-2）。



图 1-2

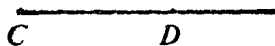


图 1-3

在直线上某一点一旁的部分叫射线。射线向一方无限延伸着的，它有一个端点。射线不是原始概念，它是用定义形式给出的，是用直线、点等原始概念建立的。射线是直线的一部分，直线无端点，可以向两方无限延伸，这就是直线与射线的区别，即整体与部分的区别，在逻辑学中叫做两个概念之间的从属关系。把射线反向延长就得到直线，这就是直线与射线的联系。射线也叫半直线，一点从一个定点出发，沿着一个方向移动时，这点运动的路线叫做射线。射线是用一个端点的字母和射线上任一点的字母来表示的，端点字母写在前面，射线 CD 不能写成射线 DC （图 1-3）。

直线上某两个点间的部分叫做线段。线段不是原始概念，它是用定义形式给出的，是用直线、点等原始概念建立的。线段是直线的一部分，线段有两个端点，直线是没有端点而向两方无限延伸着的，这就是直线与线段的区别。这两个概念也具有从属关系。把线段向两方无限延伸，得到直线；把线段向一方无限延伸，得到射线，这就是直线、射线与线段的联系。线段是用两个端点的字母表示的，线段 EF 或线段 FE ，与端点的前后顺序无关（图 1-4）。

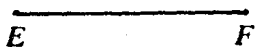


图 1-4

（六）概念、定义、公理和它们之间的关系

在客观世界中，有许许多多的事物，并且每一个个别事

物又有自己的性质及与其它事物的关系。我们把一个事物的性质与关系，都叫做事物的属性。例如，一个三角形，就是一个个别事物，它的形状（由三条线段顺次首尾连结所组成的图形）、大小（如面积为 18cm^2 ）、…，都是这个三角形的性质；这个三角形的面积等于另一个三角形的面积，“等于”就是这个三角形与另一个三角形之间的一种关系。这些性质与关系，都是这个三角形的属性。

在某事物或属于某类的事物的属性中，有些是某类事物都具有而别的事物都不具有的属性，这种属性叫做这类事物的本质属性。比如，钝角这个概念，它是一个角，但它的大小是介于 90° 和 180° 之间，这个属性只有它具有，而其他角就不具有。由此得到钝角的概念，即“大于 90° 而小于 180° 的角叫做钝角。”

概念是反映客观事物的本质属性的思维形式，概念是思维的基本形式，是思维的基础，是思维的起点，是构成判断、推理与论证等思维形式的要素。因此，只有树立起清晰的概念，才能掌握数学的基础知识和基本技能，进而创造性地应

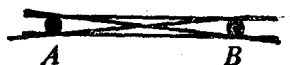


图 1-5

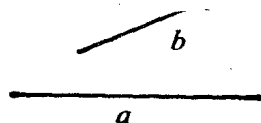


图 1-6

用数学知识解决实际问题。比如，对于点的概念有错误的理解，认为点是有大小的，那么过两点就可以有很多直线，从而两点确定一条直线就不成立了（图 1-5）；又如对两条

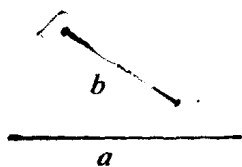


图 1-7

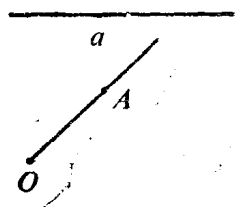


图 1-8

直线相交只有一个交点，以及对直线可向两方无限延伸没有理解，那么，如图 1-6 两条直线 a 与 b 能否相交？图 1-7 直线 a 与线段 b 能否相交？图 1-8 直线 a 与射线 OA 能否相交？就不清楚了。

另外，每一概念都有它的内涵和外延。

概念的内涵是指这一概念所反映的一切本质属性的总和。

例如，“圆”这一概念的内涵应当是：“在平面内到一个定点距离相等的点的集合、同圆的半径相等、同圆的直径相等、……。”

概念的外延是指这一概念所适用的范围，或者说这一概念所适用的对象的总和。

例如，“三角形”这一概念的外延应当是：“锐角三角形、直角三角形、钝角三角形。”

概念是客观事物的本质属性在人们头脑中的反映，一般说来，一个概念用一个语词表示，对一个名词或术语的意义的规定就是这个名词或术语的定义，定义就是对这个概念的意义的规定。所以一个概念与这个概念的定义是同一事物的两个方面，概念是内核，定义是外壳，不要把概念与定义混

为一谈。

数学同其它任何一门科学一样，常常需要给概念规定定义。这就是说，每一个新概念都要用前面的已知的旧概念规定定义，而这个旧概念又要用更前面的已知旧概念规定定义，象这样追溯下去必然存在着一些人们从具体事物抽象出来的，公认的最原始而又无需解释的一些概念，我们把这种不加定义的概念叫做原始概念。我们知道，点、直线、平面就是几何学的原始概念。有了它们，就为规定其他的几何概念的定义打下了基础。

如果一个正确的命题的真实性是为人类长期以来的实践所证实，不需用推理的方法加以证明，而作为证明其它命题时推理的根据，这样的命题叫做公理。或者说不加证明而采用的真实命题叫做公理。

(七) 角、平角、周角和角的大小

课本给出了角的两种定义：一种是以一点为公共端点的两条射线所组成的图形叫做角；另一种是一个角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而形成的，这后一种定义，一方面指出了角有不同的转向，另一方面也为平角和周角的生成打下基础。

角有不同的转向，即角有正向和逆向的区别见课本第17页图 1-24中引入平角和周角时，指出角是射线沿着逆时针

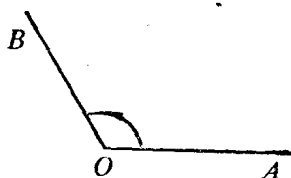


图 1-9

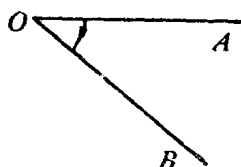


图 1-10