

高等学校试用教材

# 车辆自动变速理论与设计

吉林工业大学 葛安林 编著

机械工业出版社

高等学校试用教材

# 车辆自动变速理论与设计

吉林工业大学 葛安林 编著



机械工业出版社

(京)新登字054号

本书主要介绍和研究车辆（汽车、拖拉机、工程机械、军用车辆等）的自动变速系统。它不仅包括液力变矩器、行星齿轮传动、液力机械传动、自动换档系统等内容；而且首次系统地阐述了液压机械传动、储能传动、电子控制机械式自动变速控制系统、无级变速传动、电力驱动等重要分支。它涉及了当今国内外有关车辆自动变速的新理论、新结构、新技术与新发展。

本书为汽车与拖拉机专业研究生、本科生的选修教材或教学参考书，可作为工厂技术人员的设计参考书，亦可供有关专业人员和工业院校学生自学与选读。

### 车辆自动变速理论与设计

吉林工业大学 葛安林 编著

责任编辑：赵爱宁 责任校对：丁丽丽

封面设计：郭景云 版式设计：冉晓华

责任印制：王国光

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

邮政编码：100037

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社京丰印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092<sup>1/16</sup> · 印张16 · 字数393千字

1993年5月北京第1版 · 1993年5月北京第1次印刷

印数 00 001—1 920 定价：4.55元

ISBN 7-111-03372-8/U·104(课)

JL4552-203

社

## 前　　言

本书是根据原全国高等工业学校汽车专业教材编审委员会的决定编写的。

自动变速是人们长期以来一直努力追求的目标，是当今急待开发与推广的更为核心与重要的技术，它已在汽车、拖拉机、内燃机车、工程机械以及军用车辆上得到了广泛应用，其变速理论与设计也达到了相当完善的阶段。但论述其机理的书并不多，仅有的版本也限于讲液力自动变速器，未能反映各种自动变速技术的全貌。

本书是作者多年科学的研究与教学的心得，是在“汽车液力传动”（1981年）、“汽车液力机械传动”（1986年）等吉林工业大学出版的教材及教学实践的基础上，除了删繁与补充新内容外，还增加了液压无级变速、电子控制机械式有级自动变速、机械式无级变速（CVT）、电传动与储能传动等新技术、新成果。作者还参考了现有的书刊文献，力求博采众家所长。理论阐述由浅入深，注意联系实际。

传动系是车辆中最复杂、最关键的系统之一。由本书所述可见，设计所需用的知识涉及机、电、液各个分支。在介绍各类传动时，从工作原理到选型设计都进行了分析。可以清晰地看出，过去主要重视经济因素（如节油、价格、使用费用等），现在则已发展到经济与方便并重的阶段，从而促进了新型自动变速系统的出现与发展。今后激烈变化的社会因素将使自动变速系统与新能源、新动力装置的关系更为密切，对自动变速水平的要求将会更高。当然，由于各国的情况不尽相同，还须从实际出发，发展有自己特色的自动变速系统。一般来说，应根据车辆的使用要求、动力装置的类型与特性、传动系的要求、工作环境、气候条件、经济性、生产率、市场结构以及国家技术政策等因素，对可能采用的各类自动变速方式，在尺寸、重量、效率、总传动比及传动比变化范围和方式、价格、能源和燃料经济性、运行费用、污染、噪声、振动、载荷、寿命、可靠性与维修等方面反复进行对比，考虑其全面效果，才能选出最合理的自动变速方案，既可达到传动系统与发动机及车辆之间的优化匹配，使整车发挥出最佳性能，获得良好的经济效果，又能对动力传动系统进行智能化操纵，做到方便而舒适，使开车成为一种乐趣和享受。因此，专家们认为，今后的10~15年，自动变速传动将主导世界市场，这将是未来世界的十大变化之一。

本书由湖南大学陈志强副教授进行了详细审阅，并提出了宝贵意见，作者在此表示衷心感谢。

本书为高等院校汽车与拖拉机专业学生的选修课教材及研究生参考书，也可供工程机械等有关专业研究生、大学生及行业工程技术人员参考。

编　者

1991年10月

# 目 录

<b>第一章 绪论</b>	1	
§1-1 自动变速类型	1	
§1-2 自动变速的优缺点	4	
<b>第二章 液力变矩器</b>	7	
§2-1 液力传动的基本知识	7	
§2-2 液力变矩器工作原理	13	
§2-3 液力变矩器中循环流量的确定	15	
§2-4 液力变矩器的特性	19	
§2-5 液力变矩器的各种性能及评价指标	22	
§2-6 液力变矩器的非稳态特性	24	
§2-7 液力变矩器的分类与结构特点	27	
§2-8 液力变矩器与发动机的共同工作	31	
<b>第三章 液力变矩器设计</b>	43	
§3-1 液力变矩器设计方法	43	
§3-2 液力变矩器的相对参数法	44	
§3-3 液力变矩器的优化设计	51	
§3-4 液力变矩器参数对性能的影响	54	
§3-5 循环圈设计	57	
§3-6 叶片设计	62	
§3-7 液力变矩器的设计计算	64	
§3-8 三元流动理论简介	71	
<b>第四章 行星齿轮传动</b>	79	
§4-1 概述	79	
§4-2 行星齿轮传动运动学	81	
§4-3 行星齿轮传动配齿计算	88	
§4-4 行星齿轮传动动力学	89	
§4-5 二自由度行星变速器方案设计	93	
§4-6 三自由度与多自由度变速器	100	
<b>第五章 双流传动</b>	111	
§5-1 概述	111	
§5-2 转速比平面图和相对功率平面图	112	
§5-3 外分流液力机械传动	114	
§5-4 内分流液力机械传动	129	
§5-5 复合分流液力机械传动	135	
§5-6 双流液压机械传动	140	
§5-7 储能双流传动	147	
<b>第六章 自动换挡系统</b>	153	
§6-1 概述	153	
§6-2 自动换挡的原理与组成	154	
§6-3 换挡规律与换挡特性	157	
§6-4 控制参数信号变换器	167	
§6-5 换挡控制器	177	
§6-6 换挡执行机构	183	
§6-7 换挡品质及其控制	186	
<b>第七章 电子控制机械式自动变速器</b>	197	
§7-1 概述	197	
§7-2 离合器的自动操纵	198	
§7-3 变速器换挡与发动机供油的自动操纵	205	
§7-4 坡道辅助起动装置	207	
§7-5 电子控制系统	208	
§7-6 安全应急控制	213	
<b>第八章 无级变速传动</b>	214	
§8-1 概述	214	
§8-2 工作特点	215	
§8-3 控制原理	217	
§8-4 关键技术	220	
§8-5 典型应用实例	224	
<b>第九章 电传动</b>	231	
§9-1 电传动控制原理	231	
§9-2 主回路	237	
§9-3 电力驱动	246	
<b>参考文献</b>	258	

# 第一章 緒論

一般来说，车辆驱动轮所需的转矩、转速与发动机所能提供的转矩和转速有偏差，故传动系的任务可概括为：通过变换其传动比，以调节或变换发动机的性能，将动力经济而方便地传至车轮，很好地适应外界负载与道路条件的需要，即使动力传动系提供的特性场与车辆所需的特性场获得最佳匹配。

“经济”的含义是：1) 传动变速部件本身效率高而稳定。2) 发动机相应的工作区效率也很高。这就要求把动力—传动系统作为一个整体来研究，不是孤立地研究传动系部件，如离合器、变速器、……、发动机，而是将其看作一个系统工程，研究系统内部件之间的有机联系以及系统与外部负载、道路条件、周围环境所反映的行驶要求等之间的相互关系。协调控制各部件的工作，充分挖掘各自的潜力，以实现最佳匹配。

“方便”的最高目标是自动变换传动比，即自动变速。自动变速本身是一个广义的概念。本书仅限于车辆，而且还不包括自动驾驶，只是对其动力传动系统的智能化操纵或判断。但仅此，对于手动变速已是一场革命。

经济性与方便性是相辅相成的，好的变速传动系统是既经济又方便的。因本书仅限于重点研究自动变速技术，故突出探讨方便性，但判断其优劣也总离不开经济性。

## §1-1 自动变速类型

汽车工业100多年的历史，主要是动力传动系的技术史。80年代中期又是这段历史发展中的一个转折点。如果说过去内燃机的发展在汽车工业中起了重要作用，现在则是计算机应用于换档变速技术，有力地推动了汽车工业的发展。传动系变速的自动化是目前车辆向前发展的高级阶段，是当今急待开发与推广的更为核心和重要的技术。自动变速技术是人们一直追求的目标，也经历了相当长的过程，但其发展从来没有象今天这样取决于技术进展。由于变速理论与设计达到了相对完善，所以它在轿车、大客车、重型自卸车、越野车、货车、工程机械、拖拉机及履带车辆上获得越来越广泛的应用，各种自动变速技术也得到了充分发展。

### 一、液力传动

液力传动是以液体为介质的叶片传动机械，其基本型式为液力耦合器与液力变矩器，后者更确切的定义是：工作轮叶片与工作液体相互作用，引起机械能与液体能的相互转换，并以此来传递动力，通过液体动量矩的变化来改变转矩的一种传动元件。液力变矩器具有无级连续变速和变矩的能力，对外部负载有良好的自动调节和适应性能，故根本上简化了操纵。它使车辆起步平稳，加速迅速、均匀、柔和，加之液体传动本身特有的减振性能，又进一步降低了传动系的尖峰载荷和扭转振动。它延长了传动系的使用寿命，提高了乘坐舒适性和车辆平均速度以及行驶安全性和通过性等。因此，它成为当今世界车辆上自动变速的主导产品绝非偶然。

但从经济观点看却存在问题：它最高效率不太高，高效范围也不大，总的讲效率低；变

矩范围也有限，致使发动机的油耗量增大；加之本身结构复杂、造价高而一度失去其应用价值，只是后来使它与机械传动组合成液力机械传动后，其缺陷得到了一定弥补，功能得到扩展，才有了迅速发展。最近，通过改进设计理论，采用优化技术和CAD（计算机辅助设计）与CAM（计算机辅助制造）等手段来提高液力元件本身的性能，采用自动控制的闭锁离合器使其需要时也可由液力传动转换为机械传动，增加机械传动档数和使用超速档等措施，其燃料经济性大体上与手动机械式变速器相当，这使其注入了新的活力。液力传动的装车率逐年增加，以轿车为例：美国装车率已高达95%左右，日本1976年仅11%，而1985年上升至49%，现在大、中型轿车已达80%以上，欧洲发达国家大体也达到50%左右。城市大客车的装车率，美国基本上是100%，西欧为95%。工程机械的装车率，在美国是70%，西欧为30%左右。它在拖拉机、军用车辆、内燃机车等上的应用也相当广泛。

## 二、液压传动

它与液力传动同属液体传动范畴，其区别主要在于：液压传动主要依靠液体压能的变化来传递或变换能量。它是利用工作腔的容积变化来工作的，液压元件主要是液压泵与液压马达。液压泵将发动机输出功率变为工作油压并由控制元件将其输入液压马达。其工作油压 $p$ 驱动车轮，系统 $p$ 的大小取决于负载，车辆速度的变化取决于系统流量 $Q$ 。它的特点是：可在大范围内连续地在正、倒车行驶工况内平稳地无级变速，性能接近理想特性；可利用增加液流循环阻力的方法进行动力制动；它亦具有液体传动吸振与降低冲击的能力；液压元件间用管路连接，便于总布置实现合理布局。因此，近年来在车辆上，特别是在推土机、装载机上获得了应用。但是它的效率显著低于纯机械传动，液压元件制造精度高、成本高，功率特别大的液压元件制造就更为困难，故多与行星齿轮并联构成液压—机械系统无级传动这种系统，液压只传递总功率的几分之一，总效率也得到较大提高，并减小了研制大功率纯液压传动的困难，所以它已在汽车、军用车辆以及飞机牵引车上获得应用。而高速履带车辆，因要求速度高、机动性强、功率大，所以目前正处于由机械传动逐步向液力和液压传动过渡的时代。

## 三、机械传动

在介绍的各类传动中，仅机械传动有有级自动变速与无级自动变速之分。

### 1. 有级式自动变速

有级式机械变速是指常见的齿轮式变速传动，它又分固定轴式与旋转轴式两种。由于其效率高而稳定、工作可靠，所以虽然是有级有限变速，仍具有很强的竞争性。上述两类液力、液压传动都不得不与其组合成综合式传动，以提高效率、改善使用经济性。

旋转轴式（行星齿轮）因传动易于实现自动化，结构紧凑、重量轻；特别是其具有可实现功率分流的长处，使液力机械传动向多相化发展，内分流、外分流及混合分流的多相自动变速不断出现，进一步提高了效率与扩大了高效范围，故大多数有级变速均为此型式。它在整个传动中属于辅助变速，其完整的传动是由三部分组成：

- 1) 液力或液压元件。
- 2) 旋转轴式齿轮变速器。
- 3) 自动变速控制系统。

但这种结构与传统的固定式手动齿轮变速器相比，仍然存在着效率低、结构复杂、制造困难、成本高等缺点，这些不足总在提醒研究人员怎样用最经济的方法去解决车辆的自动变速问题，能否在简单可靠的同步变速器或啮合套变速器基础上尝试其自动化。在很长一

段时间内，对于研究这些问题的努力是失败的。60年代以后电子技术的发展，才提供了合理控制象变速那样复杂过程的可能性。开始出现了对传统的离合器与手动机械变速器的半自动操纵，如美国伊顿(Eaton)的半自动变速器(SAMT)，德国ZF的半自动变速器(Semishift)，瑞典斯堪尼亚(Scania)的“CAG”，英国福特(Ford)与Ferrati的电子同步变速装置(ESTA)等。在这一过程中，设计者仍然未能越过到达全自动变速的关键一步，即控制过程特别困难的起步过程的自动化，其关键技术在于对离合器的最佳控制。1983年日本五十铃公司作出了突破，在世界上最先研制成功电子控制全机械式有级自动变速器NAVI-5，装于ASKA轿车投放市场，以60km/h行驶时，比液力机械自动变速节油10%~30%左右，受到了普遍欢迎。日野的蓝带大客车也基本上同时装上了这种类型的“EE”驱动。这是一种既经济又方便的传动。美国伊顿公司在1983年也宣布成功地将重型货车的手动变速器实现了自动化，称之为“AMT”。福特公司也在进行类似的研究，声称有望获得27%的节油效果。德国的ZF公司对“Ecosplit”变速器的16档也完全实现了自动换档，这称之为“Autoshift”装置，1988年装于Geneva货车上。此外，德国的大众(VW)、意大利的菲亚特(FIAT)、法国的雷诺(Renault)以及日本的丰田等公司也都相继开展这方面的研究与开发。

用微电子技术改造传统的手动变速器使其自动化，其实践的结果证明：它既具有液力机械传动自动变速的全部优点，又保留了齿轮式机械变速器传动效率高、价廉、易于制造的长处，以其优良的性能获得用户的好评。吉林工业大学等单位也正在进行这方面研究，并已取得进展。

## 2. 机械式无级变速

省油、降低排气污染、操纵方便、行驶舒适的机械无级传动(Continuously Variable Transmission，简称CVT)一直是人们追求的目标。早期通过双锥体改变接触半径实现传动比连续变化的办法，因接触部分挤压应力太高而难于实用化，后发展为皮带传动。目前技术上又有突破，已将原来DAF汽车的橡胶材料的无级传动皮带，改为由许多薄钢片穿成的钢环，使其与两个锥轮的槽，在不同半径上“咬合”来改变速比。这就是VDT(Von Doorne's Transmission)，它已于1982年正式作为商品装车出售。1987年美国福特公司在市场上首次推出装用这种钢环的CVT，意大利菲亚特公司和鲍格—温纳(Borg-Warner)公司也准备成批投产。日本富士重工1984年宣称“ECVT”的无级传动已实用化。与此同时，德国PIV公司1956年开始了链传动CVT的研究，1957~1968年，在包括美国的约翰-迪尔(John-Deere)等13家公司的合作下，生产了链传动CVT的农用拖拉机。1969年德国的NSU、大众公司、英国的福特公司等，在轿车上也装用这种CVT。它们均将其作为改善汽车品质的主攻方向之一。

从理论上说，CVT可使发动机始终在经济工况区运行，从而大幅度省油，但是由于CVT是摩擦传动，主要缺点也是效率差，以致初期CVT装置与手动变速相比并不省油。经过一段努力，现在可以使燃料经济性改善10%~20%。它使汽车具有一个没有“漏洞”的牵引性能，而且加速时无需切断动力。而手动变速与其相比，显然损失了很多加速能力，所以CVT车辆，不仅舒适而且超车加速性能好。

## 四、电传动

电传动与液压车轮马达相似，它取消了机械传动中的传统机构，而代之以电流输至电动机(通常为电动轮)，以驱动汽车。其电传动型式有：直流发电机——直流(电动机)驱动，交

流发电机——直流驱动，交流发电机——交流驱动，交流发电机——直流变频——交流驱动等几种。这也反映了电传动的发展过程，特别是最后一种型式，它把经可控硅整流得到的直流电，经逆变装置变为频率可变的交流电，使电机在变频交流电驱动下速度可调。其结构简单、尺寸小、重量轻、成本低，可制成大功率电传动，因而是发展方向。

电传动的优点是：

- 1) 可按汽车行驶功率要求，以最经济的转速运行，得到恒定功率特性。
- 2) 可无级变速，起动及变速平稳。
- 3) 能将电动机转换为发电机实现制动，提高行驶安全性。
- 4) 动力装置和车轮之间无刚性联系，便于总体布置及维修。

但电传动的主要缺点是价格高，它比液力机械传动还要高20%，自重大并要消耗大量有色金属，故载重大用它才有利。目前在载重850kN以上的矿用自卸车、大铲运机及轮式装载机上，采用电传动已成为发展趋势。

另一种以新型蓄电池、燃料电池作为能源的电动汽车，它不用石油燃料、无污染、能量转换效率高，因而将被广泛应用于短途运输的轿车、大客车、货车上。日本的电源公司、美国通用公司、德国大众公司等研制的电动车已基本满足使用者的需要。

## 五、储能传动

上述诸类传动虽然也考虑了与发动机的匹配。但重点还限于研究本身的经济性与方便性。这个潜力毕竟是有限的。储能传动的重点已扩展到与传动系相联的两端：一是研究车轮上制动能量的回收；另一是研究如何合理调节发动机负荷。

过去车辆的制动能量都浪费了，而且还给人们带来制动噪声的公害和降低制动器寿命。电子控制又开拓了自动变速技术的新领域。它可使制动能量以高压油或飞轮动能等其它形式回收储存起来，并在车辆加速或其它作业时重新释放出来，以帮助驱动车辆，或举升垃圾等。它用于城市大客车、清理垃圾车、工业叉车等，可节油20%~30%。

与此同时，如果再配以间歇工作或分缸点火来合理调节发动机负荷，使其始终在最佳油耗下工作，消除或减少发动机长时间怠速运转状态，节油效果会高达40%以上。但其初始成本高、自重大、液压系统的效率有待提高、噪声需要降低，更重要的是发动机间歇工作应不过分降低其寿命，并在乘客能承受的范围之内，同时还应考虑传动系统的动力响应。

## §1-2 自动变速的优缺点

### 一、为什么要自动变速

自动变速比现有的手动操纵究竟有哪些好处，这好比攀登珠穆朗玛峰，并非一开始就能看到多种效益，而是攀登得越高，眼界就越开阔。自动变速的高峰是值得攀登的。

(1) 自动变速消除了驾驶员换挡技术的差异性 我们知道，车辆性能的优势除与其自身的结构有关外，还取决于正确的控制和操纵。自动变速就是让系统设计自动完成使用要求，以使整车获得最佳的燃料经济性、动力性和低的污染排放，而与驾驶员的技术水平无关。

现有车辆常用的负荷率偏低，不到35%，它使发动机处于非经济区运转，其比油耗上升，即工作效率下降。一般发动机的比油耗变化范围很宽，以492Q发动机为例，可达3.95~

$816\text{g}/(\text{kW}\cdot\text{h})$ 。可见，不同工作区效率相差一倍以上。故需从车辆的整体优化考虑，如以 $\eta_a$ 代表整车效率， $\eta_T$ 表示传动效率， $\eta_w$ 表示车辆的附着效率，则：

$$\eta_a = \eta_e \eta_T \eta_w$$

对正常硬路面，一般不易出现车轮打滑现象，则可暂不计 $\eta_w$ ，故本书研究的中心是从传动系变速的角度，使 $\eta_a = (\eta_e \eta_T)_{\max}$ 。

当然，要使汽车在每一种负载、路况下都能在 $(\eta_e \eta_T)_{\max}$ 下工作，不用说对一般驾驶员，就是对熟练的驾驶员也非易事，这只有靠自动变速技术，按照预定的最佳规律变换才能实现。

(2) 自动变速提供了好的传动比转换性能 自动变速的速度变换不仅快而且连续平稳，提高了乘坐舒适性。驾驶员技术不再是一个影响因素，这对今后汽车进入家庭和非职业驾驶员越来越多的情况尤为重要。

自动变速中有两类，一是无级变速，如液力变矩器、液压传动、机械式无级传动(CVT)、电传动等；另一类是有级式自动变速。无级变速可以消除或减弱动力传动系中的动载；而是有级自动变速，由于它能自动同步换档、离合器可按最佳接合规律接合，也避免了手动换档粗暴所产生的冲击与动载，这对在地形复杂、路面恶劣的现场作业或越野行驶时的工程车辆、自卸汽车以及军用车辆都特别重要。试验表明，在最坏的路段行驶时，自动变速的车辆传动轴上，最大力矩峰值只相当于手动换档的20%~40%，原地起步时力矩峰值只相当于50%~70%。因此，可使发动机寿命提高1.5倍，变速器寿命提高2~3倍，其它传动系零部件寿命也将提高1.5~2.5倍。显然，同时也使乘坐舒适性大大提高。

(3) 方便地自动变速可减轻驾驶员疲劳并提高行车安全性 操纵车辆的任务在于：根据不断变化的道路、交通情况，对车辆的行驶方向和速度进行机动灵活的控制。然而，如果驾驶员进行连续不断地频繁操作，将使其注意力分散，甚至陷于紧张忙乱之中。据统计：城市大客车平均每分钟换3~5次档，驾驶员就要连续完成20~30个手脚协调动作。这种连续频繁而紧张的劳动常会有两个结果，一是加速驾驶员精神与体力上的疲劳，分散了行驶方向上的注意力，使交通事故增加；二是因疲劳而懒于换档，简单地以油门大小代替变速，从而牺牲燃料经济性换取暂时的休息。而自动变速，则从根本上简化了操纵，离合器踏板、变速杆都取消了，驾驶员只要控制油门，即控制了自动变速。如果采用巡航控制，甚至不用踩油门，极大地改善了驾驶员的劳动条件，这对老年与妇女驾驶员无疑是一个福音，驾驶员可以集中精力于外界情况、仅掌握方向即可进行操纵，从而使行车事故降低了1/4~1/3，对工程车辆可提高生产率1.3倍。

(4) 自动变速减少了污染 在车辆保有量多的城市，汽车排出的有毒物质是主要公害之一，但废气中有毒物质的含量与发动机的使用条件有关：

- 1) 稳定工作排放量小，非稳定则排放量大。
- 2) 与转速有关。汽油机接近怠速时CO浓度高，而CH则与转速 $\eta_e$ 成正比，随转速升高浓度也提高；故在极高与极低的转速工作或加速，容易产生浓烟。

手动变速为非动力换档，由于换档过程中供油量急剧变动，所以非稳定工况强烈，转速变化也大起大落，从而导致污染严重；而无级变速和自动换档技术多属动力换档，且能把发动机设计在较小污染的转速范围工作，从而使污染降低。

## 二、缺点

1) 虽然自动变速装置的型式多种多样，但与手动变速相比，其结构复杂、精密度高的零件多，加工量大，制造难度大，成本较高，相应的维修技术也较复杂，但有些使用经济性比较高，如电控机械式有级变速器、CVT等，可部分或完全补偿初始成本的增加，事实上，它使驾驶员免费获得了驾驶轻便性，故提高各类自动变速系统的经济性是今后努力的主要课题。

2) 比手动齿轮式变速的效率低，这是无级传动的共同特点。但是从整车的效率来看，通过采取与发动机的最佳匹配，遵循最佳换挡规律，采用变矩器的闭锁，增加机械档数与采用超速档等措施，已可使效率较低的液力机械传动达到了手动变速的水平，故从系统工程角度考虑，全面挖潜是重要的。

## 第二章 液力变矩器

### §2-1 液力传动的基本知识

#### 一、连续性微分方程

液力传动的工作介质，在不高的压力下工作，可视为不可压缩流体。在运动于封闭管路时，通过任一有效断面 $S_A$ 、 $S_B$ 、 $S_z$ 等处的流体质量是不变的，即：

$$\rho v_A S_A = \rho v_B S_B = \rho v_z S_z = \dots = Q = \text{常数} \quad (2-1)$$

式中  $\rho$ ——液体密度；

$v_A, v_B, v_z$ ——相应断面处的液体流速；

$S_A, S_B, S_z$ ——与相应流速垂直的过水断面面积。

这就是连续性条件，亦称流量 $Q$ 不变方程式。对不可压缩流体， $\rho = \text{常数}$ ，式(2-1)可表示为：

$$vS = \text{常数}$$

在三维运动空间，连续性条件将以微分形式表示出来，即流进和流出微元平行六面体（见图2-1）的流量相等。

沿 $x$ 轴方向之分速 $v_x$ 流入面 $ab$ 的流量为 $\rho v_x dy dz$ ，流出量是 $(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) \rho dy dz$ ，则 $x$ 方向净流出量为：

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy dz \quad (2-2)$$

类似地得出 $y$ 和 $z$ 轴方向的净流出流量。据连续性条件，净流出流量总和应为零，即：

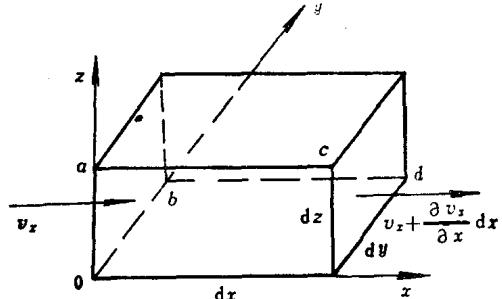


图2-1 液体微元六面体的流动情况

$$\rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dx dy dz = 0$$

或记为

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2-3)$$

式中  $\operatorname{div} \mathbf{v}$ ——矢量场 $\mathbf{v}$ 的散度；

$\nabla$ ——汉弥尔登算子。

式(2-3)是连续性微分方程式，说明 $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$ 的场为管形场，不可压缩流体在其中运动时，流速受式(2-3)限制，不能是任意的。

#### 二、理想液体及实际液体的运动微分方程

忽略了粘性的液体称为理想液体。它的任何表面上无切向力而仅有法向力，从而使理想流体的动压力具有静压力性质。在运动的理想流体中取一微小的平行六面体的质点（见图2-

2a), 每边长为 $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$ , 且分别与相应的坐标轴 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 平行。质点上的外力有表面压  
力、质量力和惯性力。 $x$ 轴方向的合力有下述几种。

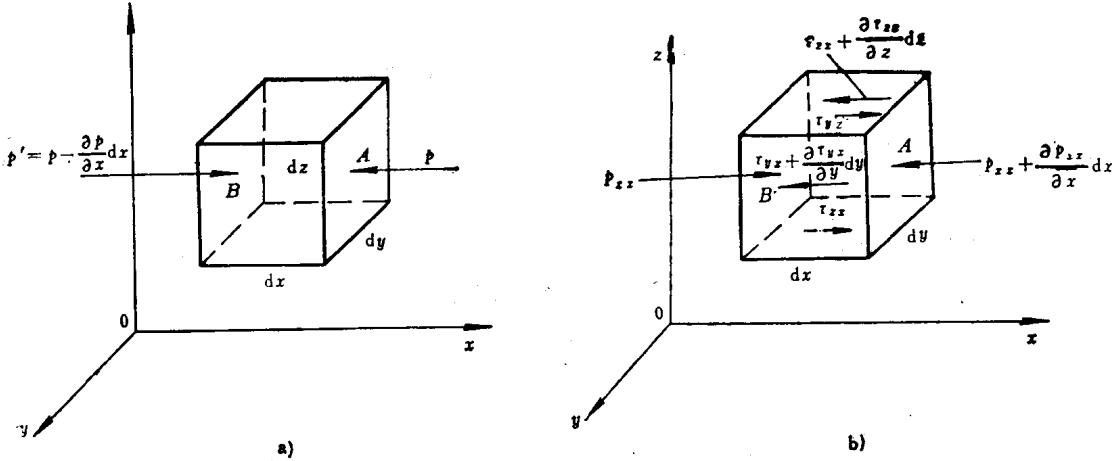


图2-2 微元六面体的受力情况

### 1. 表面力

$A$ 处的压力为 $p$ , 它产生合力为 $-pdydz$ , 负号说明方向与 $x$ 轴相反;  $B$ 处压力 $p' = p - \frac{\partial p}{\partial x}dx$ , 其合力为 $[p - (\partial p / \partial x)dx]dydz$ , 方向与 $x$ 轴一致, 前后两面的压力差为:

$$\left( p - \frac{\partial p}{\partial x}dx \right) dydz - pdydz = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz$$

### 2. 质量力

以 $F_x$ 、 $F_y$ 和 $F_z$ 分别表示流体单位质量力 $F$ 在三个坐标方向的分力, 则 $x$ 轴方向的质量分力为 $F_x\rho dxdydz$ 。

### 3. 惯性力

$x$ 轴上的惯性力分量为 $\rho dxdydz(dv_x/dt)$ 。根据牛顿第二定律, 作用于六面体上的诸力在任一轴投影的代数和应等于六面体的质量与该轴分加速度的乘积。对于 $x$ 轴有:

$$\rho dxdydz \frac{dv_x}{dt} = F_x \rho dxdydz - \frac{\partial p}{\partial x} dxdydz$$

则理想流体单位质量在 $x$ 轴方向的方程为:

$$\frac{dv_x}{dt} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

同理可得 $y$ 、 $z$ 轴方向的方程, 联立为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dv_y}{dt} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dv_z}{dt} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

式(2-4)为理想流体运动微分方程, 亦称欧拉(Euler)运动微分方程。

但是实际流体都是有粘性的, 因此在运动时, 表面出现切向应力。它具有摩擦力性质,

故可用牛顿内摩擦定律，即以动力粘度 $\mu$ 与速度梯度grad  $v$ 乘积的负值来表示。同时粘性还使表面也产生法向应力的附加压力 $p'$ ，亦可按此定律计算。与理想流体相比，由图2-2b可知，仅表面力不同，在 $x$ 方向的合力为：

$$-\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right) dx dy dz$$

则 $x$ 轴方向的动平衡方程，经整理后得：

$$F_x - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) = \frac{dv_x}{dt} \quad (2-5)$$

同理，对其他两坐标轴也可得类似方程，联立得以应力表达的实际流体的运动微分方程：

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) &= \frac{dv_x}{dt} \\ F_y - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) &= \frac{dv_y}{dt} \\ F_z - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) &= \frac{dv_z}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

根据切应力成双定理： $\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\mu(\partial v_x / \partial y + \partial v_y / \partial x)$ ， $\tau_{yz} = \tau_{zy} = -\mu(\partial v_y / \partial z + \partial v_z / \partial y)$ ， $\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\mu(\partial v_z / \partial x + \partial v_x / \partial z)$ ，并以牛顿内摩擦定律表示切向应力与法向应力。仍以方程组(2-6)中第一个方程为例，代去 $\tau_{yz}$ 、 $\tau_{zz}$ 及 $p_{zz} = p + p_z'$ ，可化为：

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] = \frac{dv_x}{dt} \quad (2-7)$$

因连续性条件为：

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

则式(2-7)变为：

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) = \frac{dv_x}{dt}$$

同理，对其余方程亦可得类似结果，最后方程组(2-6)化为比较简单易解的形式：

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) &= \frac{dv_x}{dt} \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) &= \frac{dv_y}{dt} \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) &= \frac{dv_z}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

式(2-8)即为诺维—斯托克斯(NAVIER-STOKES)方程，显然，如忽略粘性力，它与欧拉方程形式相同。如果等式左边括号部分以汉弥尔登算子 $\nabla$ 形式表示，以运动粘度 $\nu$ 代替 $\mu/\rho$ ，则式(2-8)变为：

$$\frac{dv}{dt} = F - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 v \quad (2-9)$$

注意，因推求切向应力与法向应力时，是以牛顿内摩擦定律为出发点的，它只限于层流，故诺维—斯托克斯方程也适用于层流。在变换中引用了不可压缩流体的连续性微分方程，故它亦限于不可压缩流体。从式(2-8)可知，它包含四个未知量：动压力 $p$ 和三个速度分量 $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$ 。

$v_x, v_z$  方程组(2-8)已有三个式子, 再引入连续方程式(2-3), 原则上可求出这四个未知函数。

### 三、相对运动伯努利方程

实际的不可压缩流体在重力场作用下处于稳定流动状态, 流量沿程不变, 且所选过流断面附近是缓变流动 (如图2-3所示), 可用诺维—斯托克斯方程积分得到下列伯努利方程:

$$\begin{aligned} E_{PA} + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} &= E_{Px} + \frac{p_x}{\rho g} + \frac{v_x^2}{2g} + \Sigma H_{S(A-x)} \\ &= E_{PB} + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + \Sigma H_{S(A-B)} \end{aligned} \quad (2-10)$$

式中  $E_{PA}, E_{Px}, E_{PB}$  ——所取断面到基准面A-B处的单位重量液体的位能;

$\Sigma H_{S(A-x)}, \Sigma H_{S(A-B)}$  ——单位重量液体由A流至x或B时的总损失。

式(2-10)说明, 任意一点单位重量液体的能量均由位能  $E_P$ 、压能  $p/\rho g$  及动能  $v^2/2g$  三部分组成, 如不计损失, 则三者能量之和不变。这就是液体在封闭管路中流量的能量守恒定律。

液体在旋转叶轮流道中的运动是复杂运动, 一方面作相对运动  $w$ , 同时又随叶轮作旋转运动  $u$  (牵连运动) (见图2-4), 其绝对速度  $v$  为:

$$v = w + u \quad (2-11)$$

液体质点除受重力外, 还有离心力和哥氏力作用。因哥氏力垂直于相对速度, 故在相对运动中, 哥氏力不做功。这样, 将液体运动微分方程中的质量力用重心力  $F_z = -g$  和离心力  $F_x = \omega^2 x, F_y = \omega^2 y$  代入, 而速度用相对速度  $w$  代替, 经过数学运算, 便可得到相对运动伯努利方程为:

$$\begin{aligned} F_{z1} + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \\ = F_{z2} + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} + \Sigma H_s \end{aligned} \quad (2-12)$$

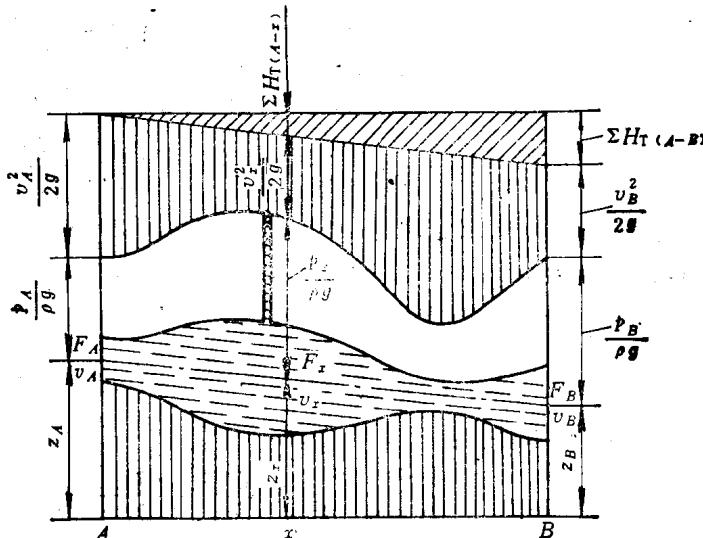


图2-3 能头高度图

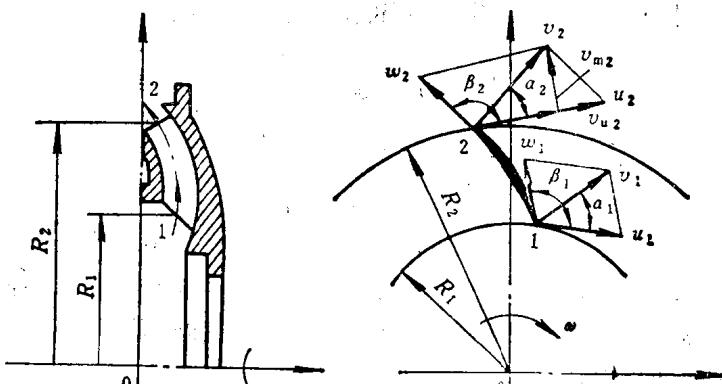


图2-4 液体在旋转工作轮中的流动

由于液体从旋转的叶轮获得离心力所做功为  $(u_2^2 - u_1^2)/2g$ , 使入口与出口处总能量不再相等。如果将式(2-10)右边减去此值, 并将  $u^2/2g$  项移至左边, 亦可获得式(2-12)。

#### 四、叶片式水力机械的基本方程式

从上述可知，叶轮与液体相互作用的结果将使液体质点能量发生变化。仍以图2-4为例说明，单位重量的液体在叶轮的入口具有的总能量，即：

$$E_1 = F_{z1} + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}$$

离开叶轮时的总能量 $E_2$ 为：

$$E_2 = F_{z2} + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

设单位重量液体流过叶轮所获得的能量为 $H_L$ ，实际流体在叶轮中流动的总能量损失为 $\Sigma H_s$ 。根据能量平衡，则有：

$$F_{z1} + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + H_L = F_{z2} + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Sigma H_s$$

将式(2-12)减去上式，可得：

$$H_L = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (2-13)$$

此式说明，液体流经叶轮后，能量增量由三个因素决定：

- 1) 绝对速度变化所引起的动能变化。
- 2) 牵连运动中，由于离心力作用引起的压能变化。
- 3) 相对速度变化所引起的压能变化。

由叶轮进出口的速度三角形（见图2-4）可知：

$$\left. \begin{array}{l} w_1^2 = v_1^2 + u_1^2 - 2v_1 u_1 \cos \alpha_1 \\ w_2^2 = v_2^2 + u_2^2 - 2v_2 u_2 \cos \alpha_2 \end{array} \right\} \quad (2-14)$$

因

$$\left. \begin{array}{l} v_1 \cos \alpha_1 = v_{u1} \\ v_2 \cos \alpha_2 = v_{u2} \end{array} \right\} \quad (2-15)$$

将式(2-14)、(2-15)代入式(2-13)得：

$$H_L = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g} \quad (2-16)$$

式(2-16)为叶片式水力机械的基本方程式，亦称欧拉方程式。注意式(2-15)认为，液流沿流道的相对运动方向是沿叶片骨线的切线方向条件下得到的，只有假定叶片无限多、厚度无限薄才能成立，显然这是理论能头，加下标“ $\infty$ ”更为确切，即：

$$H_{L\infty} = \frac{u_2 v_{u2\infty} - u_1 v_{u1\infty}}{g} \quad (2-17)$$

#### 五、有限叶片对液流相对叶栅偏离的影响

液流与叶轮的相互作用，必然使叶片工作面（A面）的压力高于叶片背面（B面）的压力。根据相对伯努利方程，在同半径的圆周上，工作面的相对速度无疑会低于叶片背面的相对速度（见图2-5），叶片间的相对速度介于这两点的相对速度之间。

造成相对速度沿圆周方向分布不均的重要原因

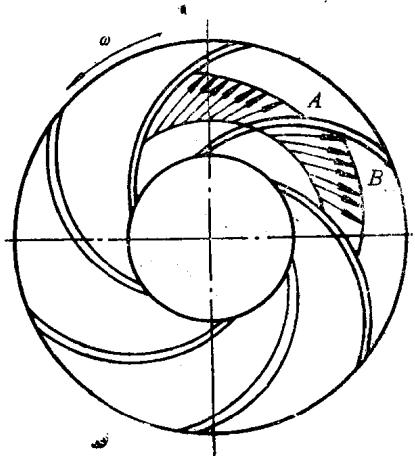


图2-5 叶轮内相对速度的分布

是，在旋转的叶轮中存在相对运动的轴向旋涡，例如观察图2-6a中液体质点A在旋转的封闭容器内的运动情况。当容器绕O点旋转，由于惯性力的影响，置于液面上的浮标N与容器上的标记点A分离，容器中液体相对于容器作旋转运动，若液体粘性很小，则旋转角速度与容器相对O点的旋转角速度 $\omega$ 相等，但方向相反。容器转一圈，液体亦相对容器反向转一圈，具有往复运动性质。若把叶轮进出口封闭且等速旋转时，液体也产生与上述类似的旋涡（见图2-6b）。

由于旋涡运动（又称二次流动），将使对离心式工作轮叶片背面B的液流速度增加，压力下降；而工作面A的流速降低，压力升高。将它再与上面伯努利方程所确定的压力差合成，进一步增加了叶片两侧的压力差，使出口处液流偏向旋转的反方向；进口处由于轴向旋涡影响大，使液流偏向旋转方向（见图2-7a）。对向心式

工作轮（例如向心涡轮），液流由叶轮外缘流向叶轮中心，旋涡运动速度与液流经不转叶轮的相对速度，在工作面是相反，而背面是相同，故使其工作面的相对速度低于背面，即压力高于背面，其出口液流偏向旋转方向，而进口处与旋转相反（见图2-7b）。

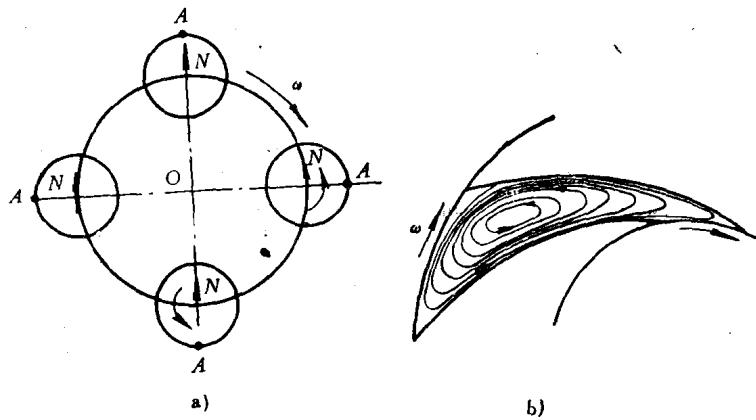


图2-6 液体在封闭容器和流道中的相对旋涡

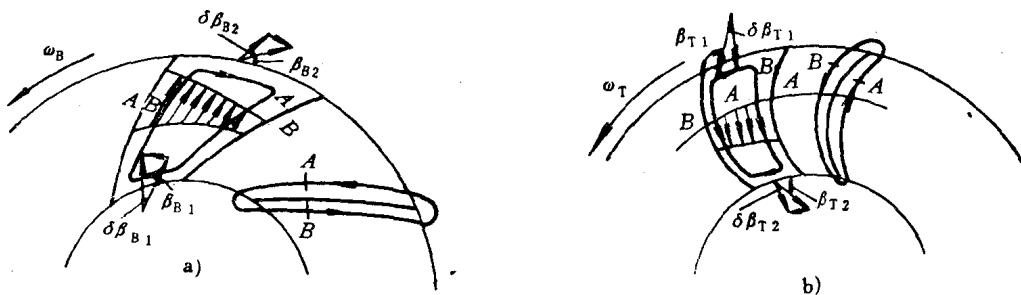


图2-7 叶轮内速度分布及叶轮出口液流的偏离

实际液体是有粘性的，故液流流过叶片时，其表面产生一层附面层，它与机翼翼型绕流时类似，其厚度 $\delta$ 约为翼弦长的1%，在 $\delta$ 内叶型表面流速为零，然后逐渐增加到附面层外流动区的流速。在叶轮的扩散的流道中， $\delta$ 随流速下降而增厚，其影响较大，易产生脱流。但在收缩流道中， $\delta$ 随流速增加而减薄，影响小，难产生脱流。

综上所述，液流的偏离取决于这三种因素的影响，如果引起的偏离方向一致，则叠加使偏离角增大，反之则减小。不旋转的工作轮（如导轮），则无旋涡的影响。由于出口偏离，对离心泵轮来说， $v_{uB_2} < v_{uB_2\infty}$ ，从式(2-17)可知， $H_{BL} < H_{BL\infty}$ ，即泵轮传给液体的能量比理想的 $H_{B\infty}$ 有所下降，应对计算公式修正，即：

$$H_L = \mu H_{L\infty} \quad (2-18)$$

式中  $\mu$  ——有限叶片影响系数，但到目前为止，还没有适当的计算公式，仅借用水泵、压气机中的公式近似估算。