

開明中學講義

# 開明代數講義



開明函授學校出版  
臺灣開明書店印行

民國四十四年十二月臺一版發行  
民國五十一年六月臺四版發行

每冊基價一元二角  
(按照同業規定倍數發售)

開明代數講義

\*

有著作權不准翻印

編著者 開明函授學校

發行人 劉甫琴

印刷者 臺灣開明書店

總發行所

臺北市中山北路一段七七號  
電話四五三六九號  
郵局劃撥賬號第一二五七號

臺灣開明書店

內政部著作權註冊執照警字第六六〇九號

(RG 172 P.)

## 編輯例言

- 一. 本講義爲初級中學程度，以適合自學自修爲目標而編輯，亦可以供在校學生作課外自習之用。
- 二. 本講義取材範圍根據部定中學課程標準。
- 三. 本講義爲適合自學起見，行文講釋力求詳細明白，但亦不陷於累贅囁嚅，以要言不煩爲主旨。讀者對於書中所言，必須一一體會，不厭反覆求詳，勵行復習其效乃見。
- 四. 本講義設題雖未見多，但均極精要。演題乃學算進步必經之階程，讀者必須實事求是，逐題親自演算，否則進步難見；空讀講義，實屬徒勞無功。
- 五. 爲學貴有恆心，自學尤屬必要，算學一科向被視爲乾燥無味，但能用心精進，則其中自有妙味，讀者應於此中發見學習趣味，則自然樂於學習，不患不成矣。
- 六. 本講義雖算術、代數、幾何各訂分冊，但有一貫之索線，須按步就班，循序漸進。
- 七. 本講義所附小註說明，乃算學中最精警之語，幸勿忽視，如能善於體會，不難開竅入室，爲進而修學高等算學之基礎。
- 八. 本講義因篇幅關係，說明容有未盡詳明，取材容有疎漏，幸海內明達有以教正之。

對數表

|    | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|----------|----------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 | 4 8 12 | 17 21 25 | 29 33 37 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0754 | 4 8 11 | 15 19 23 | 26 30 34 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 | 3 7 10 | 14 17 21 | 24 28 31 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 | 3 6 10 | 13 16 19 | 23 26 29 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 | 3 6 9  | 13 15 18 | 21 24 27 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 | 3 6 8  | 11 14 17 | 20 22 25 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 | 3 5 8  | 11 13 16 | 18 21 24 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 | 2 5 7  | 10 12 15 | 17 20 22 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2591 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 | 2 5 7  | 9 12 14  | 16 19 21 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2878 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 | 2 4 7  | 9 11 13  | 16 18 20 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 | 2 4 6  | 8 11 13  | 15 17 19 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 | 2 4 6  | 8 10 12  | 14 16 18 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 2 4 6  | 8 10 12  | 14 16 17 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 2 4 6  | 7 9 11   | 13 15 17 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 2 4 5  | 7 9 11   | 12 14 16 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 2 4 5  | 7 9 10   | 12 14 16 |
| 26 | 4150 | 4165 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 2 3 5  | 7 8 10   | 11 13 15 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 2 3 5  | 6 8 9    | 11 12 14 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 2 3 5  | 6 8 9    | 11 12 14 |
| 29 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 1 3 4  | 6 7 9    | 10 12 13 |
| 30 | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 | 1 3 4  | 6 7 9    | 10 11 13 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 1 3 4  | 5 7 8    | 10 11 12 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 1 3 4  | 5 7 8    | 9 11 12  |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 1 3 4  | 5 7 8    | 9 11 12  |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 1 2 4  | 5 6 8    | 9 10 11  |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 1 2 4  | 5 6 7    | 9 10 11  |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 1 2 4  | 5 6 7    | 8 10 11  |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5785 | 1 2 4  | 5 6 7    | 8 9 11   |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5854 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 1 2 3  | 5 6 7    | 8 9 10   |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 1 2 3  | 4 5 7    | 8 9 10   |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 1 2 3  | 4 5 6    | 8 9 10   |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 7 8    |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 7 8    |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 7 8    |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6929 | 6938 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 | 1 2 3  | 4 4 5    | 6 7 8    |
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 1 2 3  | 3 4 5    | 6 7 8    |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 | 1 2 3  | 3 4 5    | 6 7 8    |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7233 | 1 2 3  | 3 4 5    | 6 7 8    |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 1 2 2  | 3 4 5    | 6 6 7    |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 1 2 2  | 3 4 5    | 6 6 7    |

對數表

|    | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 1 2 3 | 4 5 6 | 7 8 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 | 1 2 2 | 3 4 5 | 5 6 7 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 | 1 2 2 | 3 4 5 | 5 6 7 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 | 1 1 2 | 3 4 5 | 5 6 7 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 | 1 1 2 | 3 4 4 | 5 6 7 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 | 1 1 2 | 3 4 4 | 5 6 7 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 | 1 1 2 | 3 4 4 | 5 6 6 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 6 6 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 6 6 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 6 6 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 5 6 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 5 6 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 5 6 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 | 1 1 2 | 3 3 4 | 5 5 6 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 | 1 1 2 | 3 3 4 | 4 5 6 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 | 1 1 2 | 3 3 4 | 4 5 6 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 | 1 1 2 | 3 3 4 | 4 5 6 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 | 1 1 2 | 3 3 4 | 4 5 6 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 | 1 1 2 | 3 3 4 | 4 5 6 |
| 73 | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 | 1 1 2 | 2 3 4 | 4 5 5 |
| 74 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 | 1 1 2 | 2 3 4 | 4 5 5 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 5 5 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 | 1 1 2 | 2 3 3 | 4 4 5 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 | 0 1 1 | 3 2 3 | 3 4 4 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 97 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 | 0 1 1 | 2 2 3 | 3 4 4 |

# 目 錄

## 第一章 緒 論

|     |              |    |
|-----|--------------|----|
| 第一節 | 以文字代表數 ..... | 1  |
| 第二節 | 正數與負數 .....  | 11 |

## 第二章 整式的四則

|     |                |    |
|-----|----------------|----|
| 第一節 | 整式 .....       | 32 |
| 第二節 | 整式的加法與減法 ..... | 34 |
| 第三節 | 整式的乘法與除法 ..... | 41 |

## 第三章 一次方程式

|     |                  |    |
|-----|------------------|----|
| 第一節 | 一元一次方程式 .....    | 51 |
| 第二節 | 一元一次方程式的應用 ..... | 60 |
| 第三節 | 聯立一次方程式 .....    | 68 |

## 第四章 整式之續

|     |                           |     |
|-----|---------------------------|-----|
| 第一節 | 乘法的公式 .....               | 95  |
| 第二節 | 分解因式 .....                | 102 |
| 第三節 | 最高公因式與最低公倍式 .....         | 116 |
| 第四節 | 多項式的乘法及除法 .....           | 121 |
| 第五節 | 求多項式的最高公因式及最低公倍式的別法 ..... | 129 |

## 第五章 分 式

|     |            |     |
|-----|------------|-----|
| 第一節 | 分式化法 ..... | 137 |
|-----|------------|-----|

|     |       |     |
|-----|-------|-----|
| 第二節 | 分式的四則 | 144 |
| 第三節 | 分式乘除法 | 147 |

## 第 六 章 一 次 方 程 式 之 續

|     |                  |     |
|-----|------------------|-----|
| 第一節 | 可化成一元一次方程式的分方程式  | 159 |
| 第二節 | 可化為聯立一次方程式之聯立方程式 | 164 |
| 第三節 | 應用問題             | 167 |
| 第四節 | 文字方程式            | 172 |

## 第 七 章 冪 及 冪 根

|     |         |     |
|-----|---------|-----|
| 第一節 | 冪       | 177 |
| 第二節 | 冪根      | 181 |
| 第三節 | 開平方及開立方 | 188 |
| 第四節 | 無理數及其計算 | 193 |

## 第 八 章 二 次 方 程 式

|     |                |     |
|-----|----------------|-----|
| 第一節 | 一元二次方程式        | 200 |
| 第二節 | 一元二次方程式根的性質    | 208 |
| 第三節 | 可歸於二次方程式的高次方程式 | 218 |
| 第四節 | 二次方程式應用問題      | 230 |

## 第 九 章 比 及 比 例

|     |       |     |
|-----|-------|-----|
| 第一節 | 比     | 243 |
| 第二節 | 比例    | 246 |
| 第三節 | 成比例的量 | 252 |
| 第四節 | 比例的應用 | 261 |

## 第十章 級數

|     |      |     |
|-----|------|-----|
| 第一節 | 等差級數 | 269 |
| 第二節 | 等比級數 | 279 |
| 第三節 | 極限   | 284 |

## 第十一章 對數

|     |       |     |
|-----|-------|-----|
| 第一節 | 一般的指數 | 293 |
| 第二節 | 對數    | 295 |
| 第三節 | 對數表   | 299 |

## 第十二章 函數與圖解

|     |          |     |
|-----|----------|-----|
| 第一節 | 函數       | 311 |
| 第二節 | 一次式      | 313 |
| 第三節 | 方程式圖解的解法 | 317 |
| 第四節 | 統計圖表     | 325 |

# 第一章 緒論

## 第一節 以文字代表數

代數學和算術同樣，是研究關於數的理論和計算的學科。我們在算術中已經學習過的事項，都是可以作為研究代數學的基礎的。所以也可以說代數學是算術的擴張。即代數學上的各種事項比算術更為普遍，研究結果的可以應用的範圍，也比算術廣大。因為在算術上所講到的數是個個特殊的數，而代數學上所用的，是普遍的一般的數。

代數學的第一特徵，在用文字表數。我們在算術中，只用阿剌伯數字來記數，每一個特殊的數，就有一個相應的數字，而在代數學上，不用這方法，只用若干文字來代替了數，以行種種的研究。代數學上所有的種種方便，大都是因用了文字代表數而來的。

例如在算術中，我們已知  $2-2=0$ ,  $3-3=0$ ，但是這只表示了  $2-2=0$ ,  $3-3=0$  二件特殊的事項而已。我們倘使再知道了  $5-5=0$ ,  $8-8=0$ ,  $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$ ，要表示出來，非得再把這些式子記出來不可。我們再知道了，凡一數減去該數本身，其差常為 0，那麼勢必用文詞記載出來，方能明白，因為我們決不能把各個特殊的式子，盡行寫出來。

在這裏我們倘使用了文字來表數，記出  $a-a=0$  一個式子來。這式子中的文字  $a$  代着一個數，代着一個無論怎樣的數，代

着一個一般的數。這樣我們把上面說的凡一數減去該數本身，其差常為 0 一語，用式子表出來了。這就是用文字代表數所生的便利，同時也就是代數學的便利。

因為代數學上所要研究的數，是一般的數而不是個個特殊的數，所以非用文字代表數不可，若像算術那麼只使用數字來表特殊的數，到底不能研究的。其實也就是因算術是用數字表特殊的數，所以算術上的一切，都是對於特殊的數而言，代數學上用文字代表數，所講述的自然非得成為一般的不可。

所謂一般的數，就是無論什麼數都可以的意思，例如：某數的三倍加二倍，等於該數的五倍，這裏的某數是無論什麼數都可以的，即是一般的數。這話用文字表數而記出來，就是：

$$(a \times 3) + (a \times 2) = a \times 5,$$

在代數學上通常記作：

$$3a + 2a = 5a.$$

又如：甲數加乙數與乙數加甲數相等，即加法的演算與順序無關的一事項，若用文字表數而記出來，就成了：

$$a + b = b + a$$

的式子。

這裏所舉的例，在算術上自然也可明瞭其意義，但其中所說的數，已是說到一般的而非個個特殊的了，所以就可以說是在代數學範圍內的事項。

代數學所用的文字，本來不過是數的記號，故用甲，乙，丙，

代數學的目的，是用式及文字使演算簡單明瞭，並且計算的結果可以普遍適用。其文字所代的是數，而式則是用來代語言的，此處  $a - a = 0$  是一個式子，牠代了凡一數減該數本身，其差常為 0 一語。所以在代數學中，凡算術上要用語句說明的地方，都可用符號和式子來表出，那是一個極大的便利，而且又有簡便明瞭的好處。

丁,……,子,丑,寅,卯,……,或者天,地,玄,黃,……均無不可,但現在普通用着羅馬字母的  $a, b, c, d, \dots, x, y, z$  等。

通常以前面的  $a, b, c, \dots$  等表已知的數,以後面的  $x, y, z$  等表未知的數。

已經說過,文字所代的數,是無定的數,但在同一事項或計算中,某一文字只能代替某一定的數,某一定數也只能用某一定文字來代,否則要混淆不清了。

如上面以  $a$  代甲數,以  $b$  代乙數之後,忽易為以  $c$  代甲,以  $a$  代乙,則式子變成  $a+b=a+c$  便令人不解。

上面已說過代數學上用文字表數的長處,在解問題時更有不少的便利,今示其例於次。

例: 甲有銀 100 元,乙有銀 16 元,問甲給乙若干元,則二人所有銀相等?

#### 算術的解法 1.

甲乙所有銀元變成相等以後,其銀元之和仍不變。是:

$$100 \text{ 元} + 16 \text{ 元} = 116 \text{ 元}。$$

因之其時每人所有的是  $116 \text{ 元} \div 2 = 58 \text{ 元}。$

$$100 \text{ 元} - 58 \text{ 元} = 42 \text{ 元}。$$

故甲應給乙 42 元。

答: 42 元。

#### 算術的解法 2.

現在甲比乙多  $100 \text{ 元} - 16 \text{ 元} = 84 \text{ 元}。$

因之把這多餘的銀元二分,以其半給乙,則二人所有即為相等了。

而  $84 \text{ 元} \div 2 = 42 \text{ 元}。$

答: 42 元。

羅馬字母中的  $o$  與數字 0(零)有相混淆之處,故代數學上,是避開此字母  $o$  的。

代數上用的羅馬字,都寫草體,很少用到大寫的。在不敷用時,就用希臘字母  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  等。

### 代數的解法

設 甲應給乙的爲  $x$  元，

則 甲給了乙後所剩的還有  $(100-x)$  元，

乙受了此銀元後所有的是  $(16+x)$  元。

這二個是相等的，故得次式：

$$100-x=16+x.$$

在此式中， $x$  是未知的數，能求得  $x$  等於何數時，此式方能成立，即得答數。

現在想法子把這數求出來：

在這式的左右兩邊各加  $x$ ，得

$$100=16+x+x.$$

式的二邊各減 16，得

$$100-16=2x.$$

即：

$$84=2x.$$

式的二邊以 2 除，

$$42=x.$$

即：所求之數  $x=42$ 。

### 演算記號

代數學上所有的算法，也脫不出加減乘除四種，其演算的記號與算術相同。

例：一數  $a$  加以另一數  $b$ ，以  $a+b$  表示之。

一數  $a$  中減去另一數  $b$ ，以  $a-b$  表示之。

二數  $a$  和  $b$  的相乘，常略去其間的乘號  $\times$ ，不記作  $a \times b$  而

---

上面的計算，一見雖似較算術的計算爲繁，然此由於尚未熟知代數之故，此等式子的算法，有一定的方法，實比算術容易，而立出這個式子來時，也不必如算術之加思索，習熟後，當可知其便利。

只記號  $ab$ 。 $a \times (b+c)$  記作  $a(b+c)$ 。 $3 \times x \times y \times z$  也記作  $3xyz$ 。

又在不致與小數點相混而生起誤解時，也有於二數間記一點以代乘號的。

如： $a \times b$  記作  $a \cdot b$ ， $3 \times 7 \times 5 \times x$  記作  $3 \cdot 7 \cdot 5x$ 。

凡乘積中有數字又有文字者，把數字記在開頭處，是一定的規則。

如： $a \times 5 \times b \times 7 \times x$  須記作  $5 \cdot 7abx$ 。

二數的相除，用  $\div$  號記出來是很少的，大抵總用分數的形式。

如： $a \div b$  記作  $\frac{a}{b}$  或  $a/b$ 。

$x \div (a+b)$  記作  $\frac{x}{a+b}$  或  $x/(a+b)$ 。

## 式及等式

用演算的記號把文字或數字連結起來的，叫做代數式或單叫式。

代數式是代表語言的，前面已說過了，今示其例：

$a+b$  是說把一數  $b$ ，加到另一數  $a$  上去。

$5a$  是說  $a$  的 5 倍，即  $a \times 5$  的積。

$5a+7$  是說  $a$  的 5 倍，再加上 7。

$\frac{4x+3y}{x-y}$  是說  $4x$  加了  $3y$  後，再以  $x-y$  除。

其他準此。

試把下記的語言用代數式表出之：

1.  $x$  的 8 倍與  $y$  的 2 倍之和。
2. 從  $a$  和  $b$  的積中減  $x$  的 3 倍。
3.  $x, y$  的積的 3 倍加  $z$  的 5 倍；以  $x$  及  $y$  的和除，在其所得商中加上  $a$  的 3 倍。

如： $a+b$ ,  $a(b+c)$ ,  $\frac{x}{a+b}$  等都是式。

把式或文字、數字用等號連結的叫等式。

如： $a+b=b+a$ ,  $3a+2a=5a$ ,  $a-a=0$

及： $100-x=16+x$

都是等式。

## 運算

代數學上的運算與算術相同，看式中的演算符號，倘使只有加減或只有乘除的，可照式的次序，自左而右，順次計算。若是加減乘除混雜的，則先算乘除後算加減。

這裏須注意的，在代數學上，因為用文字來表數，所以計算的結果，也不能常常同算術一樣有確定的數字答數。

例如算術上， $7+8=15$ ，那是有一定結果的，但代數學上， $a+b$  的結果，仍只能用  $a+b$  記出來，而不能再簡單了。算術上， $7 \times 8 = 56$  是有一定結果的，代數學上， $a$  乘  $b$  只記出  $ab$  即可，並不要再計算什麼，式子一點也不能改得再簡單些。

但有些式子，也可以改得簡單些的。

如： $3a+2a=5a$ ,

或： $3a \times 2b = 6ab$ .

這也不過根據了計算的規則，把牠的形式稍加變化罷了。

## 代數式的數值

上面說過，代數式只是一個以演算符號連結文字和數字的式子。這個式子依法運算起來，只能把牠的形式稍改變得簡單些，而牠的數值是不可知的。那的確如此。因為文字所表的是一般的數，無論說牠是什麼數，都可以，自然不能等於一定的數了。但是倘使我們指定某文字等於特定的某數之後，再去計算，那麼代數式的數值是一定的，是可以求得的。

例如： $3a+2a$  一式中，若指定  $a=2$ ；

則： $3a+2a=5a=5\times 2=10$ ，

是有一定的數值了。

又如： $3a\times 2b$  中，若指定  $a=2, b=1$ ；

則： $3a\times 2b=(3\times 2)\times (2\times 1)=6\times 2=12$ ，

也是有一定的數值了。

這樣，指定了特殊的數以代式中的文字，照式計算出來的數，稱為這時的代數式的數值。當然因為所指的數不同，代數式的數值也要不同的。

如：以  $a=3, b=2$ ；

則： $3a\times 2b=(3\times 3)\times (2\times 2)=9\times 4=36$ ，

而不是12了。但指定的數一定時，無論那個式子如何變化，式子的數值是不變的。

如： $3a\times 2b=6ab$ ，

在變成  $6ab$  以後，

設：令  $a=2, b=1$ ；

則： $6ab=6\times 2\times 1=12$ ，

與前面的計算  $3a\times 2b$  一樣的。這理由前面說過的，就是因為式子的變化，原只變化了牠的形式。

## 等式的兩種

等式的意義，前面說過了，是用了等號連結代數式及文字數字的式子。

如： $a+b=b+a$

及： $100-x=16+x$

等都是。

在這裏，我們留心一看，可以知道這二個式子有不同的性

質。在  $a+b=b+a$  一式中，無論我們指定  $a, b$  等於什麼的數，代進去計算等號左右的式子的數值，這個等式，常是成立的。

但在  $100-x=16+x$  一式中，卻不同了。除了  $x=42$  以外，無論用什麼數代  $x$  都不能使這等式成立。因此我們可以知道在代數上，等式有兩種。

等式中的文字，無論用什麼數值代進去，等式常成立的，叫做恆等式。

等式中的文字，須以特殊的數值代進去，方能使得等式成立的，叫做方程式。

所以： $a+b=b+a$  是恆等式，

而  $100-x=16+x$  卻是方程式。

適合於方程式的數值，即代方程式中的文字而使得等式成立的數，稱為方程式的根。

如： $42$  即是方程式  $100-x=16+x$  的根。

有些恆等式，常常被人叫做公式。因為公式是用文字數字演算符號及等號連結的一種式子，特別表示運算的方法，及用無論何數代入即可得出答數來的式子。

所以有些恆等式，因了立腳點的關係，就可以看做公式的。

如： $(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2$ ，

方程式也是一種代數式，當然也代表着一種語句，平常的把應用問題立成方程式，即是把語言改寫成式子的工作。

方程式中的所要求出來的數，即以  $x$  來代的，叫未知數，其他已知的數叫已知數，根就是未知數的值。

方程式有等號相連，在等號左的，稱為其左邊，在右的稱為其右邊，這叫做方程式的兩邊。

是個恆等式，但也可以看成乘法的公式。

又如：大小二數的和為  $a$ ，差為  $b$  時，設大數為  $x$ ，小數為  $y$ ，則

$$x = \frac{a+b}{2}, \quad y = \frac{a-b}{2},$$

便是求大數及小數的公式。

因為二數的和及差，即  $a, b$  無論等於什麼數，只要代入式中，就可以算出二數來了。

### 簡單方程式的解法

前面已有一例，說到應用問題可以用代數學方法解答，即是立了方程式而解之。研究方程式如何解法，是代數學上很重要的事項，以後還要詳細講述，現只示其極簡單之例。

[例 1]  $8x=56$ ，求  $x$ 。

【解】  $x$  的 8 倍是 56，故  $x$  是 56 的八分之一。即

$$x = \frac{56}{8}, \quad x = 7. \text{ 答}$$

#### 習題 1.

求次記各方程式中的  $x$ ：

1.  $7x=105.$

2.  $12x=180.$

3.  $38x=228.$

4.  $64x=24.$

[例 2]  $x+17=35$ ，求  $x$ 。

【解】  $x$  加 17 是 35，所以  $x$  等於 35 中減 17。即

$$x = 35 - 17, \quad x = 18. \text{ 答}$$

在這裏， $8x, 7x$  等的 8, 7 稱為  $x$  的係數。

例 1 的由  $8x=56$  變到  $x=\frac{56}{8}$ ，也可以看做兩邊以  $x$  的係數除之。

例 2 的由  $x+17=35$  變到  $x=35-17$ ，可以看做兩邊各減 17，而形式是左邊的  $+17$  移到右邊成了  $-17$ 。

習題 1 的答： 1.  $x=15.$  2.  $x=15.$  3.  $x=6.$  4.  $x=3/3.$