中学数理化复习丛书

# 平面解析几何

# PINGMIAN JIEXI JIHE

顾 鸿 达 编

ZHONGXUE
SHULIHUA
FUXI
CONG
SHU

上海科学技术出版社

# 平面解析几何

顾鸿达 编

上海科学技术出版社

责任编辑　周玉刚
沈鲲龄

中学数理化复习丛书
平面解析几何
顾鸿达　编
上海科学技术出版社出版
（上海瑞金二路450号）
新华书店上海发行所发行　上海市印刷三厂印刷
开本 787×1092 1/32　印张 6.125　字数 135,000
1986年2月第1版　1986年2月第1次印刷
印数 1—64,300

统一书号：13119·1315　定价：0.84元

# 目　　录

# 前　言

平面解析几何是中学数学的一门重要分科，它是初等数学与高等数学相联系的桥梁，它的内容和方法与中学数学的其他分科知识联系密切．因此，平面解析几何不但是一门综合性较强的学科，而且也是高中数学的重点．

复习解析几何的基本要求是：

(1) 熟练掌握解析几何中关于点与坐标、曲线与方程等的基本概念，理解解析几何的基本思想；能根据曲线的几何条件，选择适当的坐标系，求曲线的方程，画简单的轨迹曲线；

(2) 熟练掌握直线和圆锥曲线的定义、方程与性质，掌握极坐标方程和参数方程的意义与应用；

(3) 熟悉解析几何与代数、三角、平面几何间的一些基本联系，能熟练进行有关的代数运算和三角变换，会利用解析法解一些平面几何问题．

解析几何复习的重点是曲线与方程的关系，直线和圆锥曲线的方程与性质，极坐标方程和参数方程的意义与应用．

为了加强基础、提高能力，在复习解析几何的基础知识、基本方法、基本技能、基本联系时应注意以下几点：

1．*以教材为主，牢固掌握基础知识*

复习解析几何，首先要按教材的要求，弄清定义的本质、重要定理的论证、重要公式的推导和有关曲线的性质，要求学生能正确叙述和表达这些最基本的知识．在此基础上进一步要求学生掌握知识间的纵横联系．

例如在复习直线方程 $y=kx$ 时，可联系直线的极坐标方程 $\theta=\mathrm{arc\,tg}\,k$，直线的参数方程 $\begin{cases}x=t\cos\theta,\\ y=t\sin\theta\end{cases}$ (其中 $t$ 为参数, $\theta$ 为常数, $\theta\in[0,\pi)$)进行比较．在比较中要求学生掌握：(1)这三个方程都可理解为过原点(或极点)的直线系方程．但是 $y=kx$ 中不包括直线 $x=0$；$\theta=\mathrm{arc\,tg}\,k$ 中不包括直线 $\theta=\frac{\pi}{2}$；而直线的参数方程能表示过原点的一切直线．(2)若直线 $y=kx$ 的倾角为 $\theta$，$\theta$ 不能就用 $\mathrm{arc\,tg}\,k$ 来表示，而须对 $k$ 的符号进行讨论．当 $k\geqslant 0$ 时，$\theta=\mathrm{arc\,tg}\,k$；当 $k<0$ 时，$\theta=\pi+\mathrm{arc\,tg}\,k$．同样，极坐标方程中的 $\theta$ 表示式不能简单地理解为直线的倾角，而是过极点的直线与极轴的夹角．

又如在复习圆的方程时，可让学生对教材中出现的常见的圆方程进行归类，如

(1) $x^2+y^2=r^2$;

(2) $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$;

(3) $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$;

(4) $\rho=r$;

(5) $\rho=a\cos\theta$;

(6) $\rho=a\sin\theta$;

(7) $\begin{cases}x=r\cos\theta,\\ y=r\sin\theta,\end{cases}$ $\theta$ 为参数；

(8) $\begin{cases}x=h+r\cos\theta,\\ y=k+r\sin\theta,\end{cases}$ $\theta$ 为参数．

要求学生理解并掌握上述方程中的每个字母(常数与参数)的意义．这些知识的理解和掌握往往是灵活解题的前提．

例如，已知圆 $\odot O$：$x^2+y^2=1$ 上的一点 $A$，与另一圆

$\odot C$：$(x-1)^2+y^2=1$ 上关于 $x$ 轴成对称的两点 $B_1$，$B_2$．求证：$|AB_1|^2+|AB_2|^2\geqslant 2$．

如果注意到圆方程的多种形式，而设 $\odot O$ 和 $\odot C$ 成参数方程：

$$\odot O:\ \begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}\ (\theta\text{ 为参数})；$$

$$\odot C:\ \begin{cases} x=1+\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}\ (\theta\text{ 为参数})$$

根据参数 $\theta$ 的几何意义，可设点 $A$，$B_1$，$B_2$ 的坐标分别为：

$$A(\cos\alpha,\ \sin\alpha)\quad (0\leqslant\alpha<2\pi),$$

$$B_1(1+\cos\beta, \sin\beta),\ B_2(1+\cos\beta, -\sin\beta)\quad (0<\beta<\pi),$$

再利用距离公式就不难证得结论．

基础知识的复习，一般采用总结、练习、讲评的形式进行．复习课的练习题不宜太难，要针对学生的实际情况．重点是巩固基础知识和掌握基本方法，适当进行综合练习，逐步提高．

**2．熟练基本运算，掌握基本方法和基本技能**

解析几何就是用代数方法解几何问题．通过坐标系，建立了形与数的联系，也促成它们间的相互转化．要熟练掌握点与坐标、曲线与方程的相互转化，首先要正确熟练地掌握解析语言．对于坐标平面上的点，定比分点，两点间的距离，点到直线的距离，斜率，倾角，两条直线的平行、垂直与交角，三角形的面积，圆锥曲线的定义和性质等都能用有关的坐标、式子和方程来表示．反过来，对于给出的一些式子也能正确赋予一定的几何意义．这个基本思想在复习中必须贯穿始终．

解析几何的基本方法一般是指：正确掌握各种求点和设

点的方法，求距离和交角的方法，求轨迹的方法，利用待定系数法求曲线方程的方法，画方程的曲线的方法，利用解析法求解、证明平面几何问题的方法等等．

根据曲线的几何性质求轨迹，是解析几何中的基本问题．要求学生掌握求轨迹方程的几种常用方法：普通法，代入法，参数法，极坐标法与复数法．对于求轨迹，还要能画出简单曲线的大致图形，学生常常忽视轨迹方程与曲线间的充要关系，复习时必须注意根据曲线的性质确定方程所表示的曲线的范围．

例如，过$\odot O$：$x^2+y^2=r^2$外一点$P(a, 0)$ $(a>r)$，引$\odot O$的割线$PAB$，求弦$AB$的中点$M$的轨迹．利用$OM\perp PM$，容易求得点$M$的轨迹方程为$x^2+y^2-ax=0$．但是，点$M$的轨迹只是该圆在$\odot O$内的一段弧．不少学生容易忽视条件对轨迹方程的限制．

已知曲线的类型求它的方程时，除了能直接写出的曲线方程外，通常都利用待定系数法．用待定系数法求曲线方程时，要善于根据已知曲线的特征选择方程的适当形式，还要正确掌握决定各类曲线方程的独立条件数．

正确熟练地进行代数运算是正确解解析几何题的保证．但是解析几何的解题不能一味地采用求交点，算距离的计算方法．解析几何复习中要十分重视通过对典型例题的分析，或对典型练习题的讲评，在巩固知识和熟练掌握方法的同时，引导学生掌握解析几何的一些基本技能．如会恰当地选择坐标系；会充分利用一元二次方程的根与系数的关系；会利用图形的几何性质；会灵活地进行等量代换；会使用参数设点及求曲线方程等等．这里举一个恰当选择坐标系与方程的例题．

**例** (1) 通过椭圆的焦点$F$引互相垂直的两弦$PFP'$与

$QFQ'$,求证: $\dfrac{1}{|PP'|}+\dfrac{1}{|QQ'|}$ 为定值;

(2) 若椭圆上的三点 $P$, $Q$, $R$ 与它的中心连线所夹角都成 $120°$,求证: $\dfrac{1}{|OP|^2}+\dfrac{1}{|OQ|^2}+\dfrac{1}{|OR|^2}$ 为定值.

**解** (1) 设椭圆方程为 $\rho=\dfrac{ep}{1-e\cos\theta}$, 并设 $P(\rho_P,\ \theta)$, 则 $Q\left(\rho_Q,\ \theta+\dfrac{\pi}{2}\right)$, $P'(\rho_{P'},\ \theta+\pi)$, $Q'\left(\rho_{Q'},\ \theta+\dfrac{3\pi}{2}\right)$. 于是,

$$\rho_P=\frac{ep}{1-e\cos\theta},\ \rho_{P'}=\frac{ep}{1+e\cos\theta},$$

$$\rho_Q=\frac{ep}{1+e\sin\theta},\ \rho_{Q'}=\frac{ep}{1-e\sin\theta}.$$

$$\therefore\quad \frac{1}{|PP'|}+\frac{1}{|QQ'|}=\frac{1}{\rho_P+\rho_{P'}}+\frac{1}{\rho_Q+\rho_{Q'}}$$

$$=\frac{1-e^2\cos^2\theta}{2ep}+\frac{1-e^2\sin^2\theta}{2ep}=\frac{2-e^2}{2ep}(\text{定值}).$$

(2) 以椭圆中心 $O$ 为极点,以长轴为极轴建立极坐标系,则椭圆方程可表示成

$$\frac{\rho^2\cos^2\theta}{a^2}+\frac{\rho^2\sin^2\theta}{b^2}=1,$$

$$\frac{1}{\rho^2}=\frac{\cos^2\theta}{a^2}+\frac{\sin^2\theta}{b^2},$$

设 $P$, $Q$, $R$ 所对应的极角分别为 $\theta$, $\theta+\dfrac{2\pi}{3}$, $\theta-\dfrac{2\pi}{3}$. 则

$$\frac{1}{|OP|^2}=\frac{\cos^2\theta}{a^2}+\frac{\sin^2\theta}{b^2},$$

$$\frac{1}{|OQ|^2}=\frac{\cos^2\left(\theta+\dfrac{2}{3}\pi\right)}{a^2}+\frac{\sin^2\left(\theta+\dfrac{2}{3}\pi\right)}{b^2},$$

$$\frac{1}{|OR|^2}=\frac{\cos^2\left(\theta-\frac{2}{3}\pi\right)}{a^2}+\frac{\sin^2\left(\theta-\frac{2}{3}\pi\right)}{b^2},$$

$$\because\quad \cos^2\theta+\cos^2\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos^2\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{3}{2},$$

$$\sin^2\theta+\sin^2\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right)+\sin^2\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{3}{2},$$

$$\therefore\quad \frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}+\frac{1}{|OR|^2}=\frac{3(a^2+b^2)}{2a^2b^2}(\text{定值}).$$

适当选择坐标系是十分重要的技能．一般说来，凡是研究圆锥曲线的焦点弦问题，如本例(1)，常使用极坐标系下的圆锥曲线统一方程；当研究有心圆锥曲线的半径之间关系时，如本例(2)，又往往用以中心为极点，以对称轴为极轴的极坐标系下的极坐标方程．坐标系与方程的选择能直接影响计算的简繁．

利用参数设点、利用参数求轨迹、利用直线的参数方程讨论直线与曲线的关系等，也是解析几何解题中的一种重要技能，在复习时要予以相当重视．

基本方法与基本技能的复习，一般采用专题讲解，典型例题分析，或者布置复习小结的形式进行．

3．熟悉基本联系，提高综合解题能力

解析几何与代数方法有密切的联系，熟练地进行代数变换是提高解题能力的基础．

**例**　求曲线$x^2+4y\sqrt{4-x^2}-4y^2-4=0$上的点到点$A\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$的最短距离和最长距离．

**解**　可将原方程变换成

$$4y^2-4y\sqrt{4-x^2}+(4-x^2)=0,$$

$$(2y-\sqrt{4-x^2})^2=0,$$

$$2y=\sqrt{4-x^2},$$

$$\frac{x^2}{4}+y^2=1\,(y\geqslant 0).$$

$\because$ 上述方程是表示上半椭圆周，为求到点 $A$ 的距离，设椭圆上的点 $P$ 的坐标为$(2\cos\theta,\ \sin\theta)$，其中 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$. 于是

$$\begin{aligned}|PA|^2&=4\cos^2\theta+\left(\sin\theta+\frac{1}{2}\right)^2\\&=-3\sin^2\theta+\sin\theta+\frac{17}{4}\\&=-3\left(\sin\theta-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{13}{3},\end{aligned}$$

当 $\sin\theta=\dfrac{1}{6}$ 时，$|PA|^2$ 有最大值 $\dfrac{13}{3}$；

当 $\sin\theta=1$ 时，$|PA|^2$ 有最小值 $\dfrac{9}{4}$.

$\therefore$ 当曲线上点 $P$ 位于$\left(\pm\dfrac{\sqrt{35}}{3},\ \dfrac{1}{6}\right)$时，$|PA|_{最大}=\dfrac{1}{3}\sqrt{39}$；当点 $P$ 位于$(0,\ 1)$时，$|PA|_{最小}=\dfrac{3}{2}$.

本例与代数和三角有较多的联系，而且被联系到的知识点与方法又都是很基本的. 在复习基本联系时还要注意针对学生的知识和技能的薄弱环节，加强训练. 本例中，如学生不熟悉代数式的变换，就得不出椭圆的方程；如学生不注意方程中的 $y$ 是非负的，那么点 $A$ 到椭圆的最短距离为 $\dfrac{1}{2}$ 了；如学生不会利用参数设椭圆上的点，将会增加计算上的困难.

讨论直线与圆锥曲线的位置关系，讨论一般二次曲线的类型，是联系代数不等式的主要途径. 此外，还要重视与复数的联系，要切实掌握利用复数运算的几何意义求点的方法，要熟悉式子 $|z|=r$，$|z-z_0|=r$，$|z-z_1|+|z-z_2|=2a$，$|z-z_1|$

$-|z-z_2|=\pm 2a$, $z=f(t)+ig(t)$(其中 $r$、$a\geqslant 0$, $t\in R$)的几何意义.

由于直线斜率与两直线的交角都与正切有关，直线、椭圆、双曲线的参数方程和极坐标方程都用三角式表示，求轨迹方程常用角参数，曲线的位置变换也常与角度有关，因此，解析几何与三角联系很多，复习中要充分注重三角的工具作用.

解析几何与平面几何的联系是十分密切的，不但解析几何为平面几何提供了新的解题途径，而且平面几何的许多定理也为简化解析几何的计算提供了方便．例如证明两圆在交点处的切线互相垂直，只要证明两圆交点处的半径互相垂直；求与两个定圆都相切的动圆圆心轨迹．只要分析动圆圆心与两定圆圆心距离间的关系等，都应用了平面几何中有关图形的性质.

基本联系的复习一定要抓重点，注意解析几何与其他数学分科的重点知识间的联系．一般是针对学生实际情况，有重点地进行一些专题讲解和综合题训练．使学生在灵活运用基础知识、基本方法和技能上，在综合分析和逻辑推理的能力上有所提高.

# 第一章　直角坐标系，曲线与方程

平面解析几何的研究方法，就是在建立坐标系的基础上，把平面图形的点与它在坐标系中的坐标联系起来，进而建立曲线与方程的联系，通过研究方程的特征间接地来研究曲线的性质．因此，本章内容是理解解析几何的基本思想，是以后学习解析几何的基本方法的基础．熟练掌握两点间的距离、线段的定比分点、两点连线的斜率、三角形的面积等四个公式．会适当选择坐标系、会用坐标表示点、会用方程表示曲线，是本章复习的重点．有向线段、充要条件、形数结合解题，是本章复习的难点．

## 一、有 向 线 段

### 1．有向线段的概念

我们知道，规定了正方向的直线叫做有向直线．规定了起点和终点的线段叫做有向线段．用记号表示有向线段时，要将表示起点的字母写在前面，表示终点的字母写在后面．记号“$\overline{AB}$”是表示起点为 $A$，终点为 $B$ 的有向线段．

选定一条线段作为单位长度，我们可以量得一条线段的长度，记号“$|AB|$”是表示线段 $AB$ 的长度，就是有向线段 $\overline{AB}$ 的长度．因为有向线段的长度与它的方向无关，所以 $|AB|=|BA|$．

如果有向线段 $\overline{AB}$ 在有向直线 $l$ 上，或与 $l$ 平行，那么，

根据 $\overline{AB}$ 与有向直线 $l$ 的方向相同或相反，分别在它的长度前加上正号或负号，这样所得的数，叫做有向线段的数量，记号"$AB$"表示有向线段 $\overline{AB}$ 的数量，显然 $AB=-BA$.

**2．数轴上有向线段数量公式和数轴上两点间的距离公式**

如果 $A, B$ 为 $x$ 轴上两点，它们的坐标分别为 $x_1, x_2$，那么

$$AB=x_2-x_1;\quad |AB|=|x_2-x_1|.$$

**例 1**　设 $A$, $B$, $C$, $D$ 是直线 $l$ 上任意四点．求证：

(1) $AB+BC+CD+DA=0$;

(2) $AB\cdot CD+AC\cdot DB+AD\cdot BC=0$;

(3) $AB^2\cdot CD+AC^2\cdot DB+AD^2\cdot BC+BC\cdot CD\cdot DB=0$.

**证明**　取直线 $l$ 为数轴，并设 $A$, $B$, $C$, $D$ 四点的坐标分别为数 $0$, $b$, $c$, $d$.

(1) 左式 $=(b-0)+(c-b)+(d-c)+(0-d)$
$=0=$ 右式；

(2) 左式 $=(b-0)(d-c)+(c-0)(b-d)+(d-0)(c-b)$
$=bd-bc+bc-cd+cd-bd=0=$ 右式；

(3) 左式 $=b^2(d-c)+c^2(b-d)+d^2(c-b)$
$+(c-b)(d-c)(b-d)$
$=b^2d-b^2c+bc^2-c^2d+cd^2-bd^2$
$+bcd-b^2d+b^2c-bc^2+c^2d-cd^2+bd^2-bcd$
$=0=$ 右式.

**说明**　对于有向线段间关系的证明问题，利用表示有向线段数量的公式，通过代数运算，很容易证得．同样，有向线段的长度公式对解有些含绝对值记号的代数问题也能带来方便．

**例 2**　证明不等式：$|x+2|+|x-3|\geqslant 5$.

**证明** 在数轴上设点 $P$, $A$, $B$ 的坐标分别为 $x$, $-2$, $3$, 因为数轴上任意点 $P$ 到线段 $AB$ 两端距离的和总不小于线段 $AB$ 的长,

$$|PA|+|PB|\geqslant|AB|,$$

即
$$|x+2|+|x-3|\geqslant|3-(-2)|=5.$$

**说明** 如果把上述问题推广到直角坐标平面上,可以类似地证明:

$$\sqrt{(x+2)^2+y^2}+\sqrt{(x-3)^2+y^2}\geqslant 5.$$

**例3** 已知 $a<b<c$,分别求下列函数的最小值:

(1) $y=|x-a|$;　　(2) $y=|x-a|+|x-b|$;

(3) $y=|x-a|+|x-b|+|x-c|$.

**解** 设 $A$, $B$, $C$, $P$ 为数轴上四点,坐标分别为 $a$, $b$, $c$, $x$, 且 $a<b<c$, 如图 1-1 所示.

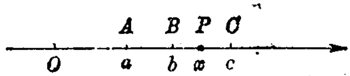


图 1-1

(1) $|x-a|$ 表示动点 $P(x)$ 到定点 $A(a)$ 的距离, 显然当 $x=a$ 时,有 $y_{最小}=0$;

(2) $|x-a|+|x-b|$ 表示动点 $P(x)$ 到两个定点 $A(a)$, $B(b)$ 的距离之和, 仅当 $P$ 在线段 $AB$ 上, 即 $a\leqslant x\leqslant b$ 时, 有 $y_{最小}=|x-a|+|x-b|=|b-a|=b-a$;

(3) 由(1), 知 $y_1=|x-b|$, 当 $x=b$ 时, $y_1$ 有最小值; 由(2), 知 $y_2=|x-a|+|x-c|$, 当 $a\leqslant x\leqslant c$ 时, $y_2$ 有最小值.

$\because a<b<c$, $\therefore$ 当 $x=b$ 时, $y_1$ 与 $y_2$ 同时有最小值, 于是 $y_1+y_2$ 也有最小值, 即

$$y_{最小}=y_{1最小}+y_{2最小}=0+(c-a)=c-a.$$

**说明** 本题也可以用函数图象来解, 但对于(2)、(3), 要分段画出函数的图象是比较复杂的.

$$y=|x-a|+|x-b|=\begin{cases}a+b-2x, & x<a;\\ b-a, & a\leqslant x\leqslant b;\\ 2x-a-b, & x>b,\end{cases}\quad [图 1\text{-}2(1)]$$

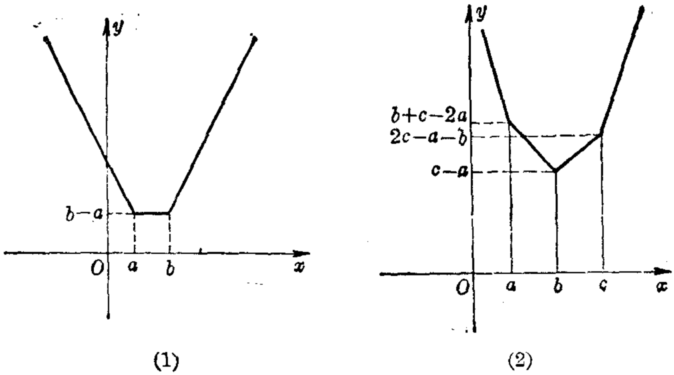


图 1-2

$$y=|x-a|+|x-b|+|x-c|=\begin{cases}a+b+c-3x, & x<a;\\ -a+b+c-x, & a\leqslant x<b;\\ -a-b+c+x, & b\leqslant x<c;\\ -a-b-c+3x, & x\geqslant c,\end{cases}$$

[图 1-2(2)]

从函数的图象也可求得函数的最小值，但不及用数轴上两点间距离公式求解来得简洁.

## 二、直角坐标系

平面上有公共原点的互相垂直的两条数轴构成直角坐标系. 在直角坐标平面内所有的点与所有有序实数对$(x, y)$之间是一一对应的; 同时, 线段的长度、角度的大小和图形的位置都可以用有关点的坐标来表示. 因此, 这部分内容的复习是围绕牢记公式, 熟练应用公式来进行的.

### 1. 两点间的距离公式

平面上两点 $P(x_1, y_1)$、$P(x_2, y_2)$之间的距离公式为

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$

**例1** 求两点 $A(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$、$B(\cos 2\alpha,\ \sin 2\alpha)$ 间的距离.

**解**
$$\begin{aligned}|AB|&=\sqrt{(\cos 2\alpha-\cos\alpha)^2+(\sin 2\alpha-\sin\alpha)^2}\\&=\sqrt{2-2(\cos 2\alpha\cos\alpha+\sin 2\alpha\sin\alpha)}\\&=\sqrt{2(1-\cos\alpha)}\\&=2\sqrt{\sin^2\frac{\alpha}{2}}=2\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right|,\end{aligned}$$

当 $4k\pi\leqslant\alpha\leqslant 2(2k+1)\pi,\ k\in Z$ 时，$|AB|=2\sin\dfrac{\alpha}{2}$；
当 $2(2k+1)\pi<\alpha<4(k+1)\pi,\ k\in Z$ 时，

$$|AB|=-2\sin\frac{\alpha}{2}.$$

**例2** 证明不等式：

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\leqslant\sqrt{x_1^2+y_1^2}+\sqrt{x_2^2+y_2^2},$$

其中，$x_1, x_2, y_1, y_2\in R$.

**分析** 此题形式上是一个代数不等式，如用代数法证明较繁，但观察上面三个根式，它们分别表示三个点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，$(0,\ 0)$ 的两两间的距离，这样不等式的成立也就显然了.

**证明** 设点 $A_1(x_1,\ y_1)$、$A_2(x_2,\ y_2)$，则

$$|A_1A_2|\leqslant|OA_1|+|OA_2|,$$

等号当且仅当 $A_1$, $O$, $A_2$ 三点在一直线上，而且点 $O$ 在线段 $A_1A_2$ 上时成立.

又 $\because$ $|A_1A_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$,

$|OA_1|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$, $|OA_2|=\sqrt{x_2^2+y_2^2}$,

$$\therefore\quad\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\leqslant\sqrt{x_1^2+y_1^2}+\sqrt{x_2^2+y_2^2}.$$

### 2. 线段的定比分点公式

设 $\overline{P_1P_2}$ 的两个端点分别为 $P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，点