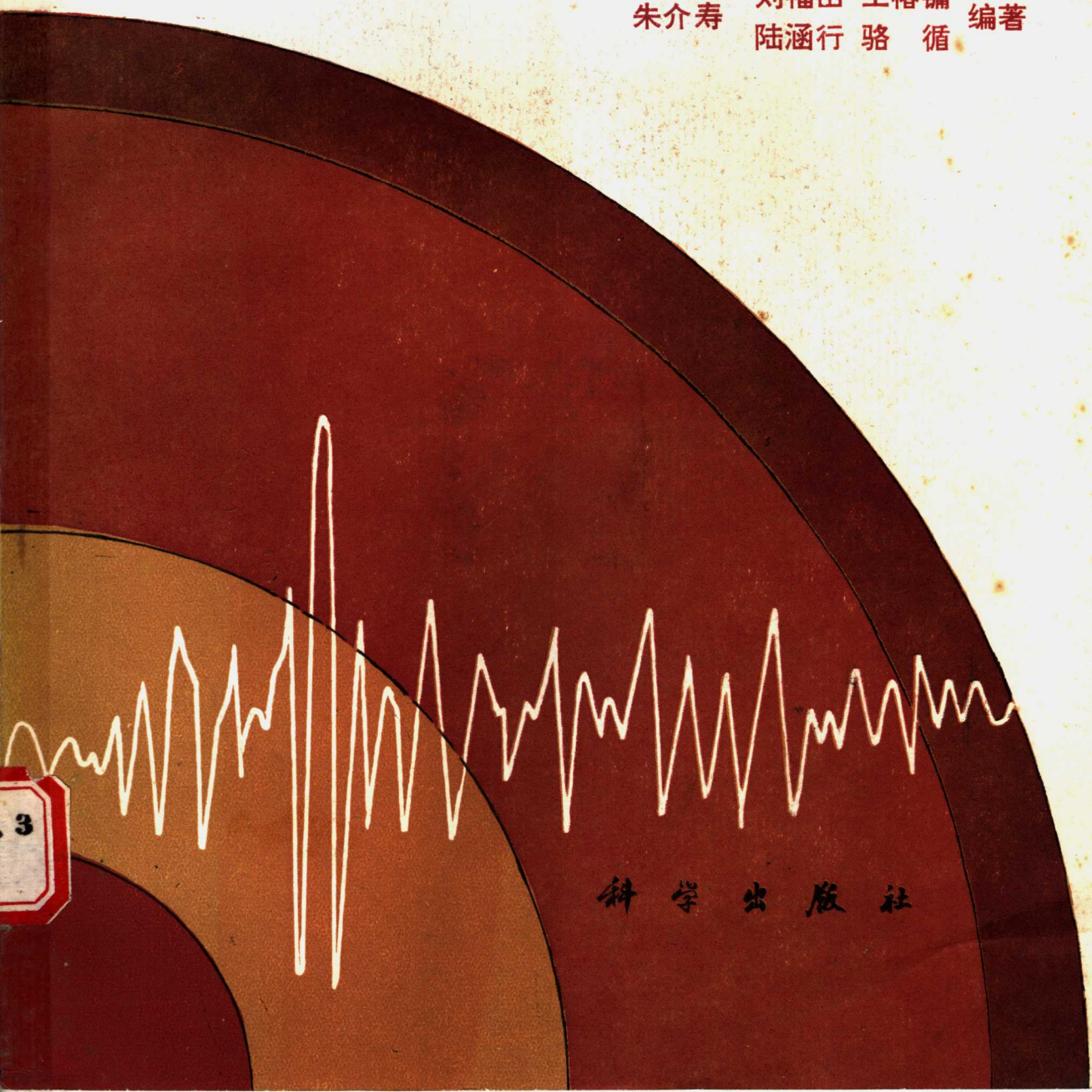
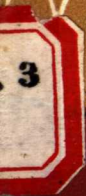


研究地壳上地幔结构的 地震体波计算方法

朱介寿 刘福田 王椿镛 编著
陆涵行 骆 循



科学出版社



研究地壳上地幔结构的 地震体波计算方法

朱介寿 刘福田 王椿镛 编著
陆涵行 骆循

科学出版社

1988

内 容 简 介

本书比较系统地讨论了用人工地震及天然地震体波研究地壳上地幔结构的计算方法,包括层状介质及纵向不均匀介质的走时反演,射线追踪,一维及二维合成地震图,地震层析技术研究地球的三维速度结构。可供从事地震学、地震测深及地震勘探等学科的科技人员使用,亦可供高等院校地球物理专业师生参考。

研究地壳上地幔结构的 地震体波计算方法

刘福田 王椿镛 编著
朱介寿 陆涵行 骆 循

责任编辑 李祺方 彭 斌

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988 年 8 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16
1988 年 8 月第一次印刷 印张: 11 3/4
印数: 0001—9,860 字数: 268,000

ISBN 7-03-000489-2/P·87

定价: 5.40 元

前 言

自 1960 年国际上地幔计划以及后继的地球动力学计划及岩石圈计划执行以来,全球各大陆及海洋地区先后开展了大规模的地球物理调查,对地球内部特别是地壳上地幔进行了广泛深入的探测。在各种地球物理手段中,应用最广和研究最细的是人工地震测深(折射法及反射法)及天然地震(体波及面波)方法。近 30 多年来,地震学家除致力于提高仪器精度及改进观测系统外,还发展了更复杂的数据处理及正演反演算法。随着观测数据的日益积累和数学模型的不断改进,可以使我们建立起更加精细符合实际的地球结构模型。

本世纪初由 Herglotz 及 Wiechert 建立的体波走时反演公式仅能对速度径向速度递增的地球模型有效。随着地震观测资料的积累,发现地壳上地幔内速度值多次倒转并存在明显的横向不均匀性,原有的数学模型已不适合需要。到了 60 年代,已发展为处理具有多个低速层的反演公式,提出了计算速度沿纵向及横向任意变化的射线追踪方法。70 年代,有关一维及二维地壳模型的合成地震图的计算方法在理论研究及实际应用方面进展迅速。这样,我们对地球内部地震波的传播不仅能从运动学的特征,而且能从动力学的性质两方面进行解释,为建立复杂的地壳上地幔模型提供了重要的理论工具。80 年代以来,研究地球内部结构最重要的进展是利用地震波层析成像技术对地球内部进行三维成像,其范围可从几米直到数百数千公里的深度和广度,以至整个地球内部。

我国自 70 年代以来在全国各地区进行了大量的人工地震测深工作,对岩石圈的细结构进行了广泛探测。为了推动资料处理及解释工作,国家地震局于 1984 年举办了一期地震测深资料处理及解释方法讲习班,邀请国家地震局地球物理研究所、中国科学院地球物理研究所、成都地质学院物探系深部地球物理教研室有关科研及教学人员讲授。

在讲习班教材的基础上,分别由各单位组织人力对原有材料进行改写,并适当增加了某些新内容,最后编写成为本书。它主要包括了人工地震及天然地震的走时反演,射线追踪方法,一维及二维合成地震图,地球内部三维速度结构反演等。由于篇幅所限,本书仅涉及研究地壳上地幔的体波方法。

本书各章节分工如下:第一章由朱介寿执笔;第二章由刘福田执笔;第三章由陆涵行执笔;第四、五章由王椿镛执笔;第六章由朱介寿、骆循执笔。为了保持各位作者的写作风格,在汇总时基本不作大的变动。

本书由朱介寿主编。出版工作得到国家地震局科技监测司的赞助。吴宁远同志从组织讲习班到本书编辑出版都给予很大帮助,特此致谢。

由于我们水平有限,时间仓促,书中错误在所难免,欢迎读者批评指正。

编者

1987.6

目 录

第一章 层状介质地震波走时反演	I
§ 1.1 水平层状介质地震波走时的反演	1
§ 1.2 用剥去法反演层状地壳速度结构	8
第二章 纵向不均匀介质中的走时反演	15
§ 2.1 赫格洛兹-维歇特方法	15
§ 2.2 赫格洛兹-维歇特方法的推广	19
§ 2.3 τ 方法	25
§ 2.4 $\tau(p)$ 和 $x(p)$ 资料的联合线性极值反演	41
§ 2.5 线性反演——巴克斯-吉尔伯特方法	44
第三章 复杂介质结构的射线追踪	52
§ 3.1 射线追踪原理	52
§ 3.2 Dantz 二维射线追踪计算方法	60
§ 3.3 介质二维初始模型的建立	72
第四章 一维合成地震图的计算	83
§ 4.1 反射率法的基本思想	83
§ 4.2 圆柱坐标系下位移应力矢量的微分方程及其基本矩阵	95
§ 4.3 层状不均匀介质中的反射率法	105
§ 4.4 计算过程及实例	115
§ 4.5 用合成地震图方法解释地震记录	120
附录 4A 基本矩阵和传播函数矩阵	135
附录 4B 亚里函数定义及其渐近近似	136
第五章 二维速度结构的合成地震图计算	138
§ 5.1 渐近射线理论	138
§ 5.2 射线方法及其改进	142
§ 5.3 二维射线合成地震图的实现	152
第六章 研究地球三维结构的地震层析成像技术	159
§ 6.1 地震层析成像的原理及方法	159
§ 6.2 代数重建法	165
§ 6.3 跨孔地震层析成像	168
§ 6.4 用 P 波走时反演地壳三维结构	170
参考文献	179

第一章 层状介质地震波走时反演

研究地壳上地幔详细结构的有效方法是利用地震体波进行走时反演,其中利用人工震源激发的地震体波,是目前研究地壳内速度分层结构最为有效的手段。一般说来,地震波在地下层状介质中传播时,地面可以观测到直达波、反射波及首波。在一定条件下,还可以观测到由速度梯度层引起的回折波。本章讨论水平层状介质中各种地震体波走时的反演问题(丁毓玉, 1983; 朱介寿等, 1982)。

§ 1.1 水平层状介质地震波走时的反演

§ 1.1.1 走时曲线的正演问题

假定地壳模型为水平成层结构。其中各层的波速 v 可以是恒定的(常速层),或仅随深度线性变化(速度梯度层)。如图 1.1 所示。

对于常速层,该层中速度梯度为零。若某层(例如第一层)为变速层,则可定义该层的速度梯度为

$$a_i = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{h_i} \quad (1)$$

地震波由震源向下传播,在遇到地壳或上地幔的波阻抗(即介质的密度与速度乘积 ρv 值)分界面时,就会产生波的反射和折射。对于任意水平层的第 n 个界面来说,反射波的走时与距离可用下述参数方程表示(图 1.2):

$$\begin{aligned} x &= 2 \sum_{i=1}^n x_i \\ t &= 2 \sum_{i=1}^n t_i \end{aligned} \quad (2)$$

式中 x 表示震中距(即爆炸点到接收点的距离,又称炮检距), t 表示第 n 层界面反射波的走时, x_i 及 t_i 分别为波在第 i 层中传播所经过的单程水平距离及走时。下面讨论 x_i 及 t_i 的计算方法。

由斯奈尔(Snell)定律可知,若在地面激发点,地震波射线以 α_1 角入射,则通过各个速度不同的层,其入射角与速度的关系是

$$\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2} = \dots = \frac{\sin \alpha_n}{v_n} = p \quad (3)$$

或写为

$$\sin \alpha_i = p v_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

式中 p 称为射线参数。关系式(3)或(4)意味着,只要某一条入射线的初始入射角(或离源角) α_1 一经确定后,其传播路径也就被确定了。在以后传播过程中,尽管因层速度不同使射线角度有变化,但其射线参数 p 仍不变化。

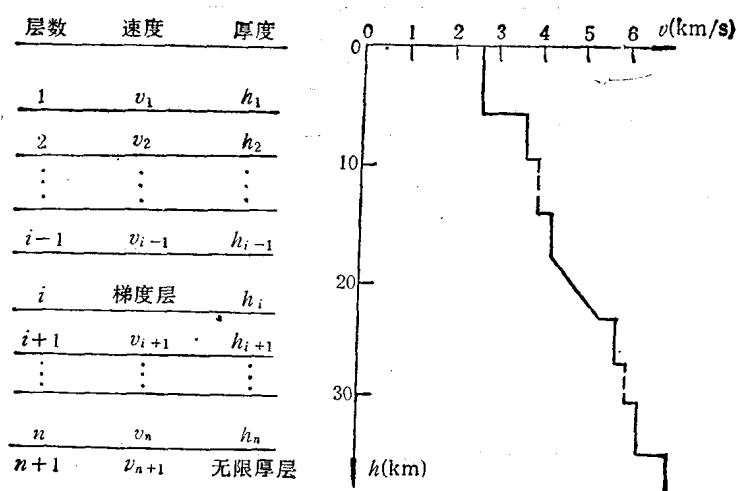


图 1.1 水平层状地壳模型

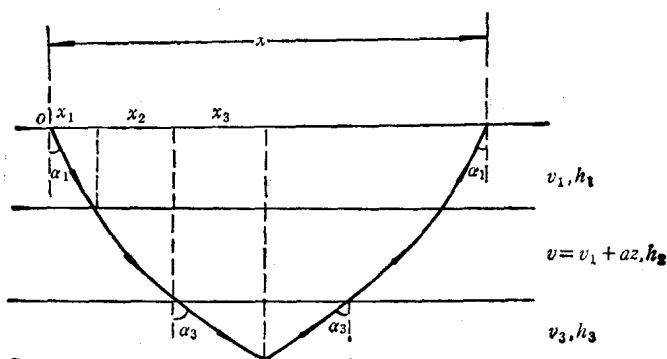


图 1.2 层状介质中反射波射线途径

由图 1.2 可见,射线在常速层(设为第 i 层)中经过的水平距离及走时为

$$x_i = h_i \tan \alpha_i = h_i \frac{\sin \alpha_i}{\cos \alpha_i} = h_i \frac{pv_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}} \quad (5)$$

$$t_i = \frac{h_i}{v_i \cos \alpha_i} = \frac{pv_i}{v_i \sqrt{1 - p^2 v_i^2}}$$

式中 h_i 及 v_i 分别为第 i 层介质的厚度及波速, α_i 是射线在 i 层上界面的入射角。

当第 i 层为速度梯度层时,可按如下方法进行计算。

如图 1.3 所示,我们假定梯度层顶部的波速与 $i-1$ 层相等,为 v_{i-1} ;梯度层底部的波速与 $i+1$ 层相等,为 v_{i+1} 。如果在速度梯度层顶部(或底部)与上(下)层的速度不连续,那么就要假定梯度层的顶部(或底部)存在一个速度恒定的层,这层的速度与梯度层的顶部(或底部)速度相等,但厚度为零。于是,我们很容易由上层速度 v_{i-1} 和下层速度 v_{i+1} 求得梯度层中的速度梯度

$$a_i = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{h_i} \quad (6)$$

则射线从M点穿透到N点所经过的水平距离为

$$\begin{aligned} x_i &= \int_0^{h_i} \operatorname{tg} \alpha dz = \int_0^{h_i} \frac{pv}{\sqrt{1-p^2v^2}} dz = \frac{1}{a_i} \int_{v_{i-1}}^{v_{i+1}} \frac{pv}{\sqrt{1-p^2v^2}} dv \\ &= \frac{1}{a_i p} (\sqrt{1-p^2v_{i-1}^2} - \sqrt{1-p^2v_{i+1}^2}) = \frac{1}{a_i p} (\cos \alpha_{i-1} - \cos \alpha_{i+1}) \end{aligned}$$

相应走时为

$$\begin{aligned} t_i &= \int_0^{h_i} \frac{dz}{v \cos \alpha} = \frac{1}{a_i} \int_{v_{i-1}}^{v_{i+1}} \frac{dv}{v \sqrt{1 - p^2 v^2}} \\ &= \frac{1}{a_i} \left(\ln \frac{p v_{i+1}}{1 + \sqrt{1 - p^2 v_{i+1}^2}} - \ln \frac{p v_{i-1}}{1 + \sqrt{1 - p^2 v_{i-1}^2}} \right) \\ &= \frac{1}{a_i} \left(\ln \frac{\sin \alpha_{i+1}}{1 + \cos \alpha_{i+1}} - \ln \frac{\sin \alpha_{i-1}}{1 + \cos \alpha_{i-1}} \right) = \frac{1}{a_i} \ln \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_{i+1}}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_{i-1}}{2}} \right) \end{aligned}$$

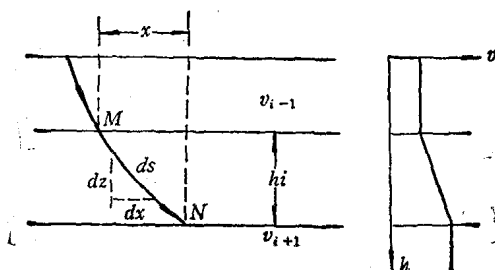


图 1.3 速度梯度层地震波射线路径

綜上得速度梯度層反射波傳播的參數方程為

$$t_i = \frac{1}{a_i} \ln \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_{i+1}}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_{i-1}}{2}} \right) \quad (7)$$

若将上式改写为以射线参数 p 表示的参数方程, 则为

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{1}{a_i p} [(1 - p^2 v_{i-1}^2)^{1/2} - (1 - p^2 v_{i+1}^2)^{1/2}] \\ t_i &= \frac{1}{a_i} \left[\operatorname{arch} \left(\frac{1}{p v_{i-1}} \right) - \operatorname{arch} \left(\frac{1}{p v_{i+1}} \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

由(5)、(7)及(8)式可见,反射波走时方程是一组以射线参数 p 或入射角 α_i 为参量的参数方程。一般说来,要计算走时,先要给定某一射线的初始入射角 α_1 ,由(3)式求得射线参数 p ,再由(5)或(8)式计算通过各层的距离 x_i 及走时 t_i 。最后用(2)式计算总的震中距及走时。但是,按给定的人射角 α_i 去计算走时曲线震中距分布是不均匀的,很难与实际观测的走时曲线对比,这对于反演计算是不方便的。实际计算是把这个次序颠倒过来,即先给定震中距 x ,去反求与此 x 相对应的射线的入射角 α_1 或射线参数 p ,根据

此 α_1 或 p 值再求相应的走时 t 。

为求出给定震中距 x 相应的射线入射角 α_1 (或射线参数 p)，可以构造一个非线性方程

$$F(\alpha) = x - f(h_1, h_2, \dots, h_n, v_1, v_2, \dots, v_n, \alpha) = 0 \quad (9)$$

其中，观测点震中距 x 及各层厚度，速度等参数均为已知数。函数 f 表示理论计算震中距，它可以由前述几个计算单层水平距离 x_i 的公式组合构成。对于非线性方程 $F(\alpha) = 0$ 的根 α_0 就是待求的入射角 α_1 。由于这个函数比较复杂，只能用下述数值方法求解。

求非线性方程 $F(\alpha) = 0$ 的根，一般是采用某种叠代解法。即从某一初值开始，利用叠代格式构造一组近似值序列，逐步逼近于所求的解 α_0 值。

叠代格式分两步执行，第一步是搜索根所在的范围。为此，由经验的办法从一起始的入射角 α 按步长 $\Delta\alpha$ 使其逐次增大，即依次计算 $F(\alpha + i\Delta\alpha)$ 值 ($i = 0, 1, 2, \dots$)。一旦相邻两点的函数值反号，即 $F(\alpha + i\Delta\alpha)$ 与 $F(\alpha + (i+1)\Delta\alpha)$ 值异号时，则知待

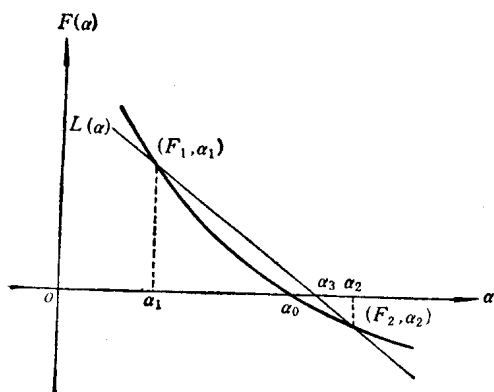


图 1.4 弦位法求方程的根

由图不难定出此线性函数为

$$L(\alpha) = F_2 + \frac{F_2 - F_1}{\alpha_2 - \alpha_1} (\alpha - \alpha_1) \quad (12)$$

其意义是用一直线(弦线)逼近曲线。在根的近似值 α_1, α_2 附近，以线性函数 $L(\alpha)$ 来近似函数 $F(\alpha)$ ，以 $L(\alpha)$ 的零点

$$\alpha_3 = \alpha_2 - F_2 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{F_2 - F_1} \quad (13)$$

作为根的一个新的近似值。几何上就是以弦线与 α 轴的交点 α_3 来进一步逼近曲线与 α 轴的交点 α_0 (根)。

预期 α_3 比 α_1 及 α_2 更接近于解 α_0 ，且 $F(\alpha_3)$ 与 $F(\alpha_1)$ 异号，于是将新的近似值 α_3 代替 α_2 ，以 (α_1, α_3) 为新的求根区间。重复上述过程，又得到 α_4 ，如此反复执行，直到充分逼近解 α_0 时为止。

用弦位法求根的计算步骤可归纳如下：

(1) 准备：根据搜索法选定初始近似值 α_1 和 α_2 ，计算相应的函数值 F_1 及 F_2 (注意 F_1 与 F_2 异号)。

(2) 叠代：按公式

$$\alpha_3 = \alpha_1 - F_1 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{F_2 - F_1}$$

叠代一次,得到新的近似值 α_3 , 并计算 $F_3 = F(\alpha_3)$.

(3) 控制: 计算限差 $\delta = |\alpha_3 - \alpha_2|$, 如果满足 $\delta \leq \varepsilon$ (ε 是允许误差, 事先给定), 或者满足 $|F_3| \approx 0$, 则认为过程收敛而终止叠代, 以 α_3 作为所求的解, 否则执行下一步.

(4) 叠代准备: 判断 F_3 与 F_2 及 F_1 同异号的关系. 如 F_3 与 F_1 异号, 则以 (α_3, F_3) 点代替 (α_2, F_2) 点. 否则以 (α_3, F_3) 点代替 (α_1, F_1) 点. 而后转入步骤 (2) 继续叠代.

§ 1.1.2 回折波及首波理论走时的计算

层状介质除产生反射波外,在一定条件下还产生另外两类波,即回折波和首波.

1. 回折波

当射线进入速度梯度层就会发生弯曲. 如果速度随深度增大, 即速度梯度 $a_i = (v_{i+1} - v_{i-1})/h_i > 0$, 射线将向上弯曲. 当射线一直弯曲到临界角 90° 时, 它将沿轴对称方向折回到地面. 这就是所谓的回折波. 如图 1.5 所示.

形成回折波的基本条件是必须存在正的速度梯度层, 且梯度层中有速度大于以上各层中最大速度的情况存在. 当入射波初始入射角 α_p 满足关系式

$$\sin \alpha_p = \frac{v_1}{v_p} \quad (14)$$

时, 就形成回折波, 其中 v_p 是射线最深点(即回折点)处的波速.

由于实际介质中速度梯度层都具有一定厚度, 回折波存在范围是由该层上界面及下界面返回的两条射线所限定的. 这两条射线的人射角分别满足关系式

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{v_1}{v_{i-1}} \\ \sin \alpha_2 &= \frac{v_1}{v_{i+1}} \end{aligned} \quad (15)$$

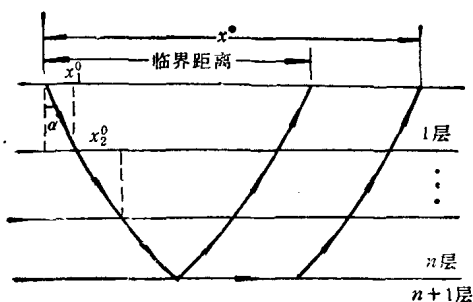


图 1.6

式中 v_{i-1} 为梯度层上界面的波速, v_{i+1} 是梯度层下界面的波速.

对于第 n 层介质中的回折波, 震中距 x 及走时 t 仍按 (2) 式计算. 其中, 从第 1 层到第 $n-1$ 层中的 x_i 及 t_i 的计算公式, 仍旧采用 (5)、(7) 或 (8) 式. 仅对于产生回折波的第 n 层介质, 因为 $\alpha_{n+1} = 90^\circ$, 故 (7) 式可以简化为以下公式

$$\begin{aligned}x_n &= \frac{1}{a_n p} \cos \alpha_{n-1} \\t_n &= \frac{1}{a_n} \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_{n-1}}{2} \right)\end{aligned}\quad (16)$$

x_n 及 t_n 分别表示梯度层内回折波所经过的水平距离及走时, a_n 为第 n 层介质中的速度梯度。

2. 首波

当某一界面下层介质的波速大于上层介质的波速, 且震中距大于临界距离时, 就可以在地面接收到来自该界面的首波, 如图 1.6 所示。

设首波在地面距震源 x 处接收, 则折射波的走时可按下式计算

$$t_H = 2 \sum_{i=1}^n t_i^0 + \frac{x - 2 \sum_{i=1}^n x_i^0}{v_{n+1}} \quad (17)$$

式中 t_i^0 及 x_i^0 分别为临界条件下, 首波在第 i 层介质中穿透的单程走时及水平距离。

由于首波是沿 n 层底界面 (即 $n+1$ 层顶界面) 滑行的, 所以存在以下关系

$$\frac{\sin \alpha_1^0}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2^0}{v_2} = \dots = \frac{\sin \alpha_n^0}{v_n} = \frac{\sin 90^\circ}{v_{n+1}} = \frac{1}{v_{n+1}} = p^0$$

$\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_n^0$ 为各层介质中相应于临界角射线的人射角。地面初始入射角 α_1^0 可由下式计算

$$\sin \alpha_1^0 = \frac{v_1}{v_{n+1}} \quad (18)$$

有了初始入射角 α_1^0 (或射线参数 p^0), 则以此代入 (5)、(7) 或 (8) 式, 分别计算出单层走时 t_i^0 及距离 x_i^0 。

如果地壳模型各层介质都是匀速层而无速度梯度层时, (17) 式可以简化为

$$t_H = 2 \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{v_i} \cos \alpha_i^0 + \frac{x}{v_{n+1}} \quad (19)$$

式中 $\alpha_i^0 = \sin^{-1} \left(\frac{v_i}{v_{n+1}} \right)$ 。

§ 1.1.3 用反射波走时反演地壳结构

本节讨论用线性反演方法 (阻尼最小二乘法) 对地震反射波走时进行反演的方法。

若地面沿观测剖面有 m 个观测点, 各观测点的走时向量为

$$\mathbf{t}^{\text{观}} = (t_1^{\text{观}}, t_2^{\text{观}}, \dots, t_m^{\text{观}})^T$$

对地壳结构给定一初始模型, 这个模型用 n 个待反演的分层参数 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 表示。则可算出相应于各测点的理论走时:

$$\mathbf{t}^{\text{理}}(\mathbf{X}) = (t_1^{\text{理}}(\mathbf{X}), t_2^{\text{理}}(\mathbf{X}), \dots, t_m^{\text{理}}(\mathbf{X}))^T$$

令走时残差为

$$\Delta \mathbf{t} = \mathbf{t}^{\text{观}} - \mathbf{t}^{\text{理}}(\mathbf{X}) \quad (20)$$

根据最小二乘原理, 令下列目标函数取极小值

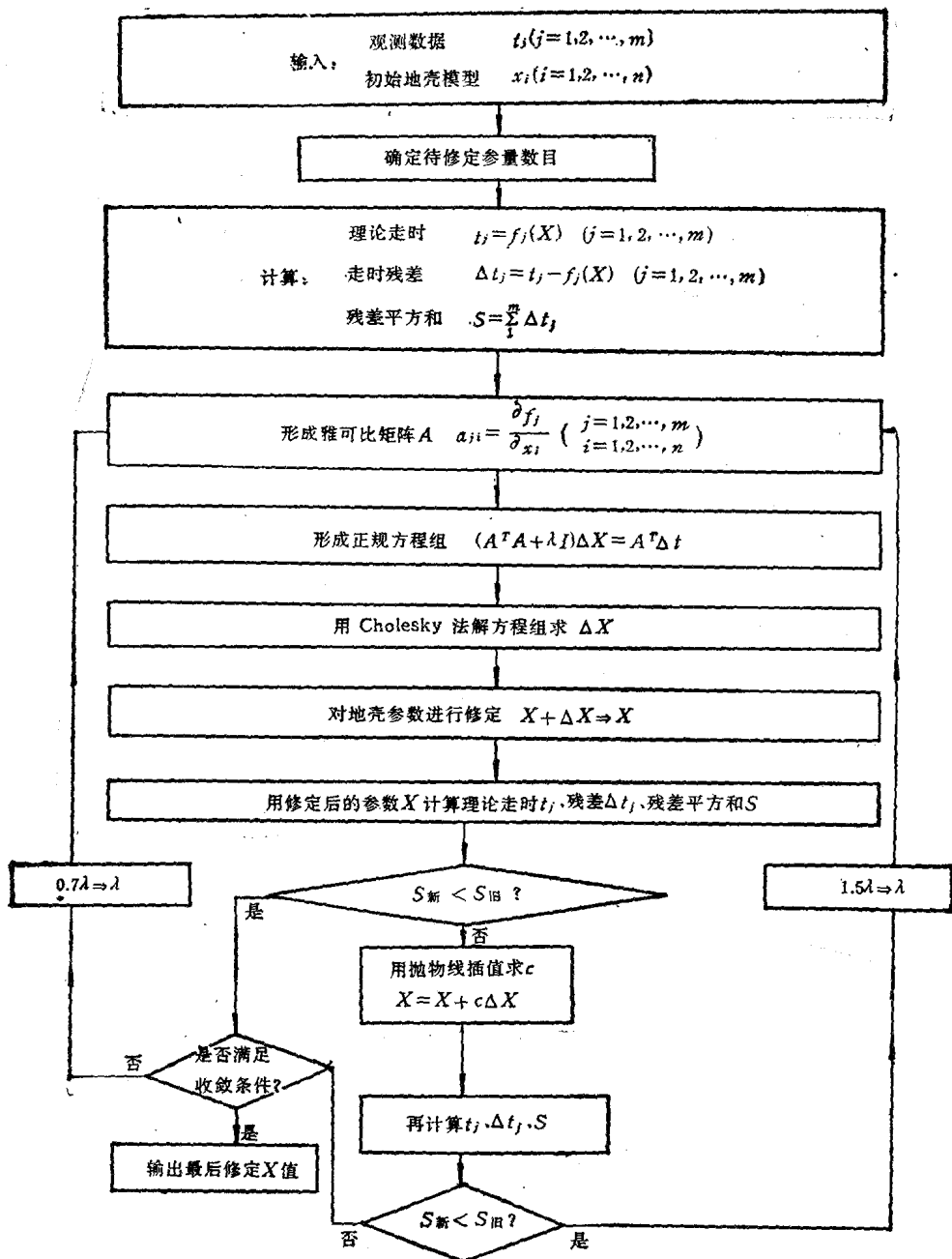


图 1.7

$$\Phi(x) = \|\Delta t\|^2 = \min \quad (21)$$

可导致以下解答

$$A^T A \Delta X = A^T \Delta t \quad (22)$$

其中 A 是 $m \times n$ 阶微分系数矩阵(雅可比矩阵), 矩阵中各元素为

$$a_{ji} = \left. \frac{\partial t_j}{\partial x_i} \right|_{x=x_0} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (23)$$

ΔX 为层参数(厚度、速度等)的修正量

$$\Delta X = X - X_0 \quad (24)$$

X_0 是参数的初值。利用阻尼最小二乘法可得式(22)的解为

$$\Delta X = (A^T A + \lambda I)^{-1} A^T \Delta t_0 \quad (25)$$

式中 λ 为阻尼系数, I 为单位矩阵, Δt_0 为系统观测到时与由初值模型 X_0 计算的理论到时的时差。在解(25)式时,考虑到系数矩阵的正定对称性,采用计算速度较高的 Cholesky 法计算。该方法可参阅有关的计算方法参考书。

在修定参数的叠代过程中,可以用以下两个标准作为收敛条件,一是走时残差平方和达到预定的精度要求;二是模型参数改正量 ΔX 已足够小,达到事先给定的限差。只要达到其中任一标准,则停止叠代,输出修定的地层参数。图 1.7 为用阻尼最小二乘法反演地壳结构的框图。

§ 1.2 用剥去法反演层状地壳速度结构

本节讨论用回折波或反射波走时反演地壳层状速度结构的方法,它是建立在球对称分层介质模型的基础上 (Bernard, *et al.*, 1980)。

§ 1.2.1 “HODO” 方法

这是研究回折波的反演方法。设地球球层纵向速度变化规律为

$$v = v_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^\lambda \quad (26)$$

式中 v_1 及 r_1 分别为球层顶部速度及距地心的半径, λ 为球层速度按指数变化常数,可用如下关系表示:

$$\lambda = \frac{\ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (27)$$

这里 v_2 及 r_2 分别为球层底部速度及距地心的半径。球层分布如图 1.8 所示。

由式(27)不难看出: $\lambda < 0$ 表示正速度梯度层; $\lambda = 0$ 为常速层; $\lambda > 0$ 为负速度梯度层。

对于球层介质中的斯奈尔定律为 (参看 § 2.1)

$$p = \frac{r \sin i}{v}$$

或改写为

$$i = \sin^{-1} \frac{pv}{r} \quad (28)$$

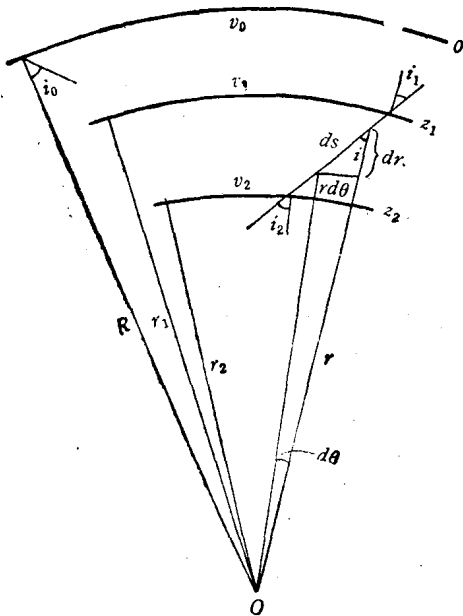


图 1.8

对 (28) 式微分并化简可得

$$di = (\lambda - 1) \operatorname{tg} i \frac{dr}{r} \quad (29)$$

或

$$di = \frac{(\lambda - 1) \sin^2 i}{p \cos i} \frac{dr}{r} \quad (30)$$

由图 1.8 可知有关系

$$ds = \frac{dr}{\cos i}$$

及

$$r d\theta = \operatorname{tg} i \cdot dr$$

于是有

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{dr}{v \cos i} \quad (31)$$

及

$$d\theta = \operatorname{tg} i \cdot \frac{dr}{r} \quad (32)$$

将 (29) 式代入 (32), (30) 式代入 (31), 积分限从 i_2 至 i_1 , 可得

$$\theta = \int_{i_2}^{i_1} d\theta = \frac{1}{\lambda - 1} (i_1 - i_2) \quad (33)$$

$$t = \int_{i_2}^{i_1} dt = \frac{p}{\lambda - 1} (\operatorname{ctg} i_2 - \operatorname{ctg} i_1) \quad (34)$$

注意, 这里 θ 及 t 仅代表射线通过某一球层的时间及距离的一半, 故通过 N 层的总时间和距离可由以下求和公式计算

$$T = 2 \sum_{k=1}^N \frac{p}{\lambda_k - 1} \cdot (\operatorname{ctg} i_{2k} - \operatorname{ctg} i_{1k}) \quad (35)$$

$$\theta = 2 \sum_{k=1}^N \frac{1}{\lambda_k - 1} (i_{1k} - i_{2k}) \quad (36)$$

式中

$$i_{1k} = \sin^{-1} \frac{pv_{1k}}{r_{1k}}$$

$$i_{2k} = \sin^{-1} \frac{pv_{2k}}{r_{2k}}$$

r_{1k} 、 r_{2k} 为第 k 层上、下界面半径, v_{1k} 、 v_{2k} 为第 k 层上、下界面速度。射线参数 p 可由初始入射角 i_0 , 地表介质速度 v_0 及地球半径 R 求得

$$p = \frac{R \sin i_0}{v_0}$$

在用剥去法解反演问题时, 是将地壳介质划分为许多薄层, 这样可以假定每一层为常速层, 即 $\lambda = 0$, 于是 (33) 及 (34) 式写为

$$\theta = i_2 - i_1 \quad (37)$$

$$t = p(\operatorname{ctg} i_1 - \operatorname{ctg} i_2) \quad (38)$$

由于以上二式中 θ 及 t 均可由观测走时曲线得到, 对于地表附近一点, $\theta = \frac{\Delta}{2R}$, $t = \frac{T}{2}$. 由第一层开始反演, 由走时曲线求得地表附近回折波的视速度 v^* , 得出相应的 p 值:

$$p = \frac{R}{v_1 / \sin i_1} = \frac{R}{v^*}$$

代入 (37) 及 (38) 式, 可解出 i_1 及 i_2 值

$$i_1 = \frac{1}{2} \left[\cos^{-1} \left(\cos \theta - \frac{2p}{t} \sin \theta \right) - \theta \right] \quad (39)$$

$$i_2 = \theta - i_1$$

设第一层上界面 $r_1 = R$, 再根据 $r_2 = r_1 \sin i_1 / \sin i_2$, 求出第一层的下界面深度

$$Z_1 = R - r_2 \quad (40)$$

及该层速度

$$v_1 = r_1 \sin i_1 / p \quad (41)$$

剥去第一层后, 输入下一点的距离、走时及射线参数

$$\theta = \frac{\Delta}{2R} \quad t = \frac{T}{2} \quad p = \frac{R}{v^*}$$

这时, 应消去第一层走时及距离效应

$$\theta' = \theta - (i_2 - i_1)$$

$$t' = t - p(\operatorname{ctg} i_1 - \operatorname{ctg} i_2)$$

将 θ' 及 t' 代入 (39) 式, 即可计算出第二层相应的 i_1 、 i_2 角, 再代入 (40) 及 (41) 式, 求出第二层相应的顶面及底面的深度及速度。如此递推, 可求得一系列深度及速度值。在用剥去法计算速度深度关系时, 必须对走时曲线仔细加工, 一般情况下, 要用多项式拟合走时曲线, 再根据它计算视速度。

§ 1.2.2 “PLUCH” 方法

“PLUCH” 方法是一种反演地壳速度结构的解释方法, 也可以计算层速度和层厚度, 并允许反射界面的形状是任意的。该方法的原理如下。

在一个均匀对称地球情况下, 设介质速度为 v_0 , r_1 、 r_2 和 r_0 分别是爆炸点 A 、台站 B 和反射点 C 的半径, 由图 1.9 所示, 角距离为

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

走时为

$$T = T_1 + T_2$$

射线参数为

$$p = r_1 \sin i_1 / v_0 = r_2 \sin i_2 / v_0 = r_0 \sin i_0 / v_0$$

若给定 i_2 角, 可求出 p 的值, 进而可求得 i_1 和 i_0 :

$$i_1 = \arcsin (r_2 \sin i_2 / r_1)$$

$$i_0 = (\Delta + i_1 + i_2) / 2$$

则

$$r_0 = r_2 \sin i_2 / \sin i_0$$

由射线参数表达式我们得到关于速度 v_0 的第一个表达式为

$$\begin{aligned} v_0(r_0, p) &= r_1 \sin i_1 / p \\ &= r_2 \sin i_2 / p \\ &= r_0 \sin i_0 / p \end{aligned} \quad (42)$$

上式的右端项(除 p 以外)的每一个量现在都为已知数,唯有 p 还是待求的,这可以通过观测走时曲线的拟合法来测定(后面讨论).

由于存在关系(图 1.9)

$$\begin{aligned} T &= (\overline{AC} + \overline{CB}) / v_0 \\ \overline{AC} &= r_1 \cos i_1 - r_0 \cos i_0 \\ \overline{CB} &= r_2 \cos i_2 - r_0 \cos i_0 \end{aligned}$$

我们求得第二个关于速度 v_0 的方程为

$$\begin{aligned} v_0(r_0, T) &= (r_1 \cos i_1 + r_2 \cos i_2 \\ &\quad - 2r_0 \cos i_0) / T \end{aligned} \quad (43)$$

其中 T 是实测反射波走时.

用 $v_0(r_0, p)$ 和 $v_0(r_0, T)$ 这两个方程可以对每一个测点绘制速度曲线图(图 1.10). 图中 $z_0 = R_0 - r_0$, 在水平均匀层情况下,对每个测点的两组曲线应全部相交一点,交点所对应的速度和深度即为问题的解 (v_0, z_0) , 当界面倾斜或上部介质中存在速度梯度层或低速层时,在速度曲线图上都有显示. 因此根据曲线的性状可以分析介质的结构特点.

图 1.11 给出一个计算实例. 由交点可以看出这是一个略为上倾的界面.

在进行逐层反演时,常常需要剥去上面有关球层的情况,这时必须对炮点和每个台站

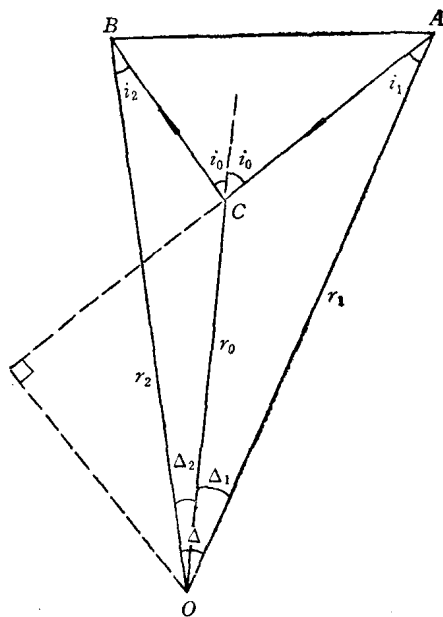


图 1.9

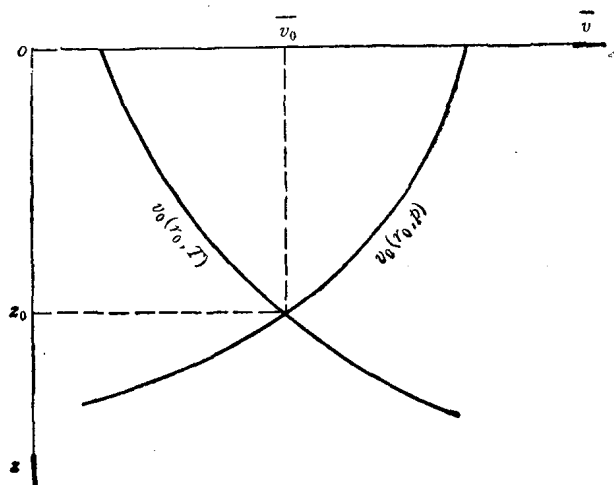


图 1.10

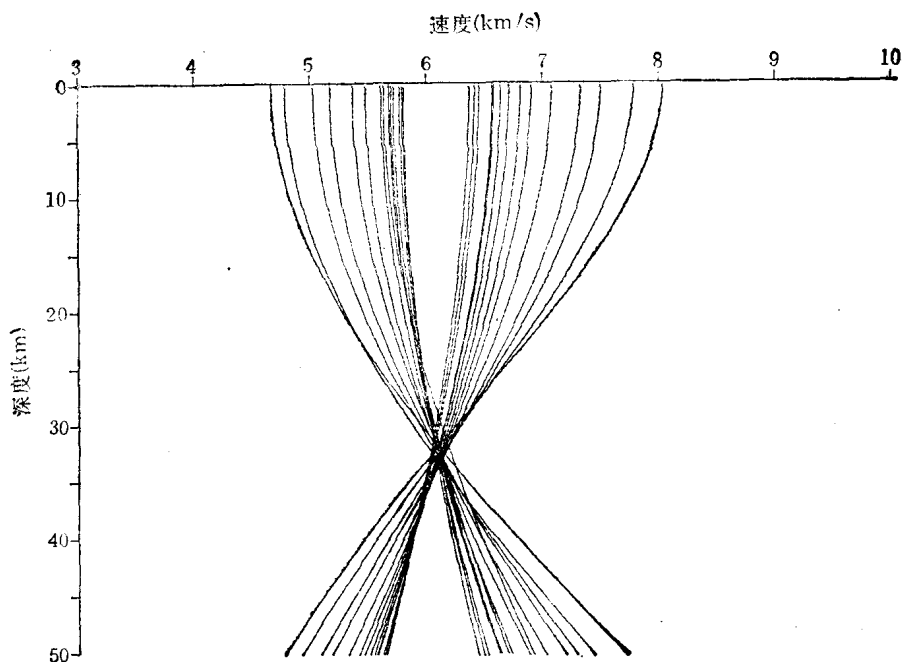


图 1.11

单独计算震中距 Δ 及走时 T 的值。其计算公式如下：

$$\Delta_{F,S} = \sum_{i=1}^{N_{F,S}} \frac{1}{1-r_i} \left[\sin^{-1} \frac{pv_i(r_{i+1})}{r_{i+1}} - \sin^{-1} \frac{pv_i(r_i)}{r_i} \right]$$

$$T_{F,S} = \sum_{i=1}^{N_{F,S}} \frac{1}{1-r_i} \left[\sqrt{\frac{r_{i+1}^2}{v_i^2(r_{i+1})} - p^2} - \sqrt{\frac{r_i^2}{v_i^2(r_i)} - p^2} \right]$$

式中 i 代表层的编号, N 是层数, 角标 F 及 S 分别代表震源点和台站, 所有的速度都表示为 r 的函数。

经过已知层校正后的震中距 Δ 和走时 T 分别为

$$\Delta = \Delta_0 - \Delta_F - \Delta_S$$

$$T = T_0 - T_F - T_S$$

其中, Δ_0 及 T_0 为实测台站震中距及走时。经校正后的 Δ 和 T 值, 再用式 (17) 及 (18) 就可求出已知模型下方未知层的厚度及速度。

对于实际反演, 经常遇到的是这种情形, 即入射与反射是对称的, 这时 $r_1 = r_2 = r$, 于是有

$$v_0(r_0, p) = \frac{r \sin i_1}{p}$$

$$v_0(r_0, T) = \frac{2}{T} (r \cos i_1 - r_0 \cos i_0)$$

其中