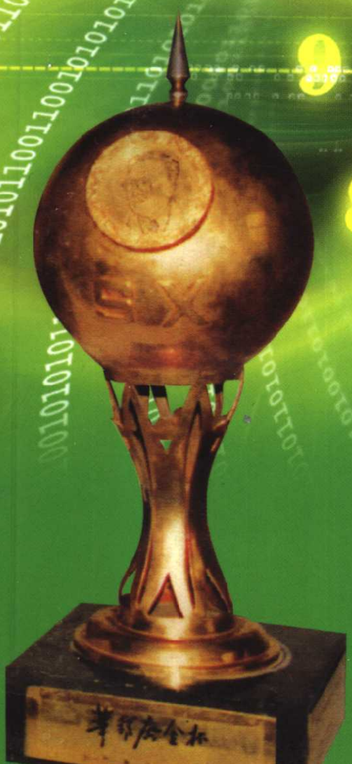
华罗庚金杯赛

集训教程

（小学卷）

主编　朱华伟



权威性

实战性

针对性

珠海出版社

华罗庚金杯赛集训教程

小 学 卷

主编 朱华伟

编著 朱华伟 李小平 裴光亚

齐世荫 徐宇珊 胡兴虎

张京明 朱 晓 李 强

贺楚贵

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚金杯赛集训手册(教程)/朱华伟著. —珠海:珠海出版社,2004.1

Ⅰ.华… Ⅱ.朱… Ⅲ.数学课-中小学 -教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第125857号

华罗庚金杯赛集训手册(教程)

编　　著:朱华伟等
终　　审:潘自强
责任编辑:王大凡
装帧设计:刘之光
出版发行:珠海出版社
地　　址:珠海市银桦路566号报业大厦3楼
电　　话:0756-2639346　邮政编码:519002
网　　址:http://www.zhcbs.com
E-mail: fxb@zhcbs.com
印　　刷:河南省瑞光印务股份有限公司
开　　本:850×1168mm　1/32
印　　张:20.875　　字数:500千字
版　　次:2004年2月第1版
　　　　　2004年2月第1次印刷
书　　号:ISBN 7-80689-112-9/G·293
印　　数:1-25 000册
定　　价:26.00元(全二册　本册13.00元)

前 言

1986年,为了纪念著名数学大师华罗庚教授逝世一周年,中国少年报社、中央电视台、中国数学会、中国优选法统筹法与经济数学研究会、中国科协青少部等五个单位,联合举办了"华罗庚金杯"少年数学邀请赛(以下简称"华杯赛")。"华杯赛"每两年举办一届,参赛对象为小学高年级和初中一年级的学生。

"华杯赛"的宗旨是弘扬华罗庚教授的爱国主义精神,学习华老勤奋学习、献身科学的优秀品质,激发广大中小学生学习数学的兴趣,开发智力,普及数学知识。

"华杯赛"的赛程分为初赛、复赛和决赛。

初赛:由主试委员会提供参考题12—15题,中央电视台第一套节目播放试题20分钟,每道题的思考时间只有30—50秒。虽然参赛的有初中一年级的学生,但是解答试题所需要的知识并不超过小学数学的范围,只是要求参赛的少年选手有良好的计算能力和敏捷的思维能力。题目难度不大但富有趣味性,以提高学生学习数学的兴趣和信心。

复赛:从第6届起分小学组和初一组,由主试委员会提供参考题,各参赛城市组织比赛、阅卷,评出全国一、二、三等奖,并从中选拔决赛选手。

决赛:参赛选手分小学组和初一组,经过初赛、复赛的选拔,从

获复赛一等奖的选手中选拔参加决赛的选手，名额为中、小学生各两名，由参赛城市组成代表队参加决赛。选手经过两次笔试，决出个人金、银、铜牌，团体总分取前十名，其中前四名队的选手参加口试，最后决出团体冠、亚、季军。获冠军的代表队，将金杯保存至下届杯赛。团体冠军和金牌榜首者的名字将刻在金杯上。

“华杯赛”的命题原则：“华杯赛”按照“普及性、趣味性、新颖性”的原则命题。全部试题内容不超出小学范围和初中一年级。初赛试题强调普及性和趣味性。决赛试题中约有$\frac{1}{3}$至$\frac{1}{2}$的题目有一定难度，要求具有较灵活的分析能力和较严密的逻辑思维。复赛的难度介于初赛和决赛之间，较强调掌握小学和初中一年级数学知识的熟练程度。

普及性：全部试题的解答方法不超出初中一年级和小学六年级教学内容。其中要求小学生做的试题的解答方法不超出小学六年级教学大纲。

趣味性：能让同学们增强学习数学的兴趣和信心，启发他们用新学的知识去观察和解答现实生活中许许多多的数学问题。

新颖性：要有若干新颖、不落俗套的题目，以考查和区分选手们灵活思考的能力和掌握知识的熟练程度。

迄今为止“华杯赛”已举办八届，在第1～7届“华杯赛”中武汉队取得了优异的成绩，夺得第五届冠军，每届都进入团体前4名参加口试决赛(这在所有参赛队中是绝无仅有的)，涌现出罗小虎、徐晶华、邹瑾、郑辉、胡晓君、张磊、彭青兰、姜磊、吴瑜、万邓熙、陈代卓、朱洁茹等一批金牌选手，这些成绩的取得既得益于中小学老师的培养，也得益于为备战“华杯赛”科学合理的训练。

为了帮助少年朋友参加“华杯赛”，我们这些中青年朋友——“华杯赛”武汉集训队的教练，将往届培养“华杯赛”选手的资料整理，编写了这套集训教程（分小学、初一两册），供少年朋友们参赛前学习、研讨。每册书分六部分：数与代数、空间与图形、方法与原理、综合应用、模拟训练、全真测试，其中前四部分共分24讲，系统介绍了参加“华杯赛”所需要的知识、方法与技巧。第五部分是我们精心编拟的模拟试题，第六部分选辑几套“华杯赛”试题，供少年朋友做热身训练。这是“华杯赛”武汉集训队教练组多年培训选手并在全国决赛中取得优异成绩的经验之作。希望少年朋友们能喜爱她、珍惜她、用好她。

本书可供小学高年级学生参加“华杯赛”、小学数学奥林匹克及各级各类小学数学竞赛用。

朱华伟

2004年元月

目 录

数与代数

第1讲 速算与巧算

同学们在解答数学题时，总希望做得又对又快.要达到这个目的，必须多观察、多联想，注重选择有效的方法，灵活地运用知识，达到正确的速算及合理的巧算.

计算题是小学数学竞赛中的一个重要内容.它不仅要求同学们能够根据四则计算的法则以及四则混合运算的顺序进行正确计算，而且要求能运用运算定律和性质把较复杂的计算转化成简便的计算.同时，能根据数据特征以及数与数之间的关系，运用一些特殊的技巧，达到化难为易，以简驭繁的目的.

这一讲，我们介绍整、小、分数四则运算的速算和巧算方法.

1 结合数的特点，巧妙运用定律、性质

例1 计算：$1994\frac{1}{2}\times79+\frac{6}{25}\times790+244.9$.

分析 如果按照算式中的运算顺序进行运算，势必太麻烦.当我们观察出：$\frac{6}{25}\times790=0.24\times79\times10=2.4\times79$，$244.9=79\times3.1$时，本题运用乘法的结合律、分配律可以很快地算出结果.

解 $1994\frac{1}{2}\times79+\frac{6}{25}\times790+244.9$

$=1994.5\times79+0.24\times79\times10+3.1\times79$

$=1994.5\times79+2.4\times79+3.1\times79$

$=(1994.5+2.4+3.1)\times79$

$=2000\times79$

$=158000.$

例 2 计算：$\dfrac{1995\times(4.3\times87+4.4)}{4.4\times87-4.3}$.

分析 观察分子和分母部分，可以发现分母部分：$4.4\times87-4.3=(4.3+0.1)\times87-4.3=4.3\times87+8.7-4.3=4.3\times87+4.4$. 这样，再通过约分很快地算出结果.

解 $\dfrac{1995\times(4.3\times87+4.4)}{4.4\times87-4.3}$

$=1995\times\dfrac{4.3\times87+4.4}{(4.3+0.1)\times87-4.3}$

$=1995\times\dfrac{4.3\times87+4.4}{4.3\times87+8.7-4.3}$

$=1995\times\dfrac{4.3\times87+4.4}{4.3\times87+4.4}$

$=1995.$

说明 类似的问题有：

(1)计算：$1995+199.5+19.95$；

(2)计算：$\dfrac{1995^2-1995+1}{1995^2-1994\times1995+1994^2}$；

(3)计算：$99.99\times22.22+33\dfrac{33}{100}\times33\dfrac{34}{100}$.

2 结合算式的特点，转化运算形式

例 3 计算：$\dfrac{1.2\times2.4\times4.8+2\times4\times8+\frac{1}{13}\times\frac{2}{13}\times\frac{4}{13}}{1.2\times3.6\times10.8+2\times6\times18+\frac{1}{13}\times\frac{3}{13}\times\frac{9}{13}}$.

分析 如果按照运算顺序分别算出分子和分母部分的结果，势必太麻烦了. 观察算式的特点，分子部分三项的积都含有因数 1

$\times 2\times 4$，分母部分三项的积都含有因数 $1\times 3\times 9$，这样可转化分子部分的表示形式为：$1\times 2\times 4\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})]$，分母部分的表示形式为：$1\times 3\times 9\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})]$，这样，就可以很简便地算出结果来了.

解 $\dfrac{1.2\times 2.4\times 4.8+2\times 4\times 8+\frac{1}{13}\times\frac{2}{13}\times\frac{4}{13}}{1.2\times 3.6\times 10.8+2\times 6\times 18+\frac{1}{13}\times\frac{3}{13}\times\frac{9}{13}}$

$$=\frac{1.2^3\times 1\times 2\times 4+2^3\times 1\times 2\times 4+(\frac{1}{13})^3\times 1\times 2\times 4}{1.2^3\times 1\times 3\times 9+2^3\times 1\times 3\times 9+(\frac{1}{13})^3\times 1\times 3\times 9}$$

$$=\frac{1\times 2\times 4\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})^3]}{1\times 3\times 9\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})^3]}$$

$$=\frac{8}{27}.$$

例 4 计算：$\dfrac{(1+17)\times(1+\frac{17}{2})\times(1+\frac{17}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{17}{19})}{(1+19)\times(1+\frac{19}{2})\times(1+\frac{19}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{19}{17})}$.

分析 本题的分子、分母不能按照计算顺序逐个乘起来，比较观察可知，分子部分为：$18\times\frac{19}{2}\times\frac{20}{3}\times\frac{21}{4}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{19}=18\times 19\times 20\times\cdots\cdots\times 36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{19}$，分母部分为：$20\times\frac{21}{2}\times\frac{22}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{17}=20\times 21\times\cdots\cdots\times 36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{17}$，再通过约分可以简便地算出结果来.

解 $\dfrac{(1+17)\times(1+\frac{17}{2})\times(1+\frac{17}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{17}{19})}{(1+19)\times(1+\frac{19}{2})\times(1+\frac{19}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{19}{17})}$

$=\dfrac{18\times\frac{19}{2}\times\frac{20}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{19}}{20\times\frac{21}{2}\times\frac{22}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{17}}$

$=\dfrac{18\times19\times20\times\cdots\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{19}}{20\times21\times22\times\cdots\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{17}}$

$=18\times19\times\frac{1}{18}\times\frac{1}{19}$

$=1.$

说明 类似的问题有：

(1)计算：$1995\times43134313-4313\times199519951995$；

(2)计算：$\dfrac{1994+1994.1994+1994.19941994+\cdots\cdots+1994.\overbrace{1994\cdots\cdots1994}^{100个“1994”}}{1995+1995.1995+1995.19951995+\cdots\cdots+1995.\underbrace{1995\cdots\cdots1995}_{100个“1995”}}$；

(3)计算：$(11-\frac{11}{36})+(9-\frac{11}{36}\times5)+(1-\frac{11}{36}\times3)+(5-\frac{11}{36}\times9)+(3-\frac{11}{36}\times7)+(7-\frac{11}{36}\times11)$.

在解答计算题时，要学会观察算式中数及运算的特点，发现数与数之间的关系，灵活地运用知识．合理地调整运算的顺序，适当改变算式及数字的形式，结合运算定律、性质，使运算过程简化．

3 结合常用的数据和结果，改变运算策略

熟记常用的一些数据及运算结果，有利于正确、迅速地计算．

下面的数据运算结果希望同学们能熟记.

$25\times4=100,125\times8=1000,37\times3=111,7\times11\times13=1001$;

$11\times11=121$,

$111\times111=12321$,

$\underbrace{11\cdots\cdots1}_{9个“1”}\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{9个“1”}=12345678987654321$;

$123456789\times9=\underbrace{11\cdots\cdots1}_{8个“1”}01$;

$1+2+3+\cdots\cdots+k-1+k+k-1+k-2+\cdots\cdots+2+1=k^2$（其中 k 为自然数）.

含有循环小数的运算，可把循环小数化为分数来计算，如 $0.\dot{0}\dot{1}+0.\dot{0}\dot{2}+\cdots\cdots+0.\dot{0}\dot{9}=\frac{1}{99}+\frac{2}{99}+\cdots\cdots+\frac{9}{99}$,再算出结果来.

如果是 $0.0\dot{1}+0.0\dot{2}+\cdots\cdots+0.0\dot{9}=\frac{1}{90}+\frac{2}{90}+\cdots\cdots+\frac{9}{90}$,再算出结果.

例 5 37037×666666 的积中有几位数字是奇数?

分析 本题直接用乘法计算太麻烦,我们观察可知 37037×3=111111,又知:666666=111111×3×2,这样就可以很快地算出结果.

解 37037×666666

$=37037\times3\times111111\times2$

$=111111\times111111\times2$

$=12345654321\times2$

$=24691308642.$

答：乘积中有 3 个数字是奇数.

说明 类似这样的问题有:

两个 37037037,它们的积中各位数字和是多少?

4 结合运算公式，简化运算

例 6 计算：$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}+\frac{2}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1995}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}$.

分析 观察可知分母是 1 的和为 1；分母是 2 的和为 2；分母是 3 的和为 3；……；分母是 1995 的和为 1995. 这样，此题简化成求 1+2+3+……+1995 的和.

解

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}\\&+\frac{2}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1995}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}\\=&1+2+3+4+\cdots\cdots+1995\\=&(1+1995)\times1995\div2\\=&998\times1995\\=&1991010.\end{aligned}$$

例 7 计算：$(1-\frac{1}{2^2})\times(1-\frac{1}{3^2})\times(1-\frac{1}{4^2})\times\cdots\cdots\times(1-\frac{1}{10^2})$.

分析 观察可知：把每一项的 $1-\frac{1}{k^2}$（其中 k 为自然数）转化成乘法运算，就可以先约分，简化运算过程.

解

$$\begin{aligned}&(1-\frac{1}{2^2})\times(1-\frac{1}{3^2})\times(1-\frac{1}{4^2})\times\cdots\cdots\times(1-\frac{1}{10^2})\\=&(\frac{2\times2-1}{2\times2})\times(\frac{3\times3-1}{3\times3})\times(\frac{4\times4-1}{4\times4})\times\cdots\cdots\times\\&(\frac{10\times10-1}{10\times10})\end{aligned}$$

$$=\frac{1\times3}{2\times2}\times\frac{2\times4}{3\times3}\times\frac{3\times5}{4\times4}\times\cdots\cdots\times\frac{9\times11}{10\times10}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}$$

$$=\frac{11}{20}.$$

说明 像 $2\times2-1=1\times3$；$3\times3-1=2\times4$；$4\times4-1=3\times5$；……这样的结果，可以先从简单情况入手，找到规律，然后可归纳成字母表示的公式：$a\times a-b\times b=(a+b)\times(a-b)$.

类似这样的问题有：

计算：$(1+\frac{1}{2})\times(1+\frac{1}{4})\times(1+\frac{1}{16})$.

（提示：添上 $1-\frac{1}{2}$ 再算）

5 结合数形关系，以简驭繁

在解答计算题时，有些题目数据形式非常整齐，隐含着一定的规律.这时，可以从简单入手，采用尝试、猜想、代换等手段，发现解题的途径，达到以简驭繁的目的.

例 8 计算：$\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1995个“3”}$.

分析 从简单想起，$12\div3=4$；$1122\div33=34$；$111222\div333=334$；……采用不完全归纳，可以很快得出结果. 由此，$\underbrace{111\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{222\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1995个“3”}=\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1994个“3”}4$.下面介绍另一种解法.

解 $\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1995个“3”}$

$=\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div(3\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”})$

$$=\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995\text{个}“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995\text{个}“2”}\div\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995\text{个}“1”}\div 3$$

$$=1\underbrace{00\cdots\cdots0}_{1994\text{个}“0”}2\div 3$$

$$=\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1994\text{个}“3”}4.$$

说明 从这个简单的例子可以看出，当遇到题目中数据形式很整齐且数据很大时，采用尝试、猜想、验证的方法往往能获得意外的收获.

例 9 三个 1994 位数 $\underbrace{999\cdots\cdots9}_{1994\text{个}“9”}$、$\underbrace{88\cdots\cdots8}_{1994\text{个}“8”}$ 和 $\underbrace{66\cdots\cdots6}_{1994\text{个}“6”}$，求 $\underbrace{99\cdots\cdots9}_{1994\text{个}“9”}\times\underbrace{88\cdots\cdots8}_{1994\text{个}“8”}\div\underbrace{66\cdots\cdots6}_{1994\text{个}“6”}$的结果中各位数字之和.

分析 从简单入手，很容易知道 $9\times8\div6=12$，各位上数字之和为 $1+2=3$；$99\times88\div66=9\times8\times11\times11\div(6\times11)=9\times8\times11\div6=12\times11=132$，各位上数字之和为 $3\times2=6$；$999\times888\div666=9\times8\times111\times111\div(6\times111)=12\times111=1332$，各位上数字之和为 $3\times3=9$；……这样，依次类推，势必容易算出结果来.

解 $\underbrace{99\cdots\cdots9}_{1994\text{个}“9”}\times\underbrace{88\cdots\cdots8}_{1994\text{个}“8”}\div\underbrace{66\cdots\cdots6}_{1994\text{个}“6”}$

$$=9\times8\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994\text{个}“1”}\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994\text{个}“1”}\div(6\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994\text{个}“1”})$$

$$=9\times8\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994\text{个}“1”}\div6$$

$$=12\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994\text{个}“1”}$$

$$=1\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1993\text{个}“3”}2.$$

由此，$1\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1993\text{个}“3”}2$ 这个结果各位上的数字之和为 $3\times1994=$