



胡作玄◎著

哲人科學家——康托爾

引起紛爭的 金蘋果



[自然科學圖書館19]

引起紛爭的金蘋果

哲人科學家——康托爾

胡作玄 ◆ 著



引起紛爭的金蘋果：哲人科學家：康托爾／胡作玄著．--初版．--臺北市：業強，1997[民86]

面；公分．--(自然科學圖書館；19)
ISBN 957-683-440-6(平裝)

1. 康托爾(Cantor, Georg, 1845-1918)-傳記 2. 數學-德國-傳記

310.9943

85014086

自然科學圖書館(19)

引起紛爭的金蘋果 哲人科學家——康托爾

- 著者◎ 胡作玄
發行人◎ 陳春雄
執行主編◎ 湯皓全
執行主編◎ 曾紅英
美術編輯◎ 潘俊傑、王月霞
出版者◎ 業強出版社
地址：台北市中華路二段 163 巷 6 號 2 樓
電話：(02) 3043152 (代表號)
傳真：(02) 3043153
郵撥：0743812-9 業強出版社
發行中心◎ 地址：台北縣新店市民權路 130 巷 6 號 2 樓
電話：(02) 2183565 (代表號)
傳真：(02) 2183619
法律顧問◎ 蕭雄淋律師
排版◎ 浩瀚電腦排版股份有限公司
印刷◎ 永美印刷公司
出版登記◎ 局版台業字第 3220 號
- 定價◎ 新台幣 140 元整 1997 年 1 月初版
如有破損或缺頁、倒裝，請寄回更換
版權所有，翻印必究

ISBN 957-683-440-6

在世界即將步入信息時代的前夜，科學家用什麼來獻給我們的青年一代？

廣義地說，科學家們可以通過自己從事的研究，為人類謀福利；但這還不是工作的全部。他們還應當在科學知識方面，對青年進行介紹和引導。知識就是生命，知識就是力量。青年人是最願意學習知識的，但當今的知識浩如煙海，特別在科技方面，各種傳統的學科仍在迅猛發展，不斷充實新的內容；而各種新興學科和邊緣學科，卻又層出不窮，為人類提出了新的思路。這就不可能要求全部由青年人自己去摸索，而需要介紹和引導，讓他們「登堂入室」，然後讓他們自己決定喜歡什麼，以及是否願意為某一種科學而獻身。這種對科學加以介紹和引導的作品（包括科學的歷史和從事科學研究的方法）就稱為「科（學）普（及）作品」。它不但能擴展青年的知識面，有時還對青年的一生產生重要的作用。

當然，科普作品不僅對於青年，實際上對於任何人，包括已經從事科學工作多年的人來說，都是重要的。因為，所謂「信息爆炸」的年代，也就是「知識爆炸」的年代。科學技術發展到今日，已經無人可以涉獵所有的學科領域，但在工作中卻隨時都會發現自己的知識實在還很貧乏，實在需要更新。一些好的科普作品就能提

供這方面的需求。

然而，好的科普作品並不易求。以前有人提出翻譯作品要「信、達、雅」，我認為科普作品同樣也要做到「信、達、雅」，這就是正確嚴格的科學性、通順流暢的語言以及引人入勝的文采。就實踐而言，不但要把層次較高的科學道理深入淺出地講清楚，還要娓娓道來，興味盎然，是很高的要求，首先作者本人必須有很高的科學修養。很多科學家認為寫一篇科普文章有時比寫一篇學術論文還難，因為後者可以不管有多少人能看懂（也許只限於從事他這一行的「同仁」），而前者則要求能看懂的人愈多愈好。不過，很多人不怕困難而已在不懈地從事這一工作，是因為他們認識到向人民大眾宣傳科學乃是一個科學家的神聖職責。

正因為這是一個神聖職責，所以業強出版社決定陸續出版《自然科學圖書館》這一系列叢書，我認為是明智的，也是有遠見的。深望海峽兩岸的科技界人士，能夠共同勉勵、相互切磋，把更多更好的科普作品獻給跨世紀的人們。

華中一

（前復旦大學校長，現任上海科學技術協會副主席）

[自然科學圖書館]—顧問

蘇步青（著名數學家、前復旦大學校長）

華中一（著名物理學家、前復旦大學校長）

沈清松（政治大學哲學系教授）

李田英（師範大學科學教育研究所教授）

陳擎霞（輔仁大學生物系教授）

陳永秋（政治大學應數系、應數所教授）

傅學海（師範大學地球科學系副教授）

羅祖德（上海華東師範大學教授、軟科學研究中心主任）

姜雲生（上海松江縣文聯副主席、著名科普作家）

出版說明

《引起紛爭的金蘋果——哲人科學家——康托爾》原係福建教育出版社出版，收入該社「哲人科學家叢書」，李醒民主編，該叢書以普及介紹世界著名科學家為目的，將科學家對世界科學的貢獻和他們對人類思想和文化的貢獻結合起來，突出科學家的傳記故事和人文精神。我們所面對的即將到來的二十一世紀，將是一個由傳統的權力社會、財力社會向智力社會過渡的時代。智力社會將是一個嶄新的時代，它意味著自然科學和人文精神將發生重新組合，使自然科學人文化，人文精神科學化，從而真正達到「天人合一」的理想境界。業強出版社出版《自然科學圖書館》，正是為了培養青少年讀者同時產生對自然科學與人文精神的興趣，提高民族的精神素質與文化精神，為世界向未來的智力社會過渡積蓄足夠的力量，所以本書列入這套系列出版，將會對青少年讀者產生積極的影響。



沒有任何問題像無窮那樣深深地觸動人的情感，很少別的觀念能像無窮那樣激勵理智產生富有成果的思想，然而也沒有任何其他概念能像無窮那樣需要加以闡明。

——希爾伯特

數學的本質在於它的自由性。

——康托爾

在數學的領域中，設問的藝術有時要比解題的藝術更重要。

——康托爾

研究工作。一方面以康托爾自己的著作及書信為基礎，以研究的傳記為根據，對他的生平進行挖掘，從參考文獻可以看出國外已有相當的基礎；另一方面對於「無窮」的思想史及文化史進行探索。在這方面，即使在國外也研究甚少，這當然是未來的一個研究方向。為了忠實於原作者，凡是引用的原文，都和原文核對，譯文由筆者負責。

作者

胡作玄

引言

二十世紀最偉大的數學家之一赫爾曼·外爾說過：「數學是無窮的科學」。這句話太摩登了，以致一百年前，幾乎沒有人承認它。這倒不是因為人們的心中沒有無窮，恰恰相反，早在沒有文字記錄的遠古時代，無窮的觀念就已經深入到人心之中，可以說是人類最早得到的幾個抽象觀念之一。幾千年來，對它的思索連綿不斷：無窮煽起藝術家的激情，激發詩人的想像，引起哲學家的沈思，啓示宗教家的冥想，推動物理學家的探索，最後，挑起數學家的不和。關於無窮的大戰在數學家中從來沒有停息過，無窮成為引起數學家爭吵的金蘋果。哲學權威亞里士多德把無窮限於潛在無窮之內，而數學家之王高斯把無窮驅趕到數學之外。誰敢冒天下之大不韙，把無窮的火種引到人間，使無窮的研究成為一門科學呢？

這位普羅米修斯就是本書的主人公——格奧爾格·康托爾（Georg Cantor，一八四五～一九一八年）。

沒有開拓者能不付出代價，沒有革命者能不作出犧牲，無窮集合論的建立是以康托爾的精神崩潰為代價的，而這正是他和內心的敵人與外在的對手殊死之爭的結果。開創者往往被視為異端，其創造也往往遭到千般抵制、百般挑剔。但不管怎麼說，集合論建立起來了，它強烈地影響著近百年的數學發展，無窮最終由神話變成一門科學。

宙斯不能毀滅普羅米修斯的功績，就派遣潘朵拉給人類帶來她那著名的盒子。當康托爾在他的無窮之路上越走越遠時，忽然發現從潘朵拉盒子裡放出的害蟲和瘟疫：一些百思不得其解的難題，一些自相矛盾的悖論。不過，在這些害蟲及瘟疫危及集合論的機體，引起基礎大戰時，盒子裡面還有「希望」留下來。康托爾懷著希望，希爾伯特懷著希望，發誓不能從康托爾的樂園中被趕出去，儘管道路曲折坎坷，希望卻永在人間。

康托爾的無窮大廈將永世長存！

目錄

序

引言

第一章	無窮之謎	001
	藝術家的體驗	
	哲學家的探索	
	數學家的疑懼	
第二章	新星升起	020
	猶太的後裔	
	柏林的新生活	
第三章	虛席以待	039
	分析序曲	
	傅立葉和他的級數	
	無理數	
第四章	步履艱辛	058
	戴德金	
	友誼	

婚姻與家庭

維數的怪事

第五章 一條直線上有多少個點 085

線性點集的花樣

《一般集合論基礎》

知音與敵意

第六章 知音難尋 102

孑然一身

回到上帝的懷抱

莎士比亞是培根嗎

第七章 重振旗鼓 126

組織起來

哥德巴赫猜想的插曲

第八章 潘朶拉的盒子 143

廣為傳播

基礎研究的興起

精神病院的常客

結束語 康托爾的遺產 164

第一章 無窮之謎

在無窮還沒有成為數學研究對象之時，它已經在一些先知的心中迴盪。幾千年來，人們在探索無窮，追求無窮。無窮這個字眼，也就出現在古往今來的典籍之中。宗教的經典，藝術家的創作，哲學家的著作中充滿了對無窮的體驗和思索。《聖經》和《創世紀》中有這樣的記載，也許它標誌人們探索無窮的第一步。他們說：「來，我們要建造一座城和一座塔，塔頂通天，傳揚我們的名聲。」上帝恐怕他們的志向太高、野心太大，「攪混他們的語言，使他們的談話彼此互不理解。」從而使他們的企圖歸於失敗。從此之後，巴別塔成為無窮的比喻之詞。

肉體上到達無窮的企圖失敗之後，人們轉向內心，希望從精神上到達無窮。每個時代的詩人、藝術家、哲學家，有的迷戀無窮，有的恐懼無窮，有的歌頌無窮，有的想從無窮的夢魘中擺脫出來。而低劣的文化，卑賤的精神，花天酒地之徒，爭權奪利之輩，在他們的字典

中，從來沒有「無窮」二字，他們所能體會到的無窮，也許只有人欲的無窮罷了！

藝術家的體驗

我們也許不能在畫家的作品中體會到他們對無窮的感受。幸運的是，從一些談話紀錄和書信中我們還能找到一些原話。在精神荒漠中長大的人也許不知道荷蘭畫家梵谷（一八五三～一八九〇年），但是，他們肯定能理解他的畫的售價是現在的世界紀錄。這位生前一貧如洗的大師，死後遺留給世界的無窮財富，卻不得不用「有窮」來衡量，這真是一個諷刺。梵谷到法國南部蒙特馬戎，在他的眼前呈現的不再是法國北部細雨霏霏的平原，而是一望無際連陰影也沒有的荒原，他得到了靈感，「我正在畫無窮。」有一天他這麼寫道，他發現他面前有兩個無窮，一端是無限伸展的無窮大，一端是地球表面上億萬多個微小的孔，它們是田野、橄欖樹、葡萄藤和岩石中的無窮小。一幅畫成無窮大與無窮小的統一，它不是幾個有窮堆放在一起。

作曲家似乎只能在有限的區間中工作，有限的音高，有限的音域，有限的音程……。不過，他們卻能表現無窮。許多作曲家都用靜默無聲作為無窮的隱喻。著名的現代藝術理論大師康定斯基（一八六六～一九四四年）曾談到：「一個偉大的沈默，就像一座冷冰冰的、

不可摧毀的牆一樣，帶我們走向無窮。」

十九世紀最後一位交響樂大師古斯塔夫·馬勒（一八六〇～一九一一年）在他的《大地之歌》的最後，歌唱家哼出最後的幾個字「永恆……永恆……」，隨之音樂消失於無聲和無窮之中，彷彿預示著作曲家自己過早地離開人世，化到無窮的寂靜之中。誰懂得一點音樂而能在這時無動於衷，感受不到無窮的滋味呢？神聖的音樂本來是上帝的語言，宇宙的和諧靠它來體現，人的心靈和諧也是靠它體現。英國物理學家丁達爾（一八二〇～一八九三年）曾講過，「人的心靈就像有一定音程的樂器，在它之外，兩端都是無窮的靜默。」人的心靈就是靠著音樂體驗上帝的無窮吧！

對於詩人來說，用語言來表現無窮就更加直接了當了。英國著名詩人威廉·布萊克（一七五七～一八二七年）在他的詩作《天真的預言》中有這樣樂觀的詩句：

在一粒沙中看到大千世界，
在一朵野花中看到蒼穹，
在你的手掌中把握著無限，
在你的瞬間中包含著永恆。

德國大詩人席勒（一七五九～一八〇五年）在《創世紀的偉大》中讚美無窮：

你徒勞地航行——迴轉吧！
你前面的路，無窮！
你徒勞地航行——在我後面
為你伸展著無窮！

英國詩人勃朗寧（一八一二～一八八九年），「在火爐邊」有一句包含著無窮集合論的精髓：

啊瞬間，太一與無窮！

英國大詩人彌爾頓寫道：「無窮是黑暗的、無限的海洋，無邊無際。」許多詩人更進一步認識到，無窮只不過是一種幻覺、一種想像。美國詩人愛倫坡（一八〇九～一八四九年）寫到：「所有我們見到的或似曾相識的，都不過是夢中之夢。」

對現代文學影響極大的愛爾蘭作家詹姆斯·喬伊斯在他所著的《一個年輕藝術家的肖像》這本小說中，對於無窮大有一段十分生動的描寫。書中一個愛爾蘭教士談到永劫的懲罰：「永遠忍受地獄的百般苦難的折磨該是如何呢？永遠永遠。不是一年或者一代而是永遠永遠。你無法想像這種可怕的情況意味著什麼。你過去常常看到海濱的沙粒……。你現在想像一座沙子堆成的山，一百萬英里高，從地球一直伸向那遙遠的天際……。你想