

未来基础教育研究中心策划

双色同步

新 活字精练导考

■ 北京师大附中
■ 华中师大附中
■ 东北师大附中
■ 西安交大附中
■ 西安高新中学
■ 西工大附中
■ 西安铁一中
■ 西安中学

● 课 课 导 学 精 练

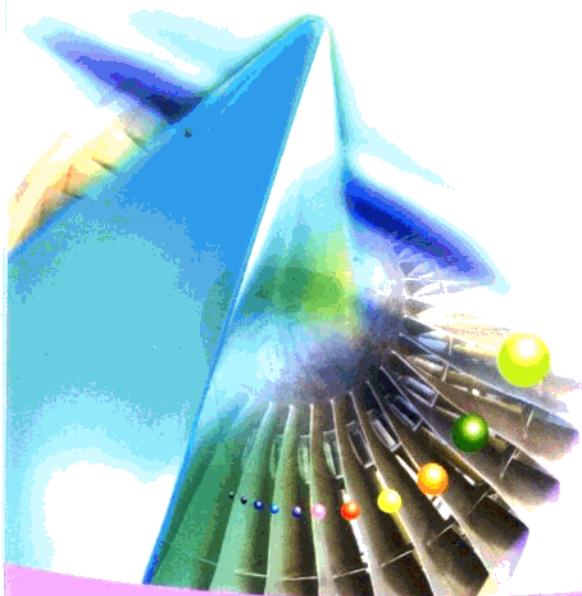
● 单 元 综 合 检 测

● 考 试 高 分 突 破

代数

初三下册

■ 未来出版社



致读者

科学的学习方法，是提高学习效率的有效途径。

在新的课程标准中，“学习能力”成为衡量学生素质的重要指标。对中小学教学的考核将从以往注重知识记忆，逐步转向综合素质的全面提高。为帮助中小学生学习科学的学习方法，提高学习效率，减轻学习压力，在积累知识的过程中培养解决问题的能力，我们特邀请教学一线的知名教师和成果丰硕的教研专家，编写了这套《活学精练导考》同步辅导丛书。

学习能力的核心是科学的学习方法和分析解决问题的能力，在这套丛书中，我们从活学、精练、导考三个方面来挖掘学生潜能，培养学习兴趣，提高学习能力。

实用、高效、简捷，是我们编写本丛书的主要指导思想，全书分以下三个栏目：

学习导引：

通过启发式的点拨，指导中小学生学习科学的学习方法。了解课程的核心思想和解决问题的基本思路，领悟知识点之间的相互关联，提高灵活运用知识的能力。

课堂训练：

目标明确的针对性训练，可以帮助学生及时消化和掌握课堂教学内容，发现学习过程中的问题，并及时解决。我们精选的这些练习，形式多样，摒弃了题海战术耗时、枯燥、低效的弊病，使学习过程成为一种获得知识的享受。

单元测评：

总结阶段学习成果，巩固记忆提高能力。加强了训练的综合性，帮助学生将各个孤立的知识点串联起来，通过综合运用所学知识，逐步培养分析解决问题的能力。在这个栏目中我们还紧密追踪最新的小考、中考命题趋势，努力增强本书的实用性，力求满足学生在学习阶段的多种需要。

本书栏目简捷实用但内容丰富。我们在各栏目中都穿插有“夹注点评”，并用红色标出，深化和细化了学习导引，其内容既有解题思路点拨，又有学习方法指导和规律总结，强化了训练的针对性和目的性，使学生能够举一反三，触类旁通，实现由知识到能力的过渡。

丛书中所选习题都是根据新课程标准和考试方向精选精编的，具有典型性和迁移性；习题的编排由浅入深，从易到难，分层递进，符合科学的学习规律和学生的认知水平，我们特别

这套丛书各册都附有“参考答案及提示”，答案详尽准确，对重点难点考点习题，都给予了关键思路提示和技巧指导，更加方便学生自学和老师家长辅导。

編者
2003年7月

书名:《活学精陈导考》	学科	年级
您的建议:		
姓名	学校	
邮编	地址	
电话	E-mail	
回信请寄: 西安市丰庆路91号未来出版社文教编辑部		
邮编	710082	E-mail future 1@pub.xaonline.com



目录

第十三章 ● 函数及其图象

13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象	(1)
课堂训练(一)	(1)
课堂训练(二)	(2)
单元测评	(4)
13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	(7)
课堂训练(一)	(7)
课堂训练(二)	(9)
课堂训练(三)	(11)
课堂训练(四)	(13)
课堂训练(五)	(15)
课堂训练(六)	(18)
课堂训练(七)	(20)
单元测评(一)	(23)
单元测评(二)	(25)
13.8 反比例函数及其图象	(26)
课堂训练(一)	(27)
课堂训练(二)	(29)
单元测评	(31)

第十四章 ● 统计初步

14.1 平均数	(34)
课堂训练(一)	(34)
课堂训练(二)	(36)
14.2 众数与中位数	(37)
课堂训练	(38)
14.3 方差	(40)
课堂训练(一)	(40)
课堂训练(二)	(42)
14.4 用计算器求平均数、标准差与方差	(44)
课堂训练	(44)
14.5 频率分布	(45)



课堂训练	(45)
单元测评	(47)
期中测试题	(50)
期末测试题	(54)
中考模拟试题(一)	(57)
中考模拟试题(二)	(61)
中考模拟试题(三)	(65)
参考答案及提示	(69)





第十三章 函数及其图象

13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象



学习导引

1. 理解二次函数的定义,了解二次函数的图象是抛物线.
2. 会画简单的二次函数 $y = ax^2$ 的图象,掌握其性质,同时了解抛物线的有关概念.
3. 结合图形理解和掌握二次函数 $y = ax^2$ 的几个重要特征,如:开口方向、顶点坐标(或位置)、对称轴、 y 值的增减性、最大值、最小值等.

课堂训练(一)



一、填空题:

1. 如果 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$), 那么 y 叫做 x 的二次函数. 如果 $a \neq 0, b = 0, c = 0$, 那么上述函数变为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$; 如果 $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$, 那么 $y = \underline{\hspace{2cm}}$; 如果 $a \neq 0, b \neq 0$, 那么 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 已知函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数), 当 $a \underline{\hspace{2cm}}$ 时是二次函数, 当 $a \underline{\hspace{2cm}}, b \underline{\hspace{2cm}}$ 时是一次函数, 当 $a \underline{\hspace{2cm}}, b \underline{\hspace{2cm}}, c \underline{\hspace{2cm}}$ 时是正比例函数.
3. 函数 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的图象开口 $\underline{\hspace{2cm}}$, 顶点 $\underline{\hspace{2cm}}$, 对称轴 $\underline{\hspace{2cm}}$, 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, y 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 值, 是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 函数 $y = -3x^2$ 的图象开口 $\underline{\hspace{2cm}}$, 顶点 $\underline{\hspace{2cm}}$, 对称轴 $\underline{\hspace{2cm}}$, 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, y 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 值, 是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $y = (m^2 + 3m + 2)x^{m^2 + m}$ 是二次函数, 它的图象开口 $\underline{\hspace{2cm}}$, 顶点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 对称轴是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 若 $y = mx^{m^2 - 2m - 1}$ 是二次函数, 且开口向下, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

不要忽略隐含条件 $m^2 + 3m + 2 \neq 0$

解答时心中要有 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象

二、选择题:

1. 下列说法正确的是 $(\quad)$
 - A. 函数 $y = ax^2$ 的图象经过原点, 是关于 x 的二次函数
 - B. 若 y 与 x^2 成正比例, 则 y 是 x 的二次函数
 - C. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数) 是二次函数
 - D. 函数 $y = ax^2 (a > 0)$ 中, 无论 x 为何值, y 的值总是正数
2. 下列函数中, y 是 x 的二次函数的是 $(\quad)$
 - A. $x + y^2 - 1 = 0$
 - B. $y = (x + 1)(x - 1) - (x^2 - 1)$
 - C. $y = 1 + \sqrt{1 + x^2}$
 - D. $3y = 2 - 2(x - 1)^2$

3. 下列各式中, y 不是 x 的二次函数的是 ()

- A. $y = 1 - x^2$ B. $y = x(1 - x)$
C. $y = x^2 - (3 + x)^2$ D. $x^2 - 3x + y - \sqrt{13} = 0$

4. 下列四个函数, ① $y = x + 1$ ② $y = \frac{3}{x}$ ③ $y = -x^2$ ④ $y = 2x (-1 \leq x \leq 2)$ 其中图象是中心对称图形, 且对称中心是原点的共有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 若二次函数 $y = ax^2$ 当 $x = 0$ 时, 取得最大值 0, 则它的图象的开口 ()

- A. 向上 B. 向下 C. 向左 D. 向右

三、解答题:

1. 已知抛物线经过原点和点 $(-2, 1)$, 求这条抛物线的解析式.

此抛物线的解析式是 $y = ax^2$

2. 在同一坐标系内作函数 $y = -x^2$ 和 $y = 2x^2$ 的图象, 并指出它们的对称轴、顶点坐标、开口方向.

3. 已知函数 $y = (k - 2)x^{k^2 - 2k - 1}$ 的图象是开口向下的抛物线, 试求 k 的值, 并写出函数解析式.

由 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象的性质可知 k 应满足的两个条件是: ① $k - 2 < 0$ ② $k^2 - 2k - 1 = 2$

四、创新与应用:

已知: 如图 13-1 所示, 桥拱是抛物线形, 其函数的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2$, 当水位线在 AB 位置时, 水面的宽为 12 米, 求这时水面离桥顶的高度 h 是多少?

认真读题, 结合图形明确各数据的意义是解题的关键

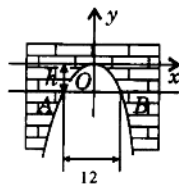


图 13-1

课堂训练(二)

一、填空题:

1. 下列函数 $y = \frac{x}{2}$, $y = -x^2$, $y = \frac{3x+4}{2}$, $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$, $y = x^3$, $y = x^2 - 3$, $y = -\frac{1}{3}x + 1$, $y = \frac{2x}{5}$ 中, 正比例函数是 _____; 一次(非正比例)函数是 _____; 二次函数是 _____.

2. 函数 $y = 3mx^2 + \frac{m-1}{x} + 4x$ 是二次函数, 则 $m =$ _____.
3. 若二次函数 $y = -3x^2$ 上两点 $A(x, -2), B(2, y)$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.
4. 当 $m =$ _____ 时, 抛物线 $y = mx^{m^2-m}$ 的开口向下, 若把此函数图象绕顶点旋转 180° , 则二次项系数为 _____.
5. 正方形的面积 y 与它的边长 x 之间的函数关系是 _____, x 的取值范围是 _____.
6. 圆的面积 S 与半径 R 之间的函数关系为 _____.
7. 设圆柱的高 $h(\text{cm})$ 是常量, 写出圆柱的体积 $v(\text{cm}^3)$ 与底面周长 $c(\text{cm})$ 之间的函数关系式为 _____.
8. 函数 $y = ax^2$ 的顶点坐标为 _____, $|a|$ 越大则开口就越 _____, $|a|$ 越小, 则开口就越 _____.

二、选择题:

1. 函数 $y = (m+n)x^n + (m-n)x + m$ 是二次函数的条件是 ()
- A. $m \neq n$ 且 $n = 2$ B. $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$
C. $m \neq -n$ 且 $n = 1$ D. $m \neq -n$ 且 $n = 2$
2. 若二次函数 $y = 2x^2$, 下列各组点都在二次函数图象上的是 ()
- A. $(0, 0), (1, 1)$ B. $(1, 2), (-1, 2)$
C. $(2, 8), (\frac{1}{2}, 1)$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
3. 如图 13-2 所示函数 $y_1 = a_1x^2, y_2 = a_2x^2$ 的图象, 则 a_1 与 a_2 的关系为 ()
- A. $a_1 > a_2$ B. $a_1 < a_2$
C. $a_1 = a_2$ D. $a_1 \geq a_2$
4. 下列函数中, 与 $y = x^2$ 表示同一个函数的是 ()
- A. $y = |x|^2$ B. $y = \frac{x^3}{x}$
C. $y = (\sqrt{x})^4$ D. $\sqrt{y} = x$
5. 若对于任何实数 x , 二次函数 $y = (m-1)x^2$ 的值总是非正数, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $m \leq 1$ B. $m \geq 1$ C. $m < 1$ D. $m > 1$
6. 在同一坐标系中, 作出函数 $y = kx^2$ 和 $y = kx - 2 (k \neq 0)$ 的图象可能是图 13-3 中的 ()

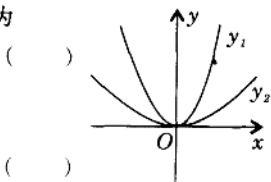


图 13-2

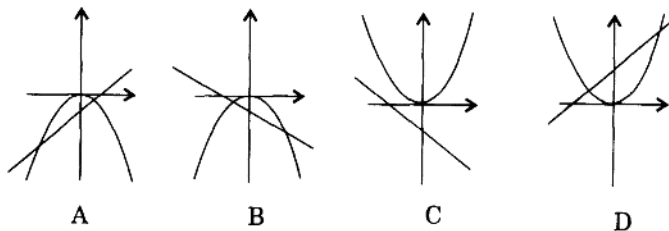


图 13-3

三、解答题:

1. 已知 $y = (k+2)x^{k^2+k-4}$ 是二次函数, 且当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.
- (1) 求 k 的值;
- (2) 画出函数的图象.

根据二次函数 $y=ax^2$ 的性质, 当且仅当抛物线开口向上时, 才有当 $x>0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 所以 a

>0

画抛物线 $y=ax^2$, 也可根据它的对称性, 先用描点法画出抛物线的左侧或右侧, 然后对称地画出另一侧

2. 已知 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 与 $y=2x-3$ 的图象交于点 $(1, b)$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求抛物线 $y=ax^2$ 的解析式, 写出顶点坐标、开口方向和对称轴方程;

(3) 设直线 $y=-2$ 与 $y=ax^2$ 相交于 A, B 两点, 连结 OA, OB , 求 $S_{\triangle OAB}=?$

3. 如图 13-4 所示, 直线 L 过 $A(4, 0)$ 和 $B(0, 4)$ 两点, 它与二次函数 $y=ax^2$ 的图象在第一象限内相交于 P 点, 若 $\triangle AOP$ 的面积为 $\frac{9}{2}$, 求二次函数的解析式.

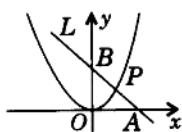


图 13-4

本题的关键是求点 P 的坐标, 可根据①点 P 在直线 L 上; ②点 P 在抛物线 $y=ax^2$ 上; ③点 P 的纵坐标是 $\triangle AOP$ 底边 OA 上的高, 解 P 点坐标时充分注意三个条件的运算顺序可使计算简便

四、创新与应用:

如图 13-5 所示, 有一抛物线状的拱形桥, 其解析式是 $y=ax^2$, 桥拱跨度 $AB=12$ 米, 拱高 $h=4$ 米, 按规定, 通过该桥下的载货汽车最高处与桥拱之间的距离 CD 不得小于 0.5 米, 今有一辆宽为 3 米, 高为 3 米 (载货最高处与地面 AB 的距离) 的货车能否通过此桥孔, 为什么?

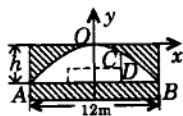


图 13-5

单元测评

[满分 100 分] [限时 100 分钟]

一、填空题: (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 在函数 $y=(m-1)x^{2m+1}$ 中, 当 $m=$ 时, 此函数为正比例函数, 这时 y 随 x 的增大而

; 当 $m=$ 时, 此函数是二次函数, 此时它的图象的顶点坐标是

2. 若 $y=(m^2-2m-3)x^2+(m-1)x+m^2$ 是 x 的二次函数, 则 m 为

3. 已知抛物线 $y=ax^2$ 和直线 $y=kx$ 的交点是 $P(-1, 2)$, 则 $a=$, $k=$

4. 将下列函数与图 13-6 中的图象对号

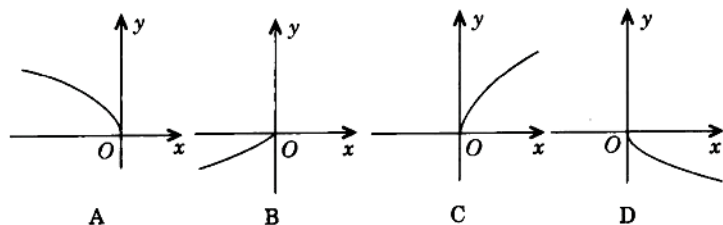


图 13-6

(1) $y = \sqrt{x}$ 的图象是 _____;

(2) $y = -\sqrt{x}$ 的图象是 _____;

(3) $y = \sqrt{-x}$ 的图象是 _____;

(4) $y = -\sqrt{-x}$ 的图象是 _____.

5. 函数 $y = (-\sqrt{2}x)^2$ 的图象是 _____ 线, 顶点坐标是 _____, 对称轴是 _____, 图象的开口向 _____; 当 $x =$ _____ 时, 函数有最 _____ 值; 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而 _____, 在对称轴的右侧, y 随 x 的增大而 _____.

6. 在抛物线 $y = 2x^2$ 上, 当 $y = 4$ 时的两点之间的距离是 _____.

二、选择题: (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 抛物线 $y = -\frac{1}{5}x^2$ 与 $y = \frac{1}{5}x^2$ 在同一坐标平面内, 下面结论正确的是 ()

- A. 顶点坐标不同 B. 对称轴相同
C. 开口方向一致 D. 都有最大值

2. 二次函数 $y = ax^2$ 的值大于 0 的条件是 ()

- A. $a > 0$ $x < 0$ B. $a > 0$ $x > 0$
C. $a > 0$ $x \neq 0$ D. $a \neq 0$ $x \neq 0$

3. 抛物线 $y = \frac{1}{a}x^2$ ($a < 0$) 上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 > x_2$ 时, 有 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$
C. $y_1 = y_2$ D. 以上都不对

4. 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 绕其顶点旋转 180° 所得的图象的解析式为 ()

- A. $y = \frac{1}{2}x^2$ B. $y = 2x^2$
C. $y = -\frac{1}{2}x^2$ D. $y = -2x^2$

5. 如图 13-7 所示, 四个二次函数的图象中, 分别是① $y = ax^2$ ② $y = bx^2$ ③ $y = cx^2$ ④ $y = dx^2$, 则 a, b, c, d 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c > d$ B. $a > b > d > c$
C. $d > c > b > a$ D. $a < b < d < c$

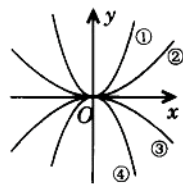


图 13-7

根据“二次项的系数的绝对值越大, 抛物线的开口越小, 抛物线就越接近 y 轴”这一规律来判定

6. 如图 13-8, 从 $y=x^2$ 的图象可以看出, 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, y 的取值范围是

()

- A. $-1 \leq y \leq 4$ B. $0 \leq y \leq 1$
C. $0 \leq y \leq 4$ D. $1 \leq y \leq 4$

三、解答题:(每题 10 分, 共 30 分)

1. 已知抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=kx+1$ 交于两点, 其中一点的坐标是 $(1,4)$, 求另一点的坐标.

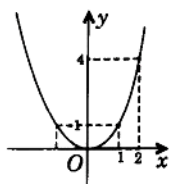


图 13-8

2. 如图 13-9 所示, 点 P 是抛物线 $y=x^2$ 上在第一象限内的一个点, 点 A 的坐标是 $(3,0)$.

- (1) 令点 P 的坐标为 (x,y) , 求 $\triangle OPA$ 的面积 S 与 y 的关系式;
(2) S 是 y 的什么函数? S 是 x 的什么函数?

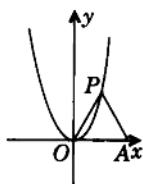


图 13-9

3. m 为何值时函数 $y=mx^{m^2-m}$ 的图象是开口向下的抛物线? x 为何值时, y 随 x 的增大而增大? 这个函数有最大值还是最小值? 这个值是多少?

解这类有关二次函数性质问题时, 最好能在草稿纸上画出抛物线的草图, 以便利用数形结合思想进行观察和分析

四、创新与应用:(每题 11 分, 共 22 分)

1. 如图 13-10, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, 延长 BA 到 E , 延长 AB 到 F , 使得 $AE=2$ 且 $\angle ECF=135^\circ$, 设 $AB=x$, $BF=y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式.

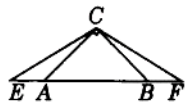


图 13-10

2. 已知二次函数 $y=2x^2-8$ 的图象与 x 轴交于两点 A, B , 在抛物线上取一点 C , 使 $S_{\triangle ABC}$ 的面积等于 10, 求 C 点的坐标.

13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象

学习导引

1. 会用描点法熟练画出二次函数的图象.
2. 能利用图象或通过配方定抛物线的开口方向及对称轴、顶点的位置,掌握二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中各系数与函数位置的关系.
3. 会灵活运用一般式、顶点式和两根式这三种形式求二次函数的解析式,能熟练将解析式由一般式通过配方化成顶点式.
4. 二次函数是历届中考的重要考点之一. 尤其是在实际生活中的应用问题将是今后中考命题的重要方向.
5. 二次函数是初中代数的重点,也是难点,这部分命题形式比较灵活,既有填空题,选择题,又有解答题,而且常与方程、几何、三角等知识综合在一起,出现在压轴题之中.

课堂训练(一)

一、填空题:

1. 抛物线 $y = ax^2 + c (c \neq 0)$ 的顶点坐标是 _____, 对称轴是 _____; 当 $a > 0$ 时, 它有最 _____ 值, 是 _____; 当 $a < 0$ 时, 它有最 _____ 值, 是 _____.
2. 抛物线 $y = -3x^2 + 5$ 的开口向 _____, 对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____, 顶点是最 _____ 点, 所以函数有 _____ 值, 是 _____.
3. 抛物线 $y = ax^2 - 1$ 的图象经过点 $(4, -5)$, 则 $a =$ _____.
4. 抛物线 $y = 2x^2$ 与 $y = ax^2 - 2$ 的形状相同, 这时 $a =$ _____, $y = ax^2 - 2$ 的顶点坐标是 _____.

注意 a 的取值的两种情况

5. 若点 $(2, 7)$ 在函数 $y = ax^2 + b$ 的图象上, 且 $x = -\sqrt{3}$ 时, $y = 5$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____; 如点 $(\frac{1}{2}, m)$ 与点 $(n, 7)$ 也在图象上, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

要理解点在函数图象上, 则点的坐标符合函数解析式

6. 有一个长为 120 米, 宽为 110 米的矩形操场, 要准备把它扩建成周长为 500 米的矩形操场, 如果长增加 x 米, 宽增加 y 米, 扩建后的操场面积为 S 平方米, 如 y 为函数, x 为自变量, 则 $y =$ _____; 如 S 是 x 的函数, 则 $S =$ _____.

求解函数的解析式, 注意自变量 x 的取值范围应符合实际意义

二、选择题:

1. 把抛物线 $y = x^2$ 向上平行移动 3 个单位得到抛物线 ()
 A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x^2 - 3$
 C. $y = (x + 3)^2$ D. $y = (x - 3)^2$
2. 半径为 3 的圆, 半径增加 $2x$, 则面积 S 与 x 之间的函数关系为 ()
 A. $S = 2\pi(x + 3)$ B. $S = 9\pi + x$
 C. $S = 4\pi x^2 + 12\pi x + 9$ D. $S = 4\pi x^2 + 12\pi x + 9\pi$



3. 二次函数 $y=2x(1-x)$ 的图象是 ()
- A. 开口向上, 交 x 轴于 $(0,0)$ 和 $(1,0)$
 B. 开口向下, 交 x 轴于 $(0,0)$ 和 $(1,0)$
 C. 开口向上, 交 x 轴于 $(0,0)$ 和 $(-1,0)$
 D. 开口向下, 交 x 轴于 $(0,0)$ 和 $(-1,0)$
4. 抛物线 $y=x^2+1$ 与 x 轴的交点坐标是 ()
- A. $(1,0)$ B. $(-1,0)$
 C. $(1,0)$ 和 $(-1,0)$ D. 没交点
5. 把抛物线 $y=-2x^2$ 向左平行移动两个单位得到抛物线 ()
- A. $y=-2x^2+2$ B. $y=-2x^2-2$
 C. $y=-(x+2)^2$ D. $y=-(x-2)^2$
6. 在同一坐标系内, 函数 $y=ax^2+b$ 与 $y=ax+b (ab \neq 0)$ 的图象大致是 ()

要紧扣条件: 函数 $y=ax^2+b$ 与 $y=ax+b$ 中 $\because ab \neq 0 \therefore a \neq 0, b \neq 0$ 分类进行讨论再综合两函数与 y 轴交点相同作出判断

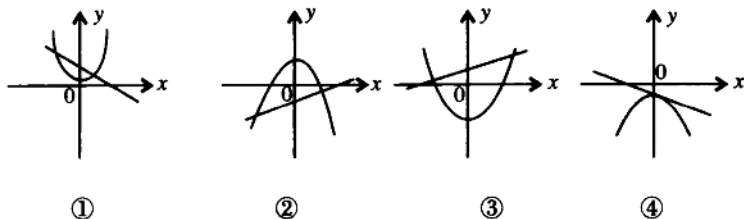


图 13-11

三、解答题:

1. 二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象经过点 $(0,3)$ 、 $(-\frac{\sqrt{2}}{2},0)$, 求二次函数解析式.

2. 在同一直角坐标系中, 画出函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2-1$, $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$ 的图象.

以上三个函数的图象均为抛物线, 它们的形状相同, 只是位置不同, 将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 向下平移一个单位, 就得到抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2-1$, 再向左平移一个单位, 就得到抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$, 它们的开口方向都向下

3. 通过配方, 写出下列抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标:

(1) $y=-x^2+4x+2$;

(2) $y=\frac{1}{3}x^2-2x+1$.



二次函数一般式 $y = ax^2 + bx + c$ 与顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$ 可以互相转化:通过去括号,合并同类项可将顶点式转化为一般式;利用配方法可将一般式 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 转化为顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$, 对称轴是平行于 y 轴的直线 $x = h$, 顶点坐标是 (h, k)

4. 求抛物线 $y = -2x^2 - 5x + 7$ 的对称轴和顶点坐标.

求抛物线的顶点坐标有两种方法,一是利用配方法将一般形式化为顶点式;二是利用公式先分别求出顶点的横坐标和纵坐标,再写出顶点坐标

四、创新与应用:

如图 13-12 是抛物线拱桥,已知水位在 AB 位置时,水面宽 $4\sqrt{6}\text{m}$,水位上升 3m 就达到警戒线 CD ,这时水面宽 $4\sqrt{3}\text{m}$,若洪水到来时,水位以每小时 0.25m 速度上升,求水过警戒线后几小时淹到拱桥顶?

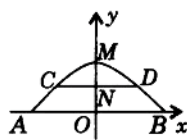


图 13-12

本题是函数知识的实际应用题,是最近几年和今后中考的热点. 解这类问题的关键是学会“数学建模”,并合理建立直角坐标系

课堂训练(二)



一、填空题:

- 二次函数 $y = mx^2 - 3x + 2m - m^2$ 的图象经过原点,则 $m =$ _____.
- 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 图象的顶点在第三象限,那么 b, c 的取值范围是 b _____ $0, c$ _____ 0 .
- 抛物线 $y = 2x^2 - 4x - 5$ 向上平移 3 个单位,再向左平移 2 个单位所得新抛物线的解析式为 _____.
- 抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 的顶点是 $(1, 5)$, 则 $b =$ _____, $c =$ _____.
- 二次函数 $y = x^2 - 2x - m$ 的最小值是 7, 则 $m =$ _____.
- 二次函数 $y = -x^2 + 4x + 4$ 的自变量 x 的取值范围是 _____, 该抛物线的开口 _____, 顶点坐标是 _____, 对称轴是 _____, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小.

画出草图,利用数形结合成为解题的关键

二、选择题:

- 已知: $b < 0$, 函数 $y = 3x^2 + bx - 2$ 图象的顶点在 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限

确定顶点位置,可以先写出顶点的坐标,然后根据 $b < 0$ 判断它的横坐标、纵坐标的符号性质

2. 若直线 $y = ax + b$ 不经过二、四象限, 则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$

()

- A. 开口向上, 对称轴是 y 轴
 B. 开口向下, 对称轴是 y 轴
 C. 开口向上, 对称轴平行于 y 轴
 D. 开口向下, 对称轴平行于 y 轴

3. 如图 13-13 所示, 直线 $y = ax + b (ab \neq 0)$ 不经过第二象限, 那么抛物线 $y = ax^2 + bx$ 的顶点在

()

- A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限

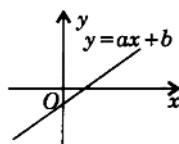


图 13-13

()

注意审题不经过第二象限, 必经过一、三象限, 就可确定 a, b 的值, 本题选择可选用特殊值法

4. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过原点和第二、三、四象限, 则

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ c = 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$

三、解答题:

1. 已知抛物线 $y = -x^2 - bx + c$ 的顶点坐标是 $(2, -3)$, 试求 b, c 的值.

2. 已知: 二次函数 $y = 3x^2 - 2x + m$ 的最小值是 -2 , 求 m 的值.

二次函数的最小值可用 $\frac{4ac - b^2}{4a}$ 表示

3. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图 13-14 所示, 试判断 $a, b, c, b^2 - 4ac, a + b + c$ 的符号.

要认真识图, 利用数形结合思想作为解题的关键

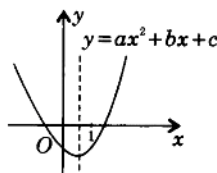


图 13-14

4. 画出二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$ 的图象, 并根据图象说出 x 取何值时, y 随 x 的增大而增大; x 取何值时, y 随 x 的增大而减小? 函数 y 有最大值还是最小值? 最值是多少?

通过配方或利用顶点公式求出顶点坐标和对称轴, 再利用五点法作图



四、创新与应用:

1. 某商场销售一批名牌衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 为了扩大销售增加盈利, 尽量减小库存, 商场决定采取适当的降价措施, 经调查发现, 每件衬衫如果每降价 1 元, 商场平均每天可多售出 2 件, 问: 每件衬衫降价多少元时, 商场平均每天盈利最多?

解决实际问题中的最值问题, 一般需要通过建立函数关系式, 而每天盈利 = 每件盈利 $\times$ 销售件数, 则需要设立一个自变量来表示每件盈利及销售件数

2. 周长为 30 的等腰梯形的两底角是 60° .

(1) 写出它的面积 y 和腰长 x 的函数关系式;

(2) 当腰长 x 为多少时, 面积 y 有最大值? 最大值是多少?

提示: 等腰梯形的腰为 x , 等腰梯形两底角为 60° , 所以此梯形的高是 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$, 上下底之和为 $30 - 2x$

课堂训练(三)



一、填空题:

1. 若抛物线 $y = x^2 + bx + 8$ 的顶点在 x 轴的负半轴上, 那么 $b =$ _____.

抛物线顶点在 x 轴上, 可知 $\Delta = 0$, 又顶点在 x 的负半轴上, 可知抛物线的对称轴在 y 轴的左侧, 即 $-\frac{b}{2} < 0$

2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图 13-15 所示, 则点 $P\left(a, \frac{c}{b}\right)$ 在 _____ 象限.

欲判断点 $P\left(a, \frac{c}{b}\right)$ 在哪个象限, 需知 $a, \frac{c}{b}$ 的符号. 观察图象主要是把握本质特征: 开口方向决定 a 的正负; 在 y 轴上的交点决定 c 的符号, 对称轴的位置决定 $-\frac{b}{2a}$ 的符号

3. 二次函数 $y = 3x^2 + 2x - 5$ 的图象的顶点是 M , 它与 x 轴交于 A, B 两点, 那么 $\triangle ABM$ 的面积是 _____.

4. 已知二次函数 $y = a(x-2)(x+1)$, $a > 0$. 当 $y = 0$ 时, x 的范围是 _____;

当 $y > 0$ 时, x 的范围是 _____; 当 $y < 0$ 时, x 的取值范围是 _____.

5. 二次函数 $y = x^2 + mx + 2$ 与 x 轴的一个交点坐标是 $(2, 0)$, 则与 x 轴的另一个交点坐标为 _____, 且 $m =$ _____.

6. 如果二次函数 $y = x^2 + px + q$ ($p, q \neq 0$) 图象的顶点为 (q, p) , 那么这个二次函

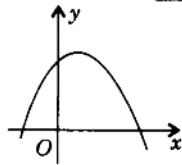


图 13-15

数的解析式为

7. 已知抛物线 $y = x^2 + (m-2)x - 2m$, 当 $m =$ _____ 时, 顶点在 y 轴上; 当 $m =$ _____ 时, 顶点在 x 轴上, 当 $m =$ _____ 时, 图象经过原点.

二、选择题:

1. 抛物线 $y = -2x^2 + 3x + 1$ 的对称轴是 ()

A. $x = -\frac{3}{4}$ B. $x = -\frac{17}{8}$ C. $x = \frac{17}{8}$ D. $x = \frac{3}{4}$

2. 已知抛物线 $y = x^2 - 2bx + 4$ 的顶点在 x 轴上, 则 b 的值一定是 ()

A. 1 B. 2 C. -2 D. -2 或 2

3. 抛物线 $y = x^2 - x + 1$ 与 x 轴的交点个数为 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无法确定

4. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点在 x 轴上的条件是 ()

A. $\Delta > 0$ B. $\Delta = 0$ C. $\Delta < 0$ D. $\Delta \geq 0$

5. 下列抛物线 p , 与 x 轴有 2 个交点的是 ()

A. $y = 5x^2 - 7x + 5$ B. $y = 16x^2 - 24x + 9$
C. $y = 2x^2 + 3x - 4$ D. $y = 3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2$

6. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 -3 和 1; 那么二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的对称轴是直线 ()

A. $x = -3$ B. $x = -2$ C. $x = -1$ D. $x = 1$

三、证明(解答)题:

1. 已知二次函数 $y = x^2 - 2ax + (b+c)^2$, 其中 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边的长, 求证: 这个函数图象与 x 轴不相交.

抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交点的横坐标 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根, $\Delta < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没交点; $\Delta = 0$ 时, 抛物线和 x 轴只有一个交点; $\Delta > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有两个交点, 且其解析式可写成两根式形式: $y = a(x-x_1)(x-x_2)$

2. 已知函数 $y = x^2 - mx + m - 2$, 求证: 不论 m 为何值时, 函数图象和 x 轴都有两个交点.

3. 已知抛物线 $y = x^2 - 2ax + 2a + b$ 在 x 轴上截得的线段长为 3, 并且此抛物线顶点的坐标满足二次函数关系式 $y = -x^2$, 求 a, b 的值.

抛物线与 x 轴的两个交点间的距离为: $|x_2 - x_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$ 又根据: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ $|x_2 - x_1| = \sqrt{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{a^2}} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

4. 已知: 抛物线 $y = x^2 + mx + m - 1$ 与 x 轴分别交于 $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$, 如果 $AB = 6$, 试求这个抛物