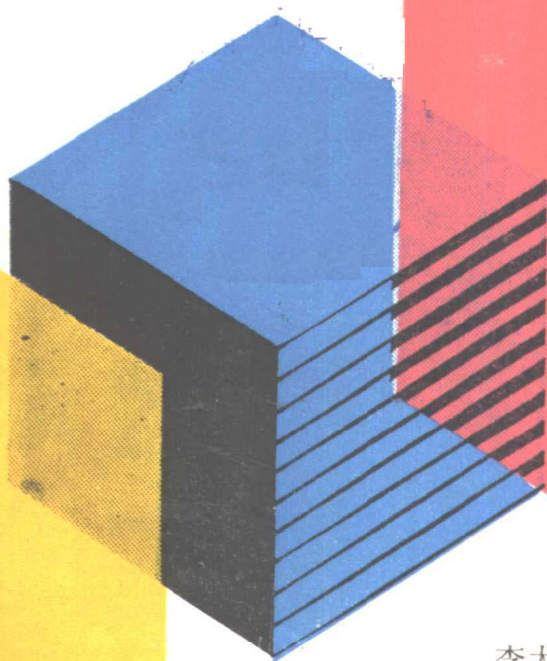


51.22.054
L D Y
2

中学数理化 自学指导与评价手册

高中代数 (第二册)



李大元 编

上海科学技术出版社

中学数理化自学指导与评价手册

高中代数

(第二册)

李大元 编

上海科学技术出版社

中学数理化自学指导与评价手册

高中代数

(第二册)

李大元 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

发行所上海发行所发行 常熟文化印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 4.5 字数 95,000

1987年11月第1版 1987年11月第1次印刷

印数 1—59,200

ISBN 7—5323—0277—6/G·52

统一书号: 13119·1495 定价: 0.94 元

序

目前我国的基础教育发展得相当快，但是教育质量一般不高。如何提高多数学校的教育质量是一个亟待解决的问题。我们必须实现“大面积丰收”，要使所有的中学，不仅是那些重点中学，而且包括一般普通中学、其他类型的中学和自学者，都能达到较高的质量标准。也就是说，每个学校都要使大多数学生取得较好的成绩。这当然是个艰巨任务，也许可以说，世界上目前还没有一个国家的基础教育达到了这样的水平。但是从国内外许多学校的教育改革经验看来，这是可以做得到的。

为了实现这个理想，首先要有明确的具体的教育目标。在总的教育目标下，中学的每个学科都应该明确整个学科的及其每个单元的教学目标。我们这几年常说，现在一般学校中许多学生只会记忆一些知识，但解决问题的能力不强，也缺乏学习的兴趣。这样的话已经说得很多，听得也很多，为什么就不能把这种现象改变过来呢？原因之一就在于没有明确的具体的学科教学目标。各科教学大纲中虽然提到了教学目标，但往往太简略、抽象，不能起具体指导作用，教师只好仍旧按自己的习惯去进行教育。上海科学技术出版社现在出版了这套《中学数理化自学指导与评价手册》，基本上参考了美国教育心理学家布卢姆的目标分类学，对每个学科、每个单元的教学目标具体地分层次地作了规定。当然，学科目标如何分类尚无定论，每门学科各有它的特点，目标分类也会有所不同，目

标是否恰当,要经过教学实践的检验。目标定出来了,教师要研究它,学生也要学习它,然后才能按照目标的要求进行教学。对实现目标的教学方法,我们目前还不能提出很高的要求,只希望教师能够注意发挥每个学生的主动性、积极性。我们应该强调的一个行之有效的经验,就是每一单元教学完毕,都要按照目标进行检查,通过“形成性评价”,了解学生对哪些目标要求已经掌握了,哪些还没有掌握好。没有掌握好的地方,有的可由教师再加以指导,有的可由学生互助。学期末了,再进行“总结性的评价”。没有评价,目标必然落空。这种做法的指导思想其实并不新鲜。我们常说的打好基础、单元过关、一步一个脚印、循序渐进等,都是这个意思。问题是要认真去做,如果认真做了,你就会发现学生的水平提高得很快。按布卢姆和他的学生的实验,实验班中70%的学生可以达到对比班中只占20%的尖子学生能够达到的水平。我国有些教师的实验也得出类似的结果。

我国近年有一些教师很注意教学目标和教学评价问题,对这方面的实验跃跃欲试。但是真正动起手来,又会碰到很多困难。因为在目标的规定,评价试题的编拟,学习的指导等方面都缺乏可供参考的材料。《中学数理化自学指导与评价手册》把这些内容都包括在内,因此我觉得这套书出得很及时,对开展教育改革能起重要的作用,我相信它会受到教师们的欢迎。

刘佛年

1987年5月于上海

出版说明

这是一套运用现代教育评价原理，促进教学质量提高的实用性自学指导与评价手册。它与现行中学数理化教学大纲与统编教材程度相当，共二十二册。每一册包括各单元的知识要点与学习水平、到达目标与例证、形成性测验、学习指导、提高要求例证、本章总结性测验与评价、本章答案，供有关教师、家长、学生使用。

长期以来，教师、家长习惯于用分数管理与评价学生的学习情况。为了应付这种评价，追求一个好分数往往就成了学习的直接动因。而学习知识、培养能力反而成了获取好分数的手段，成为间接动因。苏联著名教育家苏霍姆林斯基曾经一针见血地指出：“一旦学生的学习受制于分数，他就失去了认识的欢乐。”学生为了追求分数，往往看不清一门功课的具体教学目标，到底应该掌握哪些知识，形成什么能力，完全处于一种被考试、测验牵着鼻子走的盲从地位。而教师也因传统教学大纲的模糊性，把握不准要教会学生什么才算完成了一门学科的教学任务。

教师与学生要争得教与学的主动权就必须将教与学应达到的目标事先而又具体地告诉他们，本书每一节的第一部分“知识要点与学习水平”就提供了教学目标的纲要。双向表中既列出应该学习的知识要点，又指出每个知识要点应该达到的深度，即学习水平。这种学习水平是参照了美国著名教育心理学家布卢姆 (B. S. Bloom) 的教育目标分类学修订

的。知识、领会、应用、分析、综合、评价六级水平体现了能力由低到高的纵向层次。

本书的第二部分“到达目标与例证”是第一部分纲要的具体化。每一条目标都给学生提供了一种可把握的具体学习内容。对于某些一时难以用语言表述得十分清楚的行为目标，还进一步给出了评定例示，供读者理解教学目标。有了这套目标与例证，无论是教师、家长，还是学生，可以清楚地知道学完这一单元后，在那些知识要点上，应该会做些什么。

当然光有目标还不够，还必须用手段检查学生实际达到的程度。只有及时地发现教学上的不足之处，采取补救措施，才能使教学过程中的失误减到最小程度，实现教学的优化。现代教育评价参与提高教学质量的有力措施就是“形成性测验”。这是一种以检查目标到达度为目的的测验，为调节下一阶段的教学提供反馈信息。它的试题与教学目标一一对应（在每一试题后面都有括号标出该试题检查的目标序号）。

达到目标，可以增强学生学习的兴趣与自信心；没有达到目标，予以适当的指导，给学生一次重新学习的机会。本书的“学习指导”部分将为学生指出重点、难点、解题技巧、错例分析、易混淆的概念辨析，以起到矫正、补差作用。相信通过教学目标的导向，形成性测验的检查及学习指导的具体帮助，绝大多数学生都能达到他们应该达到的目标，顺利地完成任务。

对于学有余力的学生，书中“提高要求例证”特为他们提供进一步学习的素材和导向，起到因材施教的作用。

本书打“*”部分属选学内容，供有兴趣的学生阅读。

教学的最佳效果模式是一个教师对一个学生的个别教学。如何使现行的班级授课制也达到一对一，个别教学的效

果,是广大教学工作者与家长孜孜不倦地追求的目标,而本书就为实现这种追求架桥铺路,凡认真按本书要求去做,每一位学生都会在原有基础上取得较大的进步。

如何运用现代教育评价原理于教学,促进大面积教学质量的提高,本书尚属开端与尝试,因此不妥之处在所难免,敬请广大读者批评指正,以期不断修订完善。

本书编写过程中,承薛婉珠同志校核特此说明。

目 录

第一章 数列与数学归纳法

一、数列	1
知识要点与学习水平	1
到达目标与例证	1
形成性测验	7
学习指导	10
提高要求例证	13
二、数学归纳法	14
知识要点与学习水平	14
到达目标与例证	14
形成性测验	15
学习指导	16
提高要求例证	18
本章总结性测验与评价	19
本章答案	22

第二章 不等式	30
知识要点与学习水平	30
到达目标与例证	31
形成性测验	36
学习指导	37
提高要求例证	41
本章总结性测验与评价	42
本章答案	45

*第三章 行列式和线性方程组	52
知识要点与学习水平	52
到达目标与例证	54
形成性测验	58
学习指导	59
本章总结性测验与评价	61
本章答案	63
第四章 复数	67
一、复数的概念	67
知识要点与学习水平	67
到达目标与例证	67
形成性测验	70
学习指导	71
二、复数的运算	72
知识要点与学习水平	72
到达目标与例证	72
形成性测验	74
学习指导	75
三、复数的三角形式	77
知识要点与学习水平	77
到达目标与例证	77
形成性测验	81
学习指导	83
提高要求例证	85
本章总结性测验与评价	86
本章答案	89
第五章 排列 组合 二项式定理	96
一、排列与组合	96

知识要点与学习水平	96
到达目标与例证	97
形成性测验	101
学习指导	102
二、二项式定理	104
知识要点与学习水平	104
到达目标与例证	104
形成性测验	106
学习指导	107
提高要求例证	109
本章总结性测验与评价	110
本章答案	113
*第六章 概率	116
知识要点与学习水平	116
到达目标与例证	117
形成性测验	121
学习指导	122
本章总结性测验与评价	125
本章答案	128

第一章 数列与数学归纳法

一、数 列

知识要点与学习水平

节 次	知 识 要 点	学 习 水 平					
		知识	领会	应用	分析	综合	评价
1.1 数列	(1) 数列	✓	✓				
	(2) 通项公式	✓	✓	✓			
	(3) 有穷数列与无穷数列	✓					
1.2 等差数列	(4) 等差数列及公差	✓	✓	✓	✓	✓	
	(5) 等差中项	✓	✓	✓			
1.3 等比数列	(6) 等比数列及公比	✓	✓	✓	✓	✓	
	(7) 等比中项	✓	✓	✓			
1.4 数列的极限	(8) 数列的极限	✓	✓	✓	✓		
	(9) 数列极限的运算法则	✓	✓	✓	✓		
	(10) 无穷等比数列各项的和	✓	✓	✓	✓		

到达目标与例证

1.1 数列

知识

1. 能陈述数列及数列的项的定义。
2. 能陈述数列通项公式的定义。

3. 知道有穷数列和无穷数列的概念。

领会

4. 理解数列的函数解释和图形表示。

5. 能根据数列的通项公式写出该数列指定的项。

[例证] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$, 写

出它的前 10 项, 并指出该数列各项排列的规律。

应用

6. 能根据数列给出的前若干项, 写出该数列的一个通项公式。

[例证] 写出数列的一个通项公式, 使它的前几项是下列各数:

$$(1) -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, -\frac{1}{9},$$

$$(2) 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1.$$

7. 能根据数列给出的初始项及项的递归公式, 写出数列的前若干项。

[例证] 已知 $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = 3a_n (n \geq 1)$, 写出该数列的前 10 项。

1.2 等差数列

知识

1. 能陈述等差数列及其公差定义。

2. 能默写等差数列的通项公式。

3. 能陈述 a, b 等差中项的定义及计算公式。

4. 能默写等差数列前 n 项和的计算公式。

5. 记住常用计算公式: $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ 。

领会

6. 能解释 a, A, b 成等差数列的充要条件是 $A = \frac{a+b}{2}$ 。

7. 已知 a, b , 能计算 a, b 的等差中项。

[例证] 计算 $(a+b)^3, (a-b)^3$ 的等差中项。

8. 能推导等差数列前 n 项和的计算公式。

[例证] 不用公式, 直接计算 $1+2+3+\cdots+100$, 并说明计算过程。

应用

9. 已知 a_1, d , 或数列中的两项, 能写出等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式或求出指定的项。

[例证] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = -60$, 公差 $d = 3$, 求 $|a_{100}|$, 并指出, 从第几项起 $a_n > 0$ 。

10. 能利用等差中项, 肯定或否定三个数成等差数列。

[例证] 已知 x, y, z 成等差数列, 求证: $x^2(y+z), y^2(z+x), z^2(x+y)$ 也成等差数列。

11. 已知 a_1, d , 或 a_1, a_n 等条件, 能求出已知等差数列的前 n 项和。

[例证] 设 S_1 为等差数列 $8, 12, \cdots$ 的前 n 项和, S_2 是等差数列 $17, 19, \cdots$ 的前 n 项和, 使 $S_1 = S_2$ 的 n 的值的个数是 ()

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 大于 2 的有限数。

分析

12. 在等差数列中, 已知两个条件, 能解决一些计算问题。

[例证] 一个等差数列前 10 项和为 100, 前 100 项和为 10, 则前 110 项的和为

(A) -90; (B) 90; (C) -110; (D) 110。 ()

13. 能解决一些等差数列的应用题。

[例证] 在理想的条件(无风等)下, 一个自由落体第1秒落下4.9米, 第2秒落下14.7米, 第3秒落下24.5米等, 落下的距离每秒增加9.8米。若物体在8秒末还在空中, 问第8秒落下多远? 在8秒中共落下多少?

14. 能解决一些有关等差数列的证明问题。

[例证] 设 $\{a_n\}$ 为等差数列, 求证:

$$a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \cdots + a_{2n-1}^2 - a_{2n}^2 = \frac{n}{2n-1}(a_1^2 - a_{2n}^2).$$

综合

15. 能解决关于等差数列的综合问题。

[例证] 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 成等差数列, $\angle A = 3\angle C$, 求 $\cos C$ 。

1.3 等比数列

知识

1. 能陈述等比数列及其公比的定义。
2. 能默写等比数列的通项公式。
3. 能陈述 a, b 等比中项的定义及计算公式。
4. 能默写等比数列的前 n 项和的计算公式。

领会

5. 能从等比数列的定义推理出等比数列各项不能为零。
6. 能解释当 a, b 不等于零时, a, G, b 三数成等比数列的充要条件是 $G^2 = ab$ 。

7. 已知 a, b , 能计算 a, b 的等比中项。

[例证] 已知 $a \neq \pm b$, 计算 $(a+b)^4, (a-b)^4$ 的等比中项。

8. 能推导等比数列的前 n 项和的计算公式。

[例证] 直接用等比数列求和公式的推导方法, 证明:

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

应用

9. 已知 a_1, q , 或等比数列的两项, 能写出该等比数列的通项公式或求出指定的项。

[例证] 在 8 与 5832 间插入五个实数, 使它们构成以 8 为首项的等比数列, 则此等比数列的第 5 项是 ()

(A) 648; (B) 832; (C) 1168; (D) 1944.

10. 能利用等比中项肯定或否定三个数成等比数列。

[例证] 若在一个三角形中, 其面积等于某一边的立方除以外接圆半径的 4 倍所得的商, 求证: 此三角形三边也可以构成等比数列。

11. 已知 a_1, q , 或 a_1, a_n 等条件, 能求出已知等比数列的前 n 项和。

[例证] 设 $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \times 6$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则满足 $|S_n - 4| < \frac{1}{100}$ 的最小正整数 n 是 ()

(A) 8; (B) 9; (C) 10; (D) 11.

分析

12. 在等比数列中, 已知两个条件, 能解决一些计算问题。

[例证] 已知三个互不相等的实数 a, b, c , 它们的和为 3, 且 a, b, c 成等比数列, b, a, c 成等差数列, 求这三个数。

13. 能解决一些有关等比数列的应用题。

[例证] 某人在银行存款 1 万元, 年利率为 7%, 每年结算一次。问存款 10 年, 该人可得本利多少?

14. 能解决一些有关等比数列的证明问题。

[例证] 若 $\{a_n\}$ 为等比数列, $\{b_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1 > 0$, $\frac{a_2}{a_1} > 0$, $b_2 - b_1 > 0$, 求证: 存在一个数 α , 使 $\log_{\alpha} a_n - b_n$ 不依赖于 n 。

综合

15. 能解决关于等比数列的综合问题。

[例证] 已知正 $\triangle ABO$, 正 $\triangle OCD$, 正 $\triangle DEF$ 的底边 AO, OD, DF 顺次位于一直线上, 顶点 B, C, E 在该直线的同侧, 且它们的面积成等比数列, 求证: B, C, E 三点共线。

1.4 数列的极限

知识

1. 能陈述数列极限的 ε - N 定义。
2. 能默写数列极限的四个运算法则。
3. 能陈述无穷等比数列各项和的定义及其计算公式。

领会

4. 能解释数列极限定义中 ε 与 N 的关系。
5. 能直接应用 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ ($|q| < 1$) 及四个数列极限运算法则计算一些数列的极限。

[例证] 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$, $|q| < 1$, 求下列极限:

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + 2b_n); \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} a_n b_n \right);$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2} \right); \quad (4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

6. 给出无穷等比数列, 能求出它各项的和。