

中国

小学生
解题方法
大全系列



小学数学解题 IWEIFANGFA

思维 方法 大全

陆志昌
编著



山西教育出版社

S 小学数学

解题思维方法

大全

陆志昌 编著



山西教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学解题思维方法大全/陆志昌著. —太原:山西教育出版社, 2004. 2

ISBN 7-5440-2158-0

I. 小… II. 陆… III. 数学课—小学—解题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 029687 号

山西教育出版社出版发行

(太原市迎泽园小区 2 号楼)

太原市海泉印刷有限公司印刷 新华书店经销

2004 年 2 月第 1 版山西第 6 次印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 10.375

字数: 252 千字 印数: 70001—80000 册

定价: 11.00 元

新世纪·精华版《中国学生作文大全》

| | |
|-----------------|-------|
| 中国小学生网络作文大全 | 11.00 |
| 中国小学生作文示范大全 | 14.00 |
| 中国小学生考场作文指导大全 | 14.00 |
| 中国小学生演讲作文指导大全 | 10.00 |
| 中国小学生获奖作文精品大全 | 13.00 |
| 中国小学生起步指导作文大全 | 13.00 |
| 中国小学生日记写作示范大全 | 15.00 |
| 中国小学生看图作文指导大全 | 14.00 |
| 中国小学生作文名师评点大全 | 14.00 |
| 中国小学生多功能作文指导大全 | 14.50 |
| 中国小学生作文名师精评精改大全 | 16.00 |
| 中国小学生素质作文大全 | 14.00 |
| 中国小学生句子续写指导大全 | 10.00 |
| 中国小学生想象作文指导大全 | 14.00 |



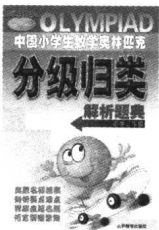
《优质课堂丛书》

| | |
|-----------------------|----------|
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学一年级·语文 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学一年级·数学 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学二年级·语文 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学二年级·数学 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学三年级·语文 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学三年级·数学 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学四年级·语文 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学四年级·数学 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学五年级·语文 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学五年级·数学 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学六年级·语文 | 4.50 (估) |
| 优质课堂·能力训练三级跳·小学六年级·数学 | 4.50 (估) |



《数学奥林匹克分级训练丛书》

| | |
|-----------------------------|-----------|
| 中国小学生数学奥林匹克分级归类解析题典 三年级 | 10.00 |
| 中国小学生数学奥林匹克分级归类解析题典 四年级 | 13.00 (估) |
| 中国小学生数学奥林匹克分级归类解析题典 五年级 | 11.00 |
| 中国小学生数学奥林匹克分级归类解析题典 六年级 | 9.00 |
| 中国小学生数学奥林匹克历届大赛试题汇编(小学) | 14.00 (估) |
| 中国小学生数学奥林匹克赛前强化集训试题(小学A/B卷) | 14.00 (估) |



《作文讲读练》系列

| | |
|----------------------|-------|
| 小学生作文讲读练·启蒙作文(1—2年级) | 11.60 |
| 小学生作文讲读练·晋级作文(3—4年级) | 13.20 |
| 小学生作文讲读练·闯关作文(5—6年级) | 14.20 |



《点击金牌丛书》

- 点击金牌—小学数学奥林匹克解题方法大全(三年级) 7.50
 点击金牌—小学数学奥林匹克解题方法大全(四年级) 9.50
 点击金牌—小学数学奥林匹克解题方法大全(五年级) 9.50
 点击金牌—小学数学奥林匹克解题方法大全(六年级) 10.50

小学毕业与升学考试系列

- 最新小学毕业与升学考试解题题典——语文 10.00 (估)
 最新小学毕业与升学考试解题题典——数学 9.00
 最新小学毕业与升学考试总复习——语文 10.00
 最新小学毕业与升学考试总复习——数学 10.00

《中国学生解题方法大全》

- 小学数学解题思维方法大全 11.00
 小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全 15.00 (估)
 小学数学应用题解题方法大全 17.00
 小学数学思维方法大全 15.00 (估)

《征服奥数丛书》

- 征服奥数·三年级(小学) 8.00 (估)
 征服奥数·四年级(小学) 8.00 (估)
 征服奥数·五年级(小学) 8.00 (估)
 征服奥数·六年级(小学) 8.00 (估)
 征服奥数·赛前集训(小学) 8.00 (估)

《新思路阅读突破》

- 新思路阅读突破·小学三年级 8.00 (估)
 新思路阅读突破·小学四年级 8.00 (估)
 新思路阅读突破·小学五年级 9.00 (估)
 新思路阅读突破·小学六年级 9.00 (估)
 新思路作文突破·小学 17.00 (估)

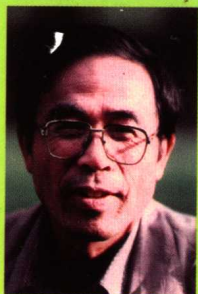
《天天读写》

- 天天读写·小学五年级 17.00 (估)
 天天读写·小学六年级 17.00 (估)
 春夏秋冬十二月——少儿朗诵诗 12.00 (估)



社址：山西省太原市迎泽园小区2号楼 邮编：030001
 发行部电话：(0351)4060360 4130022 电传：2024348
 邮购另加10%，邮购电话：(0351)4061171

作者简介



陆志昌 高级讲师，1941年生，江苏南通市人，1964年毕业于南京师范大学数学系。编著出版了《初中数学入门金钥匙》、《立体几何解题方法》等9部著作；发表了论文600余篇。

选题策划 王宇鸿
徐亚东
特约编辑 文 熙
责任编辑 徐亚东
复 审 张大同
终 审 左执中
装帧设计 薛 菲
印装监制 贾永胜

出版宣言

掌握一个解题方法
比做一百道题更重要



我们常常会看到这样一种现象：不少同学整天忙着做作业，什么“课后练习”、“单元测试”、“升学练兵”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是不提高，考试成绩不理想，这是为什么？

究其原因，就是没有吃透教材的基本原理，就是没有掌握解题的科学方法。吃透原理，是学好功课的根本保证；掌握方法，是攻克难题的有力武器。只有弄清原理，才能思路清晰，从容对答；只有掌握方法，才能触类旁通，举一反三。不管遇到什么难题，都能得心应手，迎刃而解；不管参加何种考试，都能超水平发挥，一举夺标！

我们精心策划出版的这套《中国学生解题方法大全》就是期望为同学们提供最为全面、最为系统、最为实用、最为完备的各类解题方法。它以新教学大纲为指导，以“突出素质教育、激发创新思维、增强实践应用、培养解题技能”为宗旨，按照新教材的体系分章编写。书中既有方法点拨，思维开拓；又有例题分析，针对训练。方法灵活巧妙，题型系统全面，思路清晰顺畅，点拨恰到好处。可以说，本书是同学们“学好功课的方法宝库，攻克难题的新式武器”。

愿本书成为你学习的一个支点，撑起你知识的一片蓝天！



前 言

古代有一则寓言，讲的是一位能点石成金的神仙，对一个穷人起了恻隐之心，将路旁的石头点成金子送给他。不料这个穷人却拒绝接受，而是要求这位神仙传给他点石成金的办法，去解救更多的穷人。这个故事告诉我们：财富固然可贵，但更可贵的是取得获得财富的方法。对于我们学习数学来说何尝不是如此：要想学好数学掌握一些解题思维的方法比掌握知识本身更重要。37年来，我一直在第一线进行数学教学，并潜心从事数学解题思维的研究，取得了令人满意的教研成果。今天，山西教育出版社愿把我自己多年的教研成果汇成此书，献给全国的小学生和辛勤教育他们的老师，希望得到你们的支持。本书有以下三个显著特点：

一、思维方法深入浅出，通俗易懂

本书的上篇（前20章）集中讲授一些解题思维方法，这些方法与日常生活中司空见惯的实例紧密结合，不仅简捷、新颖，同时还十分有趣。运用这些思维方法来处理有关的数学问题巧妙而又快捷。本书的下篇（后16章）介绍了解题思维技巧，这好比是一把把解题的金钥匙，有了它们就能顺利地开启数学的大门，并真正领略到解题的无穷乐趣。

二、解法新颖巧妙，适合小学生理解

本书介绍的思维方法，是我在多年的教学中发现、积累、总结的，同时还是第一次系统地向全国小学生作介绍。例如，苹果

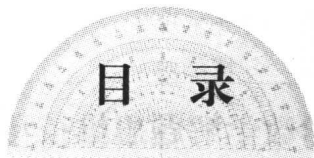
自由落地、孙悟空战群魔、收音机的修理、火炮射击、巧切圆饼、菜汤里滴香油、踢足球的方法……司空见惯的方法与小学数学有机结合，巧妙而有趣，易学、好用又好记。有这些思维方法，不仅使解题快、简，而且更能出现“奇迹”，达到巧解，乃至一望而知！

三、讲练结合，利于辅导

本书囊括了小学数学全部的知识点，例题最为典型，每道例题都代表着一个类型、一个知识点，只要把握好例题的思维方法，就能很好地掌握一个或几个知识点；体例最新，每道例题，解前都有思路分析，解题后有点评，且每章后都有配套练习题，旨在提高同学们的解题能力。另外，本书的每一章还可以独立成篇，这给我们的学习和辅导带来极大的方便。

本书内容翔实、知识点密集，实用性强，通过深入浅出、一点即通的讲解，既解决了小学生解题中所遇到的难关，又把同学们引到一个新的思维境界。同学们用它辅助数学学习，可开思维之窍，入解题入门，使同学们受益终身；教师将它引入课堂，能活跃课堂气氛，增强教学艺术，提高教学效果。所以它不仅是学生开阔眼界，拓宽思维的有益读物，而且是家长的好帮手，教师的好参谋。

耕耘者总盼望丰收的金秋，这本书如能为减负的小学生朋友送去一叶小舟，一副双桨，希你们顺利地到达理想的彼岸。能为开启同学们的智慧带来一点裨益，作者将感到极大的欣慰。由于时间仓促，水平有限，书中缺点错误在所难免，敬请广大读者批评指正。



目 录

| | |
|----------------------|-----|
| 前言 | 1 |
| 上篇 小学数学解题思维方法 | 1 |
| 一 集零为整 效果特好 | 2 |
| 三 抓住特征 分类计算 | 17 |
| 四 估算巧解 顿开茅塞 | 24 |
| 五 观察联想 巧开思路 | 32 |
| 六 摸摸尾巴 便于解题 | 41 |
| 七 退中求进 展示威力 | 49 |
| 八 等价变换 浅显简易 | 58 |
| 九 收缩一招 技能提高 | 67 |
| 十 反面思考 干净利索 | 74 |
| 十一 逐步调整 迅速奏效 | 83 |
| 十二 列举着眼 开辟坦途 | 91 |
| 十三 灵感顿悟 以简驭繁 | 101 |
| 十四 极大极小 令人叫绝 | 107 |
| 十五 一一对应 巧妙解题 | 116 |
| 十六 巧在变更 豁然开朗 | 126 |
| 十七 凝聚发散 沟通纵横 | 137 |



| | | | |
|----------------------|------|------|------------|
| 十八 | 运用迁移 | 轻松自如 | 153 |
| 十九 | 画图列表 | 好处不少 | 160 |
| 二十 | 设法克服 | 习惯思维 | 169 |
| 下篇 小学数学解题思维技巧 | | | 177 |
| 二十一 | 高斯算法 | 解题之宝 | 178 |
| 二十二 | 拆项相消 | 事半功倍 | 184 |
| 二十三 | 赋以特值 | 柳暗花明 | 189 |
| 二十四 | 寻找周期 | 化难为易 | 198 |
| 二十五 | 教你一技 | 探索归纳 | 204 |
| 二十六 | 分解因数 | 捷足先登 | 214 |
| 二十七 | 注重消元 | 出奇制胜 | 221 |
| 二十八 | 借助交集 | 简洁流畅 | 229 |
| 二十九 | 妙在假设 | 巧辟捷径 | 239 |
| 三十 | 抽屉原理 | 功效不凡 | 248 |
| 三十一 | 运用方程 | 迎刃而解 | 253 |
| 三十二 | 疑难莫慌 | 整除帮忙 | 261 |
| 三十三 | 有借有还 | 难题不难 | 266 |
| 三十四 | 找不变量 | 搭桥过渡 | 271 |
| 三十五 | 操作实验 | 探求新路 | 277 |
| 三十六 | 实弹演习 | 检验效果 | 287 |
| 配套练习参考答案 | | | 304 |



上篇 小学数学解题思维方法

解一道数学题,需要熟练掌握数学概念、运算法则、计算公式等数学基本知识.但是,只有这些知识还是不够的.常听见一些学生这样问:我熟悉整数、小数、分数的四则运算,会背几何形体的面积、体积计算公式……但遇到一些问题,特别是一些比较难的数学问题,就是不知道如何下手,这是为什么呢?这是因为解题时还需要掌握思考数学问题的思维方法.掌握了一些思考方法,好像持有一串钥匙一样.有的数学问题你感到难以解决,那是因为思考方法不对,正像开锁用错了钥匙一样.如果换一把钥匙,可能很容易就把锁打开.因此,如果思考方法对头,许多难题就化难为易了.

“方法”本身是一种很重要的知识.我国古代有一个神话传说,说的是有位神仙,有“点石成金”的法术.一天,他遇到一个穷苦的石匠,便把一堆石头用手一指,“点”成黄金送给石匠,可石匠一想,一堆黄金的价值有限,如能学到点金的法术,便能把无数石头点成黄金,用以周济天下穷人.于是,他便向神仙求教“点金术”.当然,这是神话,世上既没有神仙,也没有点金术.但这个传说说明一个道理:点石成金的方法,比黄金更重要.如果我们把一些较难的数学题比作顽石,那么思考数学问题的思维方法便可比作“点金术”.学会点金术,能把无数顽石点成黄金.同样地,学会了思考数学问题的思维方法,结合数学基本知识,便能使无数的数学问题迎刃而解,甚至达到巧解,乃至一望而知!因此,同学们应从小学习思考

数学问题,掌握解题的思维方法.下面开始学习解题思维方法.

一 集零为整 效果特好

平时我们学习的知识一般都是以较为零散形式出现的,复习时,并不是对零散的知识点再背一遍,而是在重新熟悉一遍各知识点的同时,进行前后左右的联系组装工作,使零散知识点形成一个整体.把孤立的知识点组合成一棵知识树,弄清哪些是树干,哪些是树枝,哪些是树叶.学习数学也不例外,有些题若按常规方法求解比较麻烦,这时我们可以将问题看作一个整体,这样解题效果特好.这种解决问题的思维方法叫做集零为整法.亦称整体思维.

例 1 李林喝了一杯牛奶的 $\frac{1}{6}$, 然后加满水又喝了一杯的 $\frac{1}{3}$, 再倒满水后又喝了半杯, 又加满水, 最后把一杯都喝了, 李林喝的牛奶多, 还是水多?

【思路分析】

此题若按常规分步算出李林每次喝的牛奶和水的份量很繁, 这种方法是不可取的, 所以不妨用整体思考: 李林前后喝了四次, 牛奶正好喝了一杯, 与此同时, 将三次所加的水, 共 $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$ (杯), 也全部喝完. 结论是李林喝的牛奶和水一样多, 都是一杯.

解: 略.

【题末点评】

要想准确、迅速地解答化简(计算)求值题, 也必须认真审题, 那种认为只有在解应用题时才需要认真审题的看法是不对的, 事实上, 对任何一个具体的问题都必须在真正理解题意. 弄清题目要考查的对象时才能目标明确, 有的放矢地去解答它.

例 2 设有四个数, 其中每三个数之和分别为 22、20、17、25,

求此四个数.

【思路分析】

此题按常规的解题习惯,须分别设四个未知数,然后列出四个方程,这样,立即产生了一个问题,小学没有学过方程组.若把四个数之和作为整体 x ,则可列出简易方程求解.

解:设四个数之和为 x ,则四个数为 $x - 22$ 、 $x - 20$ 、 $x - 17$ 、 $x - 25$,由题意可得

$$(x - 22) + (x - 20) + (x - 17) + (x - 25) = x.$$

解得 $x = 28$.

所以,四个数依次为 8、3、6、11.

【题末点评】

此题用整体思维求解简捷、省时,做到了优中选优.

例 3 用两条直线把钟面上的 12 个数字分割成三部分,且每部分的数字和相等,如何分割?

【思路分析】

这类题若随手划两条直线,则钟面上分割成的数字之和很难做到相等,若把钟面上的 12 个数字看作成一个整体,则可得如下简捷解法.

解:因为钟面上的 12 个数字的和 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$,要分成三部分,所以每部分为 $78 \div 3 = 26$.由此,把钟面上的 12 个数字大小搭配成三块(图 1-1).

【题末点评】

此题用整体思考,简化了演算过程,这是处理这类题的窍门.

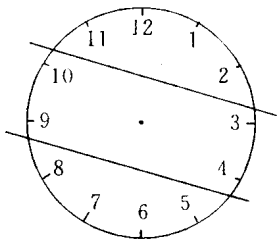


图 1-1

例 4 有五个数的平均数是 7;若把其中一个数改为 9 后,这五个数的平均数则为 8. 改动的那个数原来是多少?

【思路分析】

有人读过这道题目之后,想知道五个数各是多少,这显然是没有必要的. 我们应当从整体上看,改动后的五个数的总和比原来增加:

$$8 \times 5 - 7 \times 5 = 5.$$

什么数“增加 5”之后变为 9 呢? 这简直是考一年级小朋友的问题了.

解:根据以上分析,列综合算式为:

$$\begin{aligned} & 9 - (8 \times 5 - 7 \times 5) \\ &= 9 - 5 \\ &= 4. \end{aligned}$$

4

答:改动的那个数原来是 4.

【题末点评】

本例的解法构思巧妙,充分利用整体思维,达到了简化运算的目的.

例 5 有甲、乙、丙三人,甲乙二人体重之和是 $98 \frac{1}{2}$ 千克,乙丙二人体重之和是 $112 \frac{1}{2}$ 千克,甲丙二人体重之和是 111 千克,求三个人体重各多少?

【思路分析一】

这是一道十分有趣,而且又比较典型的小学数学竞赛题. 这类问题的解法很灵活,其中一种常见的解法,就是根据题目的条件,如果要先求出甲的体重,必须先消去乙和丙的体重,可以用甲乙二人体重之和加上甲丙二人体重之和,再减去乙丙二人体重之和,所得的结果就是 2 个甲的体重,因此,可先求出甲的体重,然后将甲

的体重代入甲乙体重之和这一条件,或代入甲丙体重之和这个条件,即可求出乙和丙的体重.

解法一:根据题目中给出的数量关系:

$$\text{甲的体重} + \text{乙的体重} = 98 \frac{1}{2} \text{ 千克}$$

$$+ \text{甲的体重} + \text{丙的体重} = 111 \text{ 千克}$$

$$2 \text{ 个甲的体重} + \text{乙的体重} + \text{丙的体重} = 209 \frac{1}{2} \text{ 千克}$$

$$- \text{乙的体重} - \text{丙的体重} = 112 \frac{1}{2} \text{ 千克}$$

$$2 \text{ 个甲的体重} = 97 \text{ 千克}$$

列出综合算式:

$$\text{甲的体重} \quad (98 \frac{1}{2} + 111 - 112 \frac{1}{2}) \div 2$$

$$= 97 \div 2$$

$$= 48 \frac{1}{2} \text{ (千克)}$$

$$\text{乙的体重} \quad 98 \frac{1}{2} - 48 \frac{1}{2} = 50 \text{ (千克);}$$

$$\text{丙的体重} \quad 111 - 48 \frac{1}{2} = 62 \frac{1}{2} \text{ (千克).}$$

答:甲、乙、丙的体重分别是 $48 \frac{1}{2}$ 千克、50 千克、 $62 \frac{1}{2}$ 千克.

【思路分析二】

通过整理条件,发现甲、乙、丙三人体重之和的 2 倍一共为 322 千克.求出了他们体重的总和,再逐一推算他们的体重各是多少,就很容易了.

解法二:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{甲的体重} & + \text{乙的体重} & = 98 \frac{1}{2} \text{ 千克} \\
 & \text{乙的体重} + \text{丙的体重} & = 112 \frac{1}{2} \text{ 千克} \\
 + \text{甲的体重} & + \text{丙的体重} & = 111 \text{ 千克}
 \end{array}$$

$$2 \times (\text{甲的体重} + \text{乙的体重} + \text{丙的体重}) = 322 \text{ 千克}$$

从上式可知:甲的体重 + 乙的体重 + 丙的体重 = 161 千克

由此可得, $161 - 112 \frac{1}{2}$ (乙、丙体重之和) = $48 \frac{1}{2}$ (千克);

$$161 - 111 \text{ (甲、丙体重之和)} = 50 \text{ (千克);}$$

$$161 - 98 \frac{1}{2} \text{ (甲、乙体重之和)} = 62 \frac{1}{2} \text{ (千克).}$$

答:甲的体重是 $48 \frac{1}{2}$ 千克,乙的体重是 50 千克,丙的体重是

$62 \frac{1}{2}$ 千克.

【题末点评】

以上两种解法都是在先加后减的过程中,消去乙和丙的体重,为求甲的体重创造了条件.显而易见,解法二比解法一简单,而解法二就是抓住整体思维来进行分析解答的.

● 配套练习 1 ●

1. 大于 $\frac{1}{5}$ 而小于 11 的分数中,分母为 6 的最简分数,一共有多少个?

2. 任意调换五位数 12345 的各位数上数字的位置,所得 5 位数中质数的个数是 ()

A.4; B.8; C.12; D.0.