大學叢書

非歐派幾何學

陳藎民著

商務印書館出版

大學叢書

非歐派幾何學

陳藎民著
胡文耀校

商務印書館出版

⊕(51737平)

大學叢書
非歐派幾何學

著作者　陳藎民
校閱者　胡文耀
出版者　商務印書館
上海河南中路二一一號
發行者　中國圖書發行公司
三聯 中華 商務 開明 聯營聯合組織
北京絨線胡同六十六號
發行所　三聯書店　中華書局
商務印書館　開明書店
聯營書店　各地分店
印刷者　商務印書館印刷廠

1936年1月初版
1951年7月3版
定價人民幣25,000元

(滬)2001-3500

秦　序

余友陳君藎民力學士也.早歲游學歐西,專攻數理之學.歸國後,任南北各大學教授,主講非歐派幾何學迨將十年.今本其教學經驗所得著爲是書,取材簡要,說理精神,不可多得之作也.學者每視非歐派幾何爲玄妙之學.而其理論之進展,則甚可驚,誠如陳君所言,蓋非歐學理不僅僅爲數學上重要之一科,卽對於全部數學之基礎,相對論之考證及宇宙之觀念關係均鉅.以極深奥之理論而進展又如此之速,亦何怪學生有艱澀難通之感乎?陳君獨能以清靈之筆,闡淵深之理,俾初學者讀之亦得窺門徑,而升堂入室,其有功士林,豈淺鮮哉.

一九三五年六月　秦汾序.

自　序

非歐派幾何學,在一百年以前,是沒有人知道的;在二十年以前,以爲他是少數算學家抽象的研究,無俾實用的;但是現在,無論在純粹算學上,或應用算學上都佔着重要的地位了,就是歐氏幾何學也不過是他的特例而已,

歐美各國,不但認這門幾何學爲專攻算學的人應當要知道,就是哲學家,自然科學家及中等學校的算學教師也應當要知道.可惜一般人都認這門幾何學是高深難解的科學,每每望而生畏;其實這門幾何學也可以仿歐氏幾何學一樣的由淺而深的講,並不像一般人所想像那樣困難的.

我們研究非歐派幾何學約有四種方法.第一種,就是初等幾何學上所用的綜合法,也就是歐几里得的初步幾何學的方法.第二種,就是應用微分幾何學的方法.第三種,就是應用投影幾何學的方法.第四種,就是應用形式論理學的方法.第一第四兩種都是一般人最容易懂的方法,我現在就用這兩種方法來編這本書,作爲非歐派幾何學的入門.

本書大部分是根據我個人前在北京大學數學系

所編非歐派幾何學講義譯出來的；但是高深部分都刪去了.本書內容共分四編十四章,前七章及第十章都是高中學生可以看得懂的,其餘各章都是大學理學院二年級以上的學生可以看得懂的,所以本書可以作爲大學課本用,也可以作爲中等學校的算學教師和學生參考之用.

本書有許多名詞的定義,因爲他和歐氏幾何學上的定義一樣,所以沒有一一寫出來.又爲減少篇幅起見,有許多簡單的幾何圖也沒有畫出來.其實幾何圖是理想的,不是人力可以畫得出來的,我們研究幾何學,所以要畫圖,這是因爲圖是有形的東西,他能夠幫助我們說明我們的理想,也能幫助他人集中注意力容易了解我們所說的理想,並不是所畫的圖,就是幾何學上的圖,所以畫圖與不畫圖對於幾何學的本身是沒有關係的.

一般人所謂非歐派幾何學都是指雙曲式幾何學及橢圓式幾何學而言,所以本書也祇論及這兩種幾何學.至於最近所謂非黎曼幾何學(Non Riemannian geometry)要用無窮小的平行移動(Infinitesimal parallel displacement)的觀念來講,這又是涉及高深部分,這裏也不提了.

本書承上海市務本女子中學教員王祖舜君及暨

南大學助教沈振年君襄助,得能早日完成,這是很感謝的.惟本書的系統全憑個人管見所擬,不周密處,在所難免,尙希讀者予以指正,俾再版時得以修改是幸.

一九三五年五月天台陳藎民序於暨南大學.

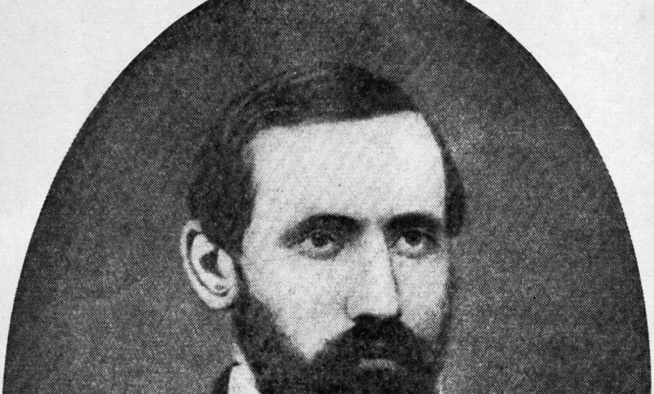
羅波切夫斯基像

雙曲式幾何學發明者

羅氏爲俄國人.生於1793年,

死於1856年.1826年發表虛

幾何學



黎曼像.

橢圓式幾何學發明者.

黎氏為德國人,生於1826年,
死於1866年. 1854年發明黎
曼幾何學

目 錄

第三編　橢圓式幾何學

第四編　結論

非歐派幾何學

第一編　緒論

第一章　幾何學之眞諦

幾何學三字的來歷

§1. 幾何學命名的來歷,已不得其詳了.以現在所知道的,只是明徐光啓(1)翻譯幾何原本時候,譯 Geometry(2) 爲幾何;所以幾何兩字實由 Geo 音譯而來我們中國所謂幾何學,在英國美國叫做 Geometry, 在法國叫做 Géométrie, 在德國叫做 Geometrie, 意大利叫做 Geometria,……各國命名雖各不同,總之都從希臘文 Geometria(3) 一字蛻化而來.現在把這個字義分析起來講:Geo 的意義是"地";Metria 的意義是"量";把他合起來講:Geometria 就是測地術.所以幾何學在初起的時候,不過是測地術的意思;後來經過許多數學家的努力探討,一天一天的進化,到了現在,遂成爲輝煌燦

---

(1) 見第二章§4.

(2) Geometry 也有人譯爲形學,但是這個名詞不常用.

(3) 西洋文化發源於希臘,所以他們的科學名詞,有許多都從希臘文變來.幾何學在希臘文爲 γεωμετρια, 現爲閱者便於認識起見,用拉丁字母寫爲 Geometria.

爛的幾何學,遠非簡單的測地術可比了.

何謂幾何學?

§2. 幾何學和其他科學一樣,由許多簡單的和複雜的命題集合而成的;也和數學中其他各門一樣,是一部演繹的科學.一部幾何學,就是一串的命題.試將中學校幾何學教科書翻開一看,開端的就是公理[1],其次就是公法[2]又其次爲定理[3]和作圖題[4]:這四種,我們統稱爲命題[5].幾何學的命題是用論理學的方法排列起來的.換句話說:即後面的命題是根據前面的命題證明後而成立的;而前面的命題,又是根據更前面的命題證明後而成立的.我們想:照這樣的方法,即以命題證明他命題的方法,到了最後,一部幾何學總有幾個開始的命題,因爲前面沒有命題再給他做證明的根據,所以不能證明,祇讓學者自己明白的.這種開始的,不能證明而祇可以讓學者自明的命題,我們叫做公理.又

公理

(1) Axiom. (2) Postulate. (3) Theorem. (4) Problem. (5) Propo sition.

公理與公法,在從前是有區別的,而區別的方法有三種:

第一種區別法:公理與公法之不同,猶如定理與作圖題之不同一樣.

第二種區別法:公理是算術與幾何學公用的命題.如"等量加等量,其結果仍相等".這個命題在算術和幾何學上都通用的.公法僅用在幾何方面的命題.如"通過兩點可作一直線"這個命題,是僅用於幾何一方面的.

第三種區別法:公理是自明自眞的.公法雖然不是像公理那樣可以自明的,但是也可以不證明就承認他是眞的.近來數學家都祇用公理一個名詞來包括從前所謂公理及公法,並不像上邊那樣的區別了.

幾何學上所用的名詞也是用論理學的方法下以定義的.即以簡單的名詞解釋繁複的名詞,以繁複的名詞解釋更繁複的名詞.換句話說:就是那個繁複的名詞拿這個簡單的名詞來解釋,這個簡單的名詞,又拿別個簡單的名詞來解釋,別個簡單的名詞又拿別個更簡單的名詞來解釋.我們想這樣以名詞解釋名詞的方法,往下推去,一部幾何學總有幾個開始的名詞,不能再解釋,不能再下定義的.這種不能再解釋,再下定義的簡單名詞,我們叫做幾何學上的基本概念(1).應用基本概念,寫出一組十全的,不相矛盾的,各自獨立的公理(2);根據這組公理,用論理學的方法,演出一串的命題:這一串的命題就是幾何學.

基本概念

§3. 由上面看來,可知:祇要有一組十全的,不相矛盾的,各自獨立的公理,就可以演出一部幾何學來.簡單的說,祇要有一組完善的公理,就有一部幾何學.所以若有千百組不同的完善的公理,就可以有千百種不同的幾何學.但是在一百年前,我們祇知道一種幾何學,即歐几里得幾何學.並且以爲除歐几里得幾何學

(1) Tundemental conceptions.

(2) 一組公理,要是其中沒有一個公理能根據其他公理可以證明的,我們就說這一組公理是各自獨立的.反之:要是其中有一個公理可以根據其他公理證明,這個被證明的公理就失了公理的資格而變爲定理了.而這組公理也不是各自獨立的了.

幾何學的種類可以多至無窮

以外,不能再有其他幾何學.到了1830年,俄國算學家羅波切夫斯基[1]發表他的虛幾何學(卽現在稱爲雙曲線幾何學是)纔知道有第二種幾何學;但是還不知道有第三種幾何學,到了1854年德國數學家黎曼[2]發現他的新幾何學,纔知道有第三種幾何學;但是還不知道有第四種或多至無窮種.幾何學的種類可以多至無窮,不過是近二三十年來的事情.

(1) Lobatchevsky 看 38 頁

(2) Riemann 看 42 頁

第二章

歐几里得幾何學與歐几里得

歐几里得與幾何學要論

§4. 歐几里得[1]爲紀元前第三世紀上半期的希臘幾何學家.大約生於紀元前315年,死於紀元前255年.至於確實的生死年月,還沒有人能考查出來.他曾編了一部幾何學,叫做幾何原本[2]因此希臘人就尊稱他爲"幾何原本的父".其實在歐氏之前,如依波克萊脫[3]李昂[4]德稠[5]都編過幾何原本的;就時間講,歐氏並不是編釋幾何原本的創始人;不過他所編[6]的是集前人之大成.不僅內容豐富而且組織也很嚴密;所以後來的幾何學家都奉歐氏的幾何原本爲金科玉律.自紀元前到於今二千餘年,各國所用的幾何學教科書,何啻幾千萬種;但是本本都要落他的窠臼.因此中學校

---

(1) Euclid. (2) Elements. (3) Hippocrates of chios. (4) Leon

(5) Theudius.

(6) 歐氏的幾何原本,共計十五卷.相傳:其後兩卷,係第二世紀幾何學家 Hypsicles 著的.但是近來又有人考證出來:第十四卷,係 Hypsicles 所續;第十五卷係紀元後二三世紀的人所續的.現在大家公認歐氏著的祇有十三卷.明末萬歷年間,意大利教士利瑪竇來華曾口譯幾何原本,前六卷由徐光啓筆記.清咸豐年間,李善蘭與偉利亞得續譯後九卷.

所用的幾何學就叫做歐几里得,而歐几里得不僅是幾何原本的作家,簡直是幾何學界的"至聖大成".他的名字也成爲幾何學的代名詞.在英國雖是一個小學生也知道歐几里得就是幾何學.但是現在幾何學的種類多了.像幾何原本這樣的幾何學,我們叫做歐几里得幾何學或歐派幾何學,其他與歐氏幾何學不同的幾何學都叫做非歐几里得幾何學,或非歐派幾何學.現在歐几里得祇可以做歐派幾何學的代名詞,不能再做幾何學的代名詞了.

几里得何學與歐派幾學

§5. 十五世紀以前,印刷術尙未發明,歐氏的幾何原本,經人展轉傳抄,頗有出入,因此後來印刷出來的版本也有許多種:在歐洲最著名的是1594年的羅馬版;1703年的奧斯福版;及1816年印於巴黎的希臘,拉丁,法蘭西三種文字並記版.最近經過科學的整理而翻印的,又有獅氏[1]與梅氏[2]的1883—1899年版;惟此版係希臘和拉丁文,因此海氏[3]又將此版譯成英文於1908年出版,分訂三册.海氏版或獅梅二氏的版,是現在一般人認爲幾何原本的標準的版本.

何原本標準版

§6. 幾何原本分爲十三卷.前六卷論平面圖的性質.七,八,九三卷論數之性質.第十卷論不可度量.後三卷爲立體幾何學.據海氏版本,第一卷開端是二十三

本的內

(1) Heiberg. (2) Menge. (3) Heath.