

中学生

十万个怎么办

顾建军 主编

数

shu xue

学

云

南

人

民

出

版

社



中学生 十万个 怎么办

数 学

主编：潘骋姣 王永建 烟学敏

责任编辑:赵丁丁

特邀编辑:萧功川

封面设计:袁亚雄

中学生十万个怎么办

顾建军 主编

数学

主 编:潘骋姣 王永建 烟学敏

云南人民出版社出版发行 (昆明市书林街 100 号)

邮编:650031

居正印前工作室照排

南京通达彩色印刷厂印装

开本:850×1168 1/32 印张:8 字数:178000

1998 年 9 月第 1 版 1998 年 9 月第 1 次印刷

印数:1-5200

ISBN7-222-02670-3/G·491 定价:11.20 元

前 言

21 世纪的钟声即将敲响。人类将送走上一个百年世纪,迎来下一个千年纪元。

面对着变幻莫测的世界格局、日新月异的科学发展、不断恶化的生态环境、有待完善的社会体制,以及人口的剧增、资源的锐减、生存竞争的加剧……,新的世纪将面临新的机遇、新的挑战、新的抉择。

怎么办?

“怎么办?”这是一个时代的提问,也是一个民族的提问。它需要每个炎黄子孙用自己的行动来回答,更需要广大青少年学生来回答。因为青少年、婴幼儿不仅将亲睹新世纪的朝阳,而且还将领略新世纪的奇观和蓝图丽景;新世纪的竞争从根本上说是人才的竞争。我们的青少年能否成为未来世界竞争的强者,将直接影响到中华民族在 21 世纪的世界形象和历史地位,直接影响到中华民族的强盛与进步。

“怎么办?”这是一个关于未来的提问,也是一个关于现在的提问。我们的脚下有许多条路在延伸,在辐射,有的路通向未来的智慧峰巅,也有的路通向未来的沼泽地带,还有的路通向未来的精神墓地。这就需要我们的青少年一代从现在起铸造牢不可摧的生存力、创造力,积蓄未来发展的潜力。只有走好现在的路,才能走好未来的路,只有把握好现在的“怎么办”,才能驾驭未来的“怎么办”。

“怎么办?”这是一个简单的提问,也是一个包含着成千上万

个小“怎么办”的庞大而复杂体系的提问。青少年时期正是人生长身体、长知识、长能力的阶段,我们的青少年、婴幼儿小朋友在平时的学习、生活、娱乐、健康、修养诸方面都将会遇到形形色色、各种各样微小的“怎么办”的问题,只有对这些细小问题进行科学探究和理性选择,做到知行合一,手脑并用,从而积累生活经验,培育生存智慧,发展多元素养,形成健康人格,提高人生素质,才能增强生活能力、创造能力和未来适应能力,才能在重大的“怎么办”面前泰然处之,立于不败之地。

《十万个怎么办》系列丛书是全国千余名特级教师、科研工作者、教育工作者、保健工作者组成的一个写作群体所撰写的,集人文科学、技术科学、思维科学、自然科学于一体的大型行为指导丛书。这套丛书以其丰富而广博的内容和图文并茂的形式全面展示了我国各民族婴幼儿、小学生、中学生在成长过程中所涉及的各方面的“怎么办”。这凝聚着组织者和撰写者的科学精神、使命感和赤诚之心;是新世纪青少年一代内省外求,慎思笃行,经世济用的务实之学。这是青少年读物的一项基本建设;是一项跨世纪工程,同时也是一种造福青少年、功德无量的尝试。尽管这种尝试本身还有许多不足之处;将有待于不断的修订而日臻完善。但是这种尝试是可喜可贺的。希望广大青少年朋友、婴幼儿家长、广大教育工作者喜爱它,与它交朋友,并从中有所启迪,有所创造。

千里之行,始于足下。愿广大青少年学生、教育工作者及其学生家长从现在开始、从小事开始,一切都知道该“怎么办”!

卢嘉锡

目



录

- [1] 数学课学习效率不高,怎么办?
- [2] 想提高数学思维能力,怎么办?
- [3] 怎样学好初中数学?
- [5] 数学中的概念、公式记不牢,怎么办?
- [6] 怎样学习数学概念?
- [8] 想提高数学总复习的效率,怎么办?
- [10] 对绝对值问题不知所措,怎么办?
- [12] 遇到有关含绝对值的问题,怎么办?
- [17] 不能正确认识字母表示数,怎么办?
- [18] 列方程解应用题找不准相等关系,怎么办?
- [19] 怎样使用反证法?
- [22] 不会合并同类项,怎么办?
- [24] 乘法公式运用不灵活,怎么办?
- [27] 怎样灵活运用十字相乘法?
- [29] 要用 $(a+b)$ 和 ab 表示 a^3+b^3 ,怎么办?
- [32] 用分组分解法因式分解不好结组,怎么办?
- 形如 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ 的双重根式不会运算,怎么办?
- [34] 几何论证推理不严密,怎么办?
- [38]

目 录



- [39] 怎样删去无用线证明平面几何问题?
- [41] 总做不好几何证明题,怎么办?
- [45] 遇到有关三角形中线及角平分线的问题,怎样添加辅助线?
- [48] 要证三角形中的不等关系,怎么办?
- [50] 遇到运用三角形面积的问题,怎么办?
- [52] 遇到有关线段成比例问题,怎么办?
- [55] 遇到共线共点问题,怎么办?
- [57] 遇到几何定值问题,怎么办?
- [59] 遇到有关重心、垂心问题,怎么办?
- [61] 遇到有关外心、内心问题,怎么办?
- [62] 不会给四边形分类,怎么办?
- [65] 不会用圆幂定理证题,怎么办?
- [67] 垂径定理及其推论掌握不好,怎么办?
- [68] 升入高中后学不好数学,怎么办?
- [70] 数学解题能力差,怎么办?
- [71] 怎样寻找解数学难题的突破口?
- [73] 怎样区分符号 $\in$ 与 $\subseteq$ (或 $\subset$)?
- [75] 怎样区别 $\{0\}$ 与 0 ?
- [76] 不会比较两个无穷集合之间的元素的多少,怎么办?

目 录



- [78] 学习立体几何有困难,怎么办?
- [79] 求几何体的体积时不能直接应用公式,怎么办?
- [81] 不会找二面角的平面角,怎么办?
- [84] 几何体中遇到动点、动线,怎么办?
- [86] 搞不清函数符号 f 的含义,怎么办?
- [89] 有了已知条件,要建立两个变量间的函数关系,怎么办?
- [91] 已知函数 $f(x)$ 的定义域,求复合函数 $f[\varphi(x)]$ 的定义域,怎么办?
- [93] 判断不准复合函数的单调性,怎么办?
- [95] 怎样研究分段函数的问题?
- [98] 不会判断哪些函数具有反函数,怎么办?
- [100] 二次函数的性质不易掌握,怎么办?
- [102] 遇到二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在区间 $[a,\beta]$ ($a\leq x\leq\beta$) 上的最值问题,怎么办?
- [105] 要用五点法画出二次函数图象,怎么办?
- [108] 欲求型如 $y=ax+b\sqrt{cx+d}$ ($a,b,c,d\in R$) 的函数的值域,怎么办?
- [110] 幂函数 $y=x^n$ ($n\in Q$) 的图象规律掌握不住,怎么办?
- [114] 指数函数图象及对数函数图象的特征把握不住,怎么办?

目

录



- [117] 要间接地求曲线方程,怎么办?
- [119] 判断不了曲线系是否过定点,怎么办?
- [122] 想利用曲线参数方程中参数解题,怎么办?
- [124] 怎样利用曲线的对称关系解答难题?
- [130] 欲求函数 $y = \frac{1}{(ax^2+bx+c)}$ ($a \neq 0$) 的值域及单调区间,怎么办?
- [133] 离心率的大小对椭圆形状的影响搞不清,怎么办?
- [134] 角度制与弧度制不会互换,怎么办?
- [136] 同角三角函数的八个基本关系式记不住,怎么办?
- [139] 三角公式不会灵活应用,怎么办?
- [142] 三角公式多记不住,怎么办?
- [145] 怎样根据 α 所在象限确 $\alpha/2$ 的所在象限?
- [148] 求三角函数的值当要开平方时,怎样选择方根?
- [151] 掌握不好求解三角方程的技巧,怎么办?
- [154] 三角方程的增根与失根常常难以检验,怎么办?
- [157] 要用三角法判断三角形的形状,怎么办?
- [160] 想开阔证明恒等式思路,怎么办?
- [162] 三角形中恒等式的证明缺乏变形技巧,怎么办?
- [164] 运用对数的换底公式不灵活,怎么办?

目 录



- [165] 证明不等式的基本方法运用不自如,怎么办?
- [168] 对等价命题是否等价搞不清,怎么办?
- [169] 解对数不等式容易出错,怎么办?
- [173] 要用图形表示基本不等式,怎么办?
- [175] 表示不等式解的集合常常出现错误,怎么办?
- [177] 怎样将全体有理数排成一个有序数列?
- [178] 不善于判断等差、等比数列,怎么办?
- [181] 对加法原理和乘法原理区分不清,怎么办?
- [183] 怎样运用数学归纳法证明排列数公式?
- [185] 解计数问题时易重易漏,怎么办?
- [187] 对二项式定理的通项公式不能熟练运用,怎么办?
- [189] 直接求和不好求,怎么办?
- [194] 求正负相间数列的前 n 项之和,怎么办?
- [197] 怎样解复数集内的方程?
- [200] 复数运算常遇到麻烦,怎么办?
- [204] 化数为形的意识不强,怎么办?
- [206] 解决应用问题不会建立数学模型,怎么办?
- [207] 用数学知识解决降雨量,怎么办?
- [208] 怎样解决雨伞中的数学问题?

目 录



- [209] 怎样解开生日之谜?
- [211] 怎样用金黄分割画正五角形?
- [214] 要让蜘蛛以最快的速度捉住苍蝇,怎么办?
- [216] 构造形的技巧掌握不了,怎么办?
- [218] 想用数学知识设计游戏,怎么办?
- [220] 想解开中国玉连环之谜,怎么办?
- [222] 碰到 $[x]$,怎么办?
- [226] 遇到与自然数有关的命题,怎么办?
- [229] 碰到覆盖问题,怎么办?
- [231] 碰到格点问题,怎么办?
- [233] 想用“抽屉原则”却不会制造和使用“抽屉”,怎么办?
- [235] 要解决某些错综复杂的相互关联问题,怎么办?
- [237] 遇到奇偶性问题,怎么办?
- [238] 遇到整除问题,怎么办?
- [239] 遇到抽象函数,怎么办?
- [241] 遇到计数问题,怎么办?
- [243] 遇到求方程整数解的问题,怎么办?





数学课学习效率不高,怎么办?

现代中学生,课堂学习和课外活动是获得数学知识和提高数学能力的主要途径。如果数学课的学习效率不高,就会影响数学知识的学习,就会影响数学思维能力以及解决数学问题能力的提高。为什么数学课的学习效率会不高呢?主要原因,一是有畏难情绪,认为数学难学难懂,提不起学习兴趣;二是没有掌握数学的学科特点,缺乏良好的学习方法。为了提高数学学习效率,必须针对上述两种原因,加以克服。

一、要激发学习动力,提高学习兴趣。由于数学这门学科的分量大,公式多,习题难解,加上抽象和严密,都会给学习带来困难。但是,同学们要明确,数学知识是一切科学知识的基础,它运用于四个现代化建设的每一个领域。为了将来能更好地建设社会主义现代化的祖国,为了中华民族的强盛,必须用坚强的毅力去克服困难,去认真学习,这样,有了强大的学习动力,在课堂上就会自觉地集中注意力去听讲,去完成学习任务。

二、要做好预习。预习时可以对老师将要讲的教材有大致的了解,听课时可以将侧重点放在预习时看不懂的地方,课堂上就有可能解决难点。这样,课堂上的学习就变得主动,课后的复习时间便可以减少,做作业的速度也可以加快,使整个学习活动进入良性循环。

三、上课时要勤于动脑、动手、动口。数学是一门十分抽象的学科,对它的学习要着重于理解,理解就要开动脑筋,在听老师讲课的过程中去思考,去联想,去发现问题,提出问题和解决问题。动手,一方面要记简要的笔记,并把听不懂、有疑难的问题记



下来，以便复习和发问，另一方面要在老师指导下，进行课堂实习操作，做练习。动口，指积极解答老师提出的问题，并在讨论问题的过程中，敢于提出自己的疑难，充分发表自己的意见。

(陈国盛)

想提高数学思维能力，怎么办？

数学思维能力通常指判断、推理、分析、综合、抽象、概括等。这些都是复杂的思维活动。那么，数学思维能力如何提高，如何发展呢？

一、在学习和掌握数学知识的过程中提高数学思维能力。

数学思维能力不是与生俱来的，它是在学习数学的过程中形成的。判断、推理、分析、综合、抽象、概括等思维活动渗透在数学活动中。

从逻辑学的角度来看，概念、判断、推理构成了整个数学体系。例如，平面几何是从一些简单的基本概念和公理出发，又再得到新的定理，如此层层推理，形成整个平面几何的科学体系。我们学习平面几何，不只是记住一些定义、定理、公式，更重要的是，要学习下定义、作判断和进行推理的方法，从而提高逻辑思维能力。

二、从直观与抽象的转化中，提高思维能力。内容的高度抽象是数学的主要特征之一。抽象能力是一种数学思维能力。这一方面会从具体的事物中抽象出数学的概念，即舍去事物的非本质属性，抽取本质属性。例如，观察很多长方体（实物），把注意力集中到这些实物的共同本质特征（面和棱），舍去非本质特征（大小、位置、颜色、用途等），从而抽象出长方体这一数学概



念。

从具体到抽象只是思维的一个方向。在解决问题的过程中，往往要反过来，把抽象的问题具体化，寻求解决问题的方法。比如计算长方体的体积，实质上就是把 $V=abc$ 这条抽象的数学公式，加以具体化的过程。

三、在练习中，提高数学思维能力。数学知识需要从练习中得到巩固，数学思维能力更要从练习中获得和发展，而且，练习是把知识转化为能力的重要手段。例如，在代数中解答应用题，必须运用分析方法去分辨题中的已知与未知，而且，根据题意列出方程是一种抽象过程。又如，几何学中的习题，需要想象、联想和严密的推理。总之，探求习题的解答过程，就是发展数学思维能力的过程。值得指出的是，解决实际问题的过程，往往先把生产、生活中的实际问题数学化。例如，“有 101 个球队参加比赛，每两个队比赛一场，一共要比赛多少场”，这相当于“线段上有 99 个点含两个端点一共有 101 个点，以其中任两个点为端点的线段一共有多少条”。通过解答这个数学问题，从而使实际问题得到解决。这也是值得注意培养的一种数学能力。（陈国盛）

怎样学好初中数学？

数学是学习和研究现代科学技术必不可少的基础知识和基本工具，初中数学则是基础的基础、工具的工具。学好初中数学，对今后继续学习、参加生产劳动和适应现代生活都有着深远的影响。以下这些建议将有助你学好初中数学。

一、重视基础。对重要的概念，务必要搞清它的内涵和外延，了解它的产生过程，并在应用过程中加深理解，对重要的定理、



法则、性质、方法，要熟练掌握，通过不断地应用，逐步达到运用自如。要防止忽视基础，钻偏题、难题的不良倾向。

二、重视掌握思想方法和数学方法。初中数学中贯串着许多科学的思考问题的方法和数学方法。在思考方法方面，有综合法（从已知出发思考问题，逐步推出所求）和分析法（从所求出发思考问题，寻根朔源找出解题的途径）；在推理方法方面，有归纳推理、类比推理、演绎推理；在数学方法方面有消元、降次、转化、数形结合等。学会这些思想方法和数学方法，将受益无穷。

三、理论联系实际，重视实际应用。数学知识来源于实践，又应用于实践。在学习过程中要了解知识的发生过程，积极主动地用所学的知识去解决生活和生产中的实际问题，有意识地培养自己把实际问题转化归结为数学问题的能力。

四、改进学习方法，养成良好的学习习惯。听完课急于做作业，这是一种很不好的学习习惯。每听完一堂课，要先看书，后做作业。先看书，能及时发现课堂上尚未消化的内容，能延伸思考课堂上还来不及思考的问题，还能熟习数学语言，提高阅读能力。

解题不要单以解出结果为满足，要小结出有一般指导意义



数学是科学的大
门和钥匙。

Roger Bacon



的东西来。比如，一类问题的解法步骤和技巧，有哪些容易犯的错误等。

要加强自我训练。对难懂的概念、容易混淆的概念，可以通过设疑、析疑把它搞清楚。对不容易掌握的法则、性质、定理、方法、技能，自己编选有针对性的题组，进行强化训练。在解题训练中要注意培养科学的思想方法和数学方法。

要“学而时习之”，学完每单元之后都要进行一次复习，及时对知识整理归类，使之巩固；发现问题，改进学习方法，进一步提高学习效率。

(金才华)

数学中的概念、公式记不牢，怎么办？

要学好数学，首先要记牢课本上的定义、公式、法则，然后才能灵活运用。如何培养自己迅速持久的记忆能力，请注意以下几点。

一、深刻剖析概念中的关键词语，及公式法则中的数量关系和结构形式，使自己对概念及公式法则，有个深透的理解，在理解的基础上进行记忆。

二、要做到循环复习。解决遗忘的最好方法，是按时复习，复习应安排在未遗忘之前，开始时间间隔应短一些，以后相隔时间可逐步加长。

三、在学习中应多想一些窍门增强自己的记忆，有的可抓住本质编成口诀进行记忆，如三角函数中的诱导公式，可归为“奇余偶同，象限定号”八个字来记；有的可纵横联系数形结合帮助记忆，如由单位圆中的三角函数线，记三角函数增减、特殊角的三角函数值、正余切的取值范围等；有的可运用拟人拟物比喻进



告诉我，怎么办。

行记忆，如记参数的概念，可想象为当两个人完成一项任务有困难时，可请第三个人帮助解决，从而记住：只靠 x, y 建立一个曲线的方程很困难时，可引入与 x, y 相关的第三个变量帮助，则方程较易找出……；有的也可明确来源，运用推理进行记忆，如圆台侧面展开图大半径的公式，可记住圆台完成圆锥后的轴截面图，由三角形的相似比例关系，可很快求得。总之，只要我们肯开动脑筋，就一定能创造很多好的记忆方法。（徐尔为）

怎样学习数学概念？

一、从概念被提出的背景了解概念

概念的形成（或同化）主要依赖于对感性材料（或经验）的抽象概括。了解背景，增加感性材料有利于概念学习。如：数概念的扩张过程中，中国《九章算术》（公元1世纪前）最早引进的“负数”，古希腊发现到19世纪才被严格定义的“无理数”，16世纪引进的“复数”等，通过了解这些概念被提出的背景，加深对概念的存在性和必要性的认识。

二、从概念定义逻辑结构来学习概念

从定义的逻辑结构来看，中学常用的概念定义方法有三种：

1. 内涵法——用指出种和类差来定义。

两个有从属关系的可比概念中，外延（适合概念的一切对象集合）较大的概念叫“种”概念，外延较小的概念为“类”概念。同“种”之中两类本质属性不同叫“类差”。例如：平行四边形是两组对边互相平行的四边形，这里平行四边形与非平行四边形是四边形这个种概念中的两个类概念，平行四边形的“类差”是两组对边互相平行。