



《中学课程课外读物》

北京市海淀区教师进修学校主编

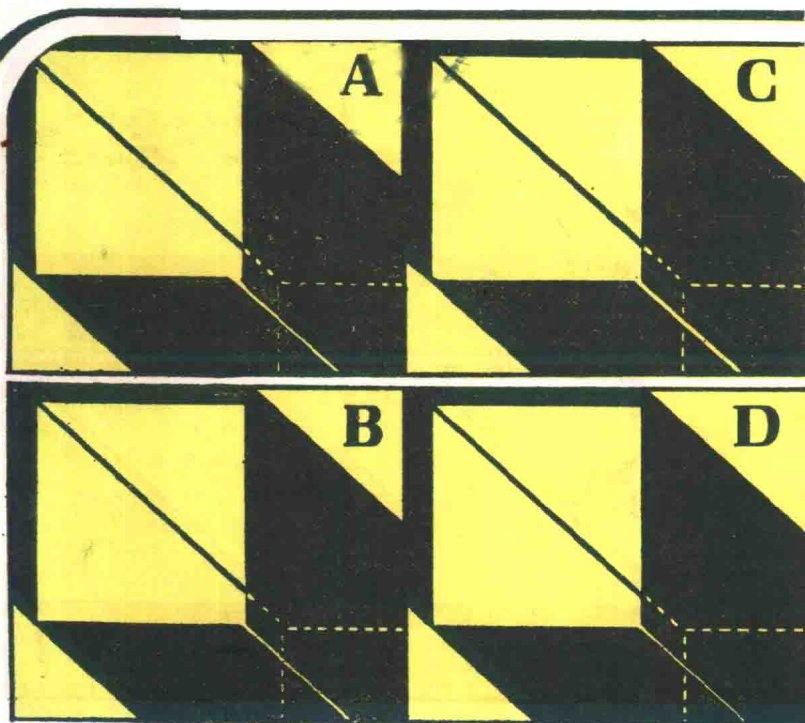
38.7351

B H J

1.2

高一立体几何

自学解难



重庆出版社

华夏出版社

中学课程课外读物

高一立体几何自学解难

附 参 考 答 案

北京市海淀区教师进修学校编

重庆出版社 华夏出版社

1987年·重庆

责任编辑 赵 剑

高一立体几何自学解难

重 庆 出 版 社、华 夏 出 版 社 出 版
新华书店重庆发行所发行 重庆新华印刷厂印刷

*

升本 787×1092 1/32 印张 5.5 字数 130 千
1987年 7 月第一版 1988年 7 月第二版第二次印刷
印数: 200,000

*

ISBN 7-5366-0090-9/G·60

定价: 1.10元

前 言

为了帮助具有中等文化水平的青年和广大自学读者更好地掌握中学课程内容并提高他们的文化科学知识水平，我们组织了部分教学经验比较丰富的中学教师和教学研究人员，编写了这套《中学课程课外读物》。它包括语文、数学、外语、政治、历史、地理、物理、化学、生物等学科。

课外读物应该有利于掌握中学课程内容和扩大知识面。编写时我们注意依据教学大纲，体现各学科自身的特点，突出重点，剖析难点，开阔视野，启迪思维，开发智力，培养能力；力求使这套书具有针对性、启发性、实用性，成为广大读者自学中学课程的良好益友，成为家长指导和检查子女学习的助手，并可供教师备课时参考。

数学部分，每讲包括四节：系统与结构、理解与思考、方法与能力、回味与引申。

系统与结构，是出于体现较先进的系统观点，有利于读者从整体上把握知识而设置的。

理解与思考，从强调理解出发着重对基础知识，特别是重点、难点进行了较详细的讲述，同时，在学习方法方面引导读者重视独立思考。

方法与能力，一方面讲述了各种基本题型及其解题方法，另一方面通过综合性较强的例题的剖析，加强了能力的培养。这一部分之后，配备了A、B两组练习题，供不同水平的读者选用。此外，还编拟了一份自测题并给了答案，以便

于自学的读者自我检查。

回味与引申，通过这部分对学有余力的读者，在知识的深度、广度上给以引导，在思想方法上给以指点。

本书编写者：

北京医科大学附属中学 刘孝兰

北京市立新学校 任光辉

北京工业学院附属中学 关民乐

北京大学附属中学 周沛耕

北京市海淀区教师进修学校 王吉钊

由于编者水平有限，书中如有疏漏或不足之处，欢迎读者批评指正。

北京市海淀区教师进修学校

引 言

在日常生活和学习中，我们总离不开几何图形。这些图形大体可以分为两种：一种图形上的点都在同一个平面内，如三角形、平行四边形、圆等等，我们把这种几何图形叫做平面图形；另一种图形上的点不全在同一个平面内，如桌子、铅笔、课本等等，我们把这种图形叫做空间图形，或叫做立体图形。也就是说，平面图形是由同一平面内的点、线组合而成的，而空间图形则是由不全在同一平面内的点、线、面组合而成的。

在初中的平面几何中，我们研究了一些平面图形（如平行线、三角形、四边形、圆）的性质、形状、大小、位置关系及其应用。在立体几何中，我们将研究某些空间图形的性质、形状、大小、位置关系及其应用。

本书分为两大部分，第一部分内容包括平面、空间两条直线、空间直线和平面、空间两个平面。主要研究平面的基本性质、直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系。第二部分内容包括多面体和旋转体及其表面积，多面体和旋转体的体积。主要研究柱体（棱柱和圆柱）、锥体（棱锥和圆锥）、台体（棱台和圆台）、球体等简单几何体的概念、性质及其表面积和体积的计算。其中第一部分内容是研究第二部分的理论基础。所以学好第一部分内容是学好本书内容的关键。

目 录

引 言

第一讲 直线和平面	1
一、系统与结构.....	1
二、理解与思考.....	12
1. 平面.....	12
2. 空间两条直线.....	15
3. 空间直线和平面.....	19
4. 空间两个平面.....	27
三、方法与能力.....	34
1. 双基训练.....	34
2. 能力训练.....	44
练习 A	63
练习 B	67
自测题.....	69
答案与提示.....	70
四、回味与引申.....	80
第二讲 多面体和旋转体	84
一、系统与结构.....	84
二、理解与思考.....	85
1. 棱柱的概念和性质以及求积公式.....	86
2. 棱锥的概念和性质以及求积公式.....	92
3. 棱台的概念和性质以及求积公式.....	95

4. 正多面体的概念.....	99
5. 圆柱、圆锥、圆台和球的概念及求积公式.....	101
三、方法与能力.....	116
1. 双基训练.....	116
1) 求多面体和旋转体中相应元素的练习	116
2) 多面体和旋转体的表面积和体积的计算	123
3) 怎样画好立体图	126
2. 能力训练.....	128
1) 多面体和旋转体的截面.....	128
2) 多面体和旋转体中的极值(或最值)问题	132
3) 综合题.....	137
练习A	142
练习B	145
自测题.....	151
答案与提示.....	152
四、回味与引申.....	159

第一讲 直线和平面

一、系统与结构

本讲主要研究平面和直线，其中平面的概念及其性质是研究空间图形性质的基础，也是将空间图形问题化为平面图形问题的重要依据。在此基础上，分别研究了直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系及其有关的性质和判定方法，本讲内容的结构见表1-1。

1. 平面的基本性质及其作用见表1-2.
2. 空间中两条直线的位置关系见表1-3.
3. 空间两条直线平行的判定方法见表1-4.
4. 空间两条直线垂直的判定方法见表1-5.
5. 空间直线与平面的位置关系见表1-6.
6. 空间直线与平面平行的判定方法见表1-7.
7. 空间直线与平面垂直的判定方法见表1-8.
8. 空间两平面的位置关系见表1-9.
9. 空间两平面平行的判定方法见表1-10.
10. 空间两平面垂直的判定方法见表1-11.

[说明]

(1) 我们把不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线，也可以把异面直线理解为不在同一平面内的两条直线。切不可把“两条直线是异面直线”说成是“两条直线

异面”，原因有二，其一是我们只定义了什么叫做“异面直线”而没有定义什么叫做“直线异面”；其二是“两条直线异面”的说法容易被理解为两条直线分别在两个平面内，造成概念的混淆。

表1-1 各项内容间的联系

结合进行的思维训练

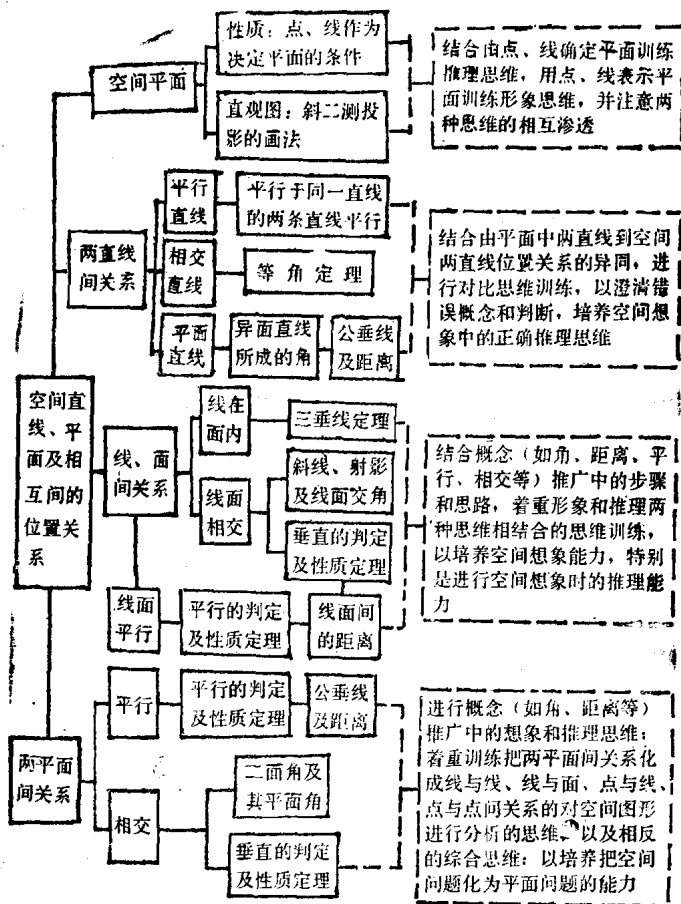


表1-2

平面的基本性质及其作用

基 本 性 质	作 用
公理1. 如果一条直线上的两个点在一个平面内, 那么这条直线上所有的点都在这个平面内。	判定直线是否在平面内的依据。
公理2. 如果两个平面有一个公共点, 那么它们有且仅有一条通过这个点的公共直线。	判定两个平面相交于一条直线及确定交线位置的依据。
公理3. 经过不在同一直线上的三点, 有且只有一个平面。 推论1、2、3 (内容略)	确定平面的位置以及判定两个平面重合的依据。

表1-3

空间中两条直线的位置关系

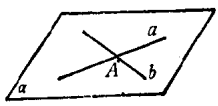
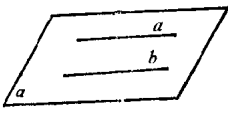
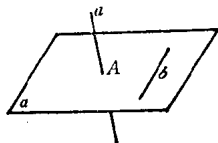
位 置 关 系		图 示	表示方法	公共点个数
两 直 线 共 面	两直线相交		$a \cap b = A$	一个
	两直线平行		$a \parallel b$	无
两直线不在同一平面内			a, b 是异面直线	无

表1-4

空间两条直线平行的判定方法

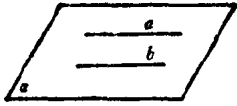
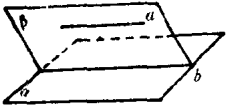
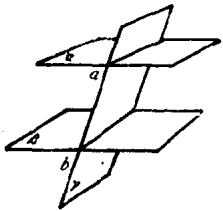
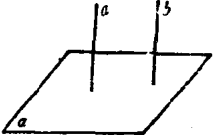
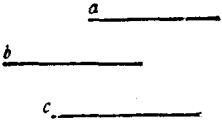
名称	图 形	条 件, 结 论	判定方法 简 述
平行线定义		$\left. \begin{array}{l} a \subset \alpha \\ b \subset \alpha \\ a \cap b = \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$	同一平面内不相交的两条直线平行。
线面平行性质定理		$\left. \begin{array}{l} a \parallel \alpha \\ a \subset \beta \\ \alpha \cap \beta = b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$	由线面平行得线线平行。
面面平行性质定理		$\left. \begin{array}{l} \alpha \parallel \beta \\ \alpha \cap \gamma = a \\ \beta \cap \gamma = b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$	由面面平行得线线平行。
线面垂直性质定理		$\left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ b \perp \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$	由线面垂直得线线平行。
公理 4		$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ b \parallel c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel c$	平行于同一条直线的两条直线平行。

表1-5

空间两条直线垂直的判定方法

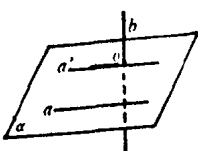
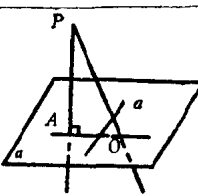
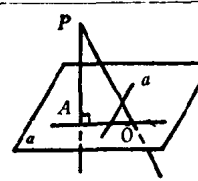
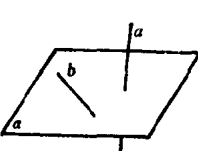
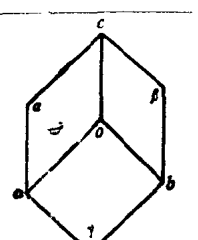
名称	图 形	条 件, 结 论	判定方法简述
空间两直线的定义		$\left. \begin{array}{l} a \parallel a' \\ a' \perp b \text{ 于 } o \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp b$	空间两直线所成角为直角, 称此两直线垂直.
三垂线定理		$\left. \begin{array}{l} PA \perp \alpha \text{ 于 } A \\ PO \text{ 是 } a \text{ 的斜线 } O \text{ 为斜足} \\ a \subset \alpha, a \perp OA \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp PO$	平面内一直线若与斜线的射影垂直则它与斜线垂直.
三垂线定理的逆定理		$\left. \begin{array}{l} PA \perp \alpha \text{ 于 } A \\ PO \text{ 是 } a \text{ 的斜线 } O \text{ 为斜足} \\ a \subset \alpha, a \perp PO \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp OA$	平面内一直线若与斜线垂直, 则与斜线的射影垂直.
线面垂直定义		$\left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ b \subset \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp b$	由线面垂直得线线垂直.
		$\left. \begin{array}{l} a \perp \beta \\ a \perp \gamma \\ \beta \perp \gamma \\ a \cap \beta = c \\ \beta \cap \gamma = b \\ a \cap \gamma = a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a \perp b \\ a \perp c \end{array}$	三个两两垂直的平面的交线两两垂直.

表 1-6

空间直线与平面的位置关系

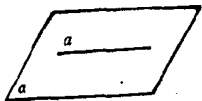
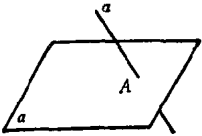
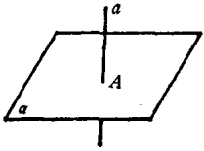
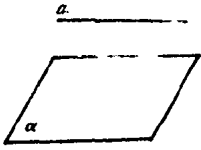
位置关系			图 示	表示方法	公共点个数
直线在平面内				$a \in \alpha$ $(a \cap \alpha = a)$	无穷多个
直线不在平面内	直线与平面相交	斜 交		$a \cap \alpha = A$	一个
	直线与平面相交	垂直相交		$a \perp \alpha$	一个
	直线与平面平行			$a \parallel \alpha$	无

表1-7

空间直线与平面平行的判定方法

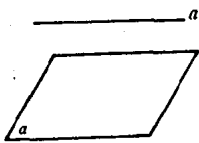
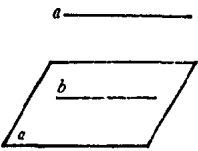
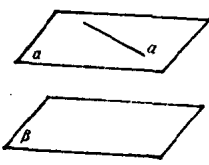
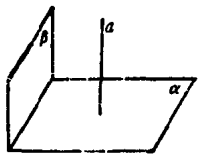
名称	图 形	条 件, 结 论	判定方法 简 述
线面平行定义		$a \cap \alpha = \emptyset \Rightarrow a \parallel \alpha$	一条直线与一个平面没有公共点, 称这条直线与这个平面平行。
线面平行判定定理		$\left. \begin{array}{l} a \not\subset \alpha \\ b \subset \alpha \\ a \parallel b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel \alpha$	由线线平行得线面平行。
面面平行性质		$\left. \begin{array}{l} a \parallel \beta \\ a \subset \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel \alpha$	由面面平行得线面平行。
		$\left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ \beta \perp \alpha \\ a \subset \beta \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel \beta$	由线面垂直、面面垂直, 得线面平行。

表1-8

空间直线与平面垂直的判定方法

名称	图 形	条 件, 结 论	判定方法 简 述
线面垂直定义		l 为 a 内任一直线 $a \perp l$	一直线若垂直于一平面内任何一条直线, 则称这条直线与这平面垂直。
线面垂直判定定理		$a \cap b = A$ $a \subset \alpha$ $b \subset \alpha$ $l \not\subset \alpha$ $l \perp a, l \perp b$	由线线垂直得线面垂直。
面面垂直性质定理		$\alpha \perp \beta$ $a \cap \beta = a$ $AO \perp a$ 于 O , $AO \subset \beta$	由面面垂直得线面垂直。
面面平行的性质		$a \perp \alpha$ $\alpha \parallel \beta$	由面面平行得线面垂直。
面面垂直的性质		$\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ $\alpha \cap \beta = a$	由面面垂直得线面垂直。

续表1--8

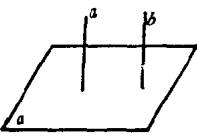
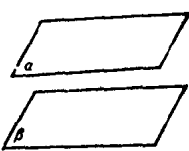
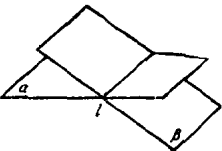
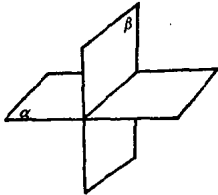
名称	图 形	条 件, 结 论	判定方法 简 述
线的判定 面垂直		$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ a \perp \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp \alpha$	由线线平行得线面垂直。

表1-9

空间两平面的位置关系

位置关系	图 示	表示方法	公共点个数
两平面平行		$\alpha \parallel \beta$ $(\alpha \cap \beta = \phi)$	无
两平面相交	斜 交 	$\alpha \cap \beta = l$	无穷多个
	垂直相交 	$\alpha \perp \beta$	无穷多个