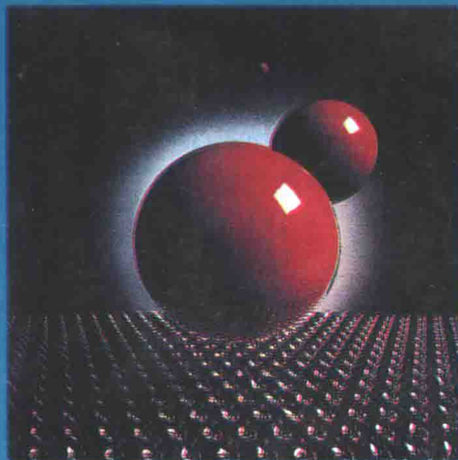


工程最优化

方法及应用 （修订版）

孙德敏 编著

中国科学技术大学出版社

工程最优化方法及应用

(修订版)

孙德敏　编著

中国科学技术大学出版社

1997 · 合肥

内 容 简 介

本书分十五章全面系统地介绍了从古典最优化方法到现代最优化方法的理论、算法和迭代步骤，主要包括经典最优化方法、线性规划、单变量函数和多变量函数寻优的搜索法、转换法、有约束直接搜索法、有约束问题的线性化方法、基于线性化的方向产生法、二次逼近、动态规划、建模、正交试验优化、优化的工程实现、工程应用举例，以及近年取得的最新的科研、教学成果和在项目开发实践中发展起来的新方法．书中还给出了大量工程应用的实例和丰富的习题．

本书可作为高等院校自动控制以及石油、化工、机械、电子等工程技术专业高年级本科生和硕士研究生的教材和教学参考书，亦可供从事上述领域工作的科研和工程技术人员学习参考．

图书在版编目（CIP）数据

工程最优化方法及应用(修订版)/孙德敏 编著．—合肥：中国科学技术大学出版社，1997 年 11 月

ISBN7-312-00968-9

I 工程最优化方法及应用(修订版)

II 孙德敏

III ①工程最优化 ②自动控制 ③教学参考书

IV TP

中国科学技术大学出版社出版发行

(安徽省合肥市金寨路 96 号，邮编： 230026)

中国科学技术大学印刷厂印刷

全国新华书店经销

开本： 787 × 1092/16　　印张： 27.25　　字数： 686 千

1997 年 11 月第 1 版　　1997 年 11 月第 1 次印刷

印数： 1-2 000 册　　定价： 25.00 元

ISBN7-312-00968-9/TP · 199

前　言

最优化方法是解决最优化问题的一种数值方法. 随着现代科技和生产的发展, 人们在设计一个工程时, 总是希望得到一个最优的方案. 而在操作一个工程装置时, 总是希望得到一个最优的操作条件, 从而使装置一直运行在最佳状态. 所谓最优, 往往表现为投资最少、利润最大、时间最省、产量最高、质量最好等等. 最优化方法的应用促进了最优化方法及其理论的蓬勃发展, 至今已成为应用数学的一个重要分支. 但最优化方法的实际应用, 又随着计算机的发展和普及而变得轻而易举, 它可以在不增加投资或很少增加投资的情况下, 获得很大的经济效益. 因而最优化方法的应用已经渗透到经济管理、工程技术等各个领域.

过去的二十年, 虽有众多最优化方法方面的书籍出版, 但总的来讲, 偏理论和方法的多, 重应用的少; 少数偏应用的书中又是偏经济管理方面的多, 偏工程应用的少; 而突出自动化领域应用的书则更不多. 本书的目的是为工程技术领域, 特别是自动化领域中学习和工作的读者提供一本实用的参考书, 以期推动最优化方法在这些领域中的应用. 为此, 本书体现了以下特点:

①在最优化方法的介绍上, 不是停留在介绍原理和方法, 而是尽量做到实用, 亦即从理论推导、算法到迭代步骤, 全面的予以介绍, 目的是给读者一个完整可用的概念;

②为使读者(特别是学生和进修生)能深入理解概念, 在各章中都按需要附有计算实例及一定份量的习题;

③为使读者能用书中介绍的方法解决实际工程应用问题, 书中介绍了大量的应用实例, 特别是在第 12 章和第 14 章突出地讨论了最优化实际应用中要解决的实际问题, 诸如建模问题、实现问题、解的评价问题等等. 最后在第 15 章又介绍了几个完整的实例, 目的是使读者通过本书的学习能够掌握工程应用最优化方法的基本技能.

近年来, 最优化方法在我国也取得了很大的发展, 已经在经济计划、企业管理、机械设计、自动控制、石油、化工、通讯、电力、运输和能源等方面取得了大量的应用成果, 因而受到学术界和工程界越来越多的重视. 为了适应这种形势的需要, 很多高校开设了最优化方法的课程.

1991 年, 笔者在中国科学技术大学出版社出版了《工程最优化方法及应用》一书, 在教学实践中取得了较好的效果, 首版一销而空. 这次修订版, 对 1991 年的第一版做了较大的改动, 增加了第 12 章建模和第 13 章正交试验优化; 并根据工程最优化的实践在这七年时间里的发展重写了第 1 章、第 14 章和第 15 章; 其余各章也做了一些修改和完善. 本书也是笔者在中国科学技术大学自动化系硕士研究生和本科高年级学生讲授最优化方法以及笔者从事这一方面科研工作的一些实践和成果的基础上整理而成的, 在整体上增加和补充了笔者在这一领域里所做的科研工作的最新成果和所收集到的一些国内外最新的资料和论文, 这些正是当今国际上工业过程优化的热门课题. 把这些内容尽快地介绍给读

者，促进优化技术在我国的应用，为我国的工业特别是过程工业现代化做出应有的贡献，这也是这次修订版的要旨所在。

最优化方法的实现要靠配套适用的计算机软件，为了使读者能比较容易地利用计算机进行一些必要的优化计算，甚至包括一些不太复杂的应用，我们开发了一个较为全面的计算机优化软件包，有兴趣的读者可与我们进一步联系交流。

由于笔者水平和实践经验所限，书中一定有不少缺点和错误，恳请读者批评、指正。

孙德敏

1997 年 8 月

于中国科学技术大学

目 次

1 概　述

1.1 引　言

在我们生活的世界上，到处都有最优化的问题，仅就工程方面，例如:

- 一个三级火箭燃料总量为 d，如何分配各级火箭的燃料 d_1， d_2， d_3，使火箭的末速度达到最大，或给定末速度 V_p 如何分配 d_1， d_2， d_3，使火箭燃料总量 d 为最小？
- 现有可用于发展某种工业的总投资为 a 亿元，又知可有 n 个可兴建项目供选择，若选定第 j 个项目，需投资 a_j 亿元，若干年内可得收益 c_j 亿元，如何投资可以获得最大的经济效益？
- 一个雷达天线伺服系统的齿轮减速比 i 为已知，如何分配各级减速齿轮的传动比 i_1， i_2， …， i_n，使总的转动惯量为最小？
- 在一个控制系统中，如何选定 PID 调节器的参数 P,I,D，使系统超调不超过 20% 的情况下，响应时间最短？
- 要铺设一条天然气管道从 A 地到 B 地，中间必须经过 n 个中间站，而每个中间站又有 m_i 个可选择的方案，若不同选择的不同两点间所需经费是已知的，如何选择一条最佳的铺管路线，使总费用最省？
- 在工业锅炉燃烧系统中，如何调整进风量和进煤量的比例，使煤的燃烧最充分？
- 如何分配带钢冷连轧机各机架的压下量，在保证轧机安全和带钢质量的前提下，使带钢的产量为最大？
- 一个串连反应过程. 其中 A 为原料， B 为所要得到的中间产物， C 是不希望产生的最终产物. 假定反应是一级的，如何通过调整反应温度 T，在满足 C 不超过给定值的条件下，使 B 的组份浓度为最大？
- 一个催化裂化装置. 如何在压缩机、再生器的负荷不超过一定值的条件下，使转化为轻组分产品的转化率为最高？
- 由 N 个火力发电厂组成一个供电网，其编号为 0， 1， 2， …， $N-1$，要求输出总负荷为 L，如何分配每个发电厂的发电量，在满足每个电厂最大最小发电量约束的条件下，使总的生产消耗为最小？

1.1.1 最优化方法的定义

最优化方法是用数学的结果和计算机的数值计算的方法去寻找一个最佳的选择，而不必列举和计算所有可能的选择，所谓的最佳往往表现为一个目标函数在满足一定约束条件下的极大或极小.

最优化方法找到最佳方案而不用检验所有的可能性，在于它应用了一定的数学方法，并在计算机上通过迭代计算获得的，因而最优化方法需要一些数学基础，如线性代数

向量矩阵运算、微积分和微分方程等。我们应用数学的概念和推导，并不是简单地增加严密性，而是因为只有依靠数学方法和计算机的计算才能更好地解决这些最优化的问题。

1.1.2 最优化方法的发展

早在 17 世纪在欧洲就有人提出了各种求最大最小的问题，以及某些求极大极小的法则，但当时还没有系统的理论。微积分理论的建立给出了求函数极值的必要条件，为最优化问题的解决提供了理论基础，然而以后的二、三百年间，这方面的发展是缓慢的，这期间的工作只考虑了有约束的复杂情况，并发展了一套变分方法。但当我们用这些精确的分析方法来处理具体的优化问题时却遇到了很大的困难，因为它所归结成的数学问题通常是极其难于处理的，常常使人一筹莫展，所以说这一时期的工作没有能够为真正解决最优化问题提供有效的好办法。

第二次世界大战中，由于军事上的需要产生了运筹学，提出了大量不能用古典方法解决的最优化问题。从而产生了如线性规划、非线性规划、动态规划、图论等新的方法。此后，最优化理论和方法逐渐得到丰富和发展。特别从 60 年代以来，最优化技术发展迅速，已成为一门新兴的学科，而且得到了广泛的应用。

促进现代最优化技术迅速发展的主要因素有两个方面。

1.1.2.1 近代科技与生产发展的需要

优化计算方法蓬勃发展的动力首先来自空间技术， 50 年代初，进行优化计算的成本很高，只有在费用十分庞大的空间技术中才能使用。在这样的工程项目中，只要能节约 1%～2%，就是一笔可观的数目，足以补偿优化计算机的花费。

随着工程与技术的复杂化、大型化与精密化，经济计划与管理的科学化与综合化，使得一个环节决策的好坏，对经济效果有重大影响。因此，要求寻求最优的设计与决策，以获得最好的经济或技术效果，这就促使最优化技术迅速发展。

1.1.2.2 计算机技术的飞速发展

由于最优化技术是要在一切可能的方案中寻求最优的方案，又由于实际问题往往十分复杂，因而需要进行大量的计算，用人工计算往往是不可能的，因而计算机技术的飞速发展，为最优化技术的发展提供了有力的工具。

到了今天，很多优化程序已经储存于各种计算机的程序包中，一台计算机已经能处理十分复杂的优化问题，这就为优化方法渗透到工业生产、经济管理以致人民生活的各个方面创造了极为有利的条件。

科技与生产的需要，计算机的发展与应用，促进了优化方法的发展，至今它已成为一门新兴的学科，得到了广泛的应用。最优化技术不仅成功地应用于建筑结构、化工、冶金、铁路、航空、造船、机床、汽车、自动控制系统、电力系统以及电机、电器等工程设计领域，而且也应用于经济规划、经济管理等社会科学领域，并且都已取得了引人注目的成果。

1.1.3 最优化方法应用于工程实际的效果

优化技术的发展，首先来自于工程实际的需要。例如，发射一颗卫星时，星的重量

和运载火箭所需燃料的比，几乎是 1： 100，如果对星的结构和星上设备进行优化，就会节省大量的资金；又如石油化工行业， 70 年代的两次石油危机，原油价格上涨 10 倍，使原油价格占生产成本的 70%以上，如果不进行优化就会亏损； 1993 年，在悉尼举行的第 12 届 IFAC 世界大会上， M.L.Birsk 估计，石油化工业每年必须降低成本 3%，才能保持赢利、这 3%从何而来？在工艺和装置不变的情况下，只能从先进控制与优化上想办法，从宏观上讲，优化是必须的。而具体地讲，在一个装置(例如石化装置)的操作使用过程中，既便原来设计是优化的，但随着时间的推移，催化剂的老化，装置中管线的堵塞、漏气，四季环境的变化，都会使装置的运行达不到最优，这就必须随时对操作条件进行优化，才能保持装置一直运行在最佳状态。

优化技术的应用，的确也为企业带来了巨大的经济效益，例如，烷基苯的生产工艺是煤油经过预加氢，然后用分子筛脱出正构烷基苯。最初发现脱氢装置是生产线的瓶颈部位，经过优化，提高生产能力 10%；再如，甲苯歧化装置在芳烃生产线和聚酯生产线的中间部位，这套装置开工以后，二甲苯产量一直达不到设计值，影响了聚酯生产线的生产。

经优化，二甲苯产量超过设计值 27%，满足了前后生产装置的需求；又如，台湾对年产 30 万吨乙烯装置冷分离系统的几个蒸馏塔进行优化，经济效益十分显著，脱甲烷塔的经济效益为 50 万美元/年，脱乙烷塔为 100 万美元/年；美国路易斯安娜州的一个炼油厂，采用美国 SimSci 公司的仿真优化软件 ROM，每年产生 360 万美元的经济效益，其中由增产获利 310 万美元，通过降耗增收 50 万美元。

国内也有不少成功应用优化技术的实例。仅就笔者本人做过的优化项目，也能说明这一点：在某厂的一台 20 吨/小时工业锅炉上，由于我们在计算机控制系统中采用了 PID 参数自动优化整定和风煤比寻优，使之节煤 16%，折人民币 40 万元/年；在一个石化总厂的丙烯腈反应器上，我们采用了自适应在线优化操作指导软件，使之全程收率提高了 1.31%，每年可获经济效益 964 万元人民币。

优化技术，在工业过程中起的作用越来越大，它既然能给企业带来巨大的经济效益，那么优化软件本身也就会有很高的自身价值，目前国际市场上，一个优化软件，包括安装调试，大都在几十万美元的量级。一个几十个人的优化软件公司，年产值可达几亿美元，因而国外投放市场的先进控制与优化软件有一百多种，新型的集散控制系统(DCS)已大都配备了这些软件。美国在这方面是最突出的，有名的公司有 ASPEN 、 Hongywell 、 SimSci 、 Setpoin 等。

优化的重要性也反映在连续过程工业计算机集成制造系统(CIMS)的结构中(见图 1.1)，在图中单元优化、多单元优化，占很重要的位置，其实生产计划总体规划也有优化的问题。而实际上，包括国外的大公司在内，真正实现 CIMS 的并不多，因而它们往往是从下向上，不同程度的实现了先进控制与优化，所以优化的作用尤其显得突出，图 1.2 的曲线更是给优化的作用以一个数量的概念，从图中可见，用 70%的投资购回的 DCS，只取得 17%的效益，而如果在先进控制的基础上，再增加 9%的投资，却可以拿回 38%的经济效益，因而有的人把优化称为"不用投资的技术改造"。

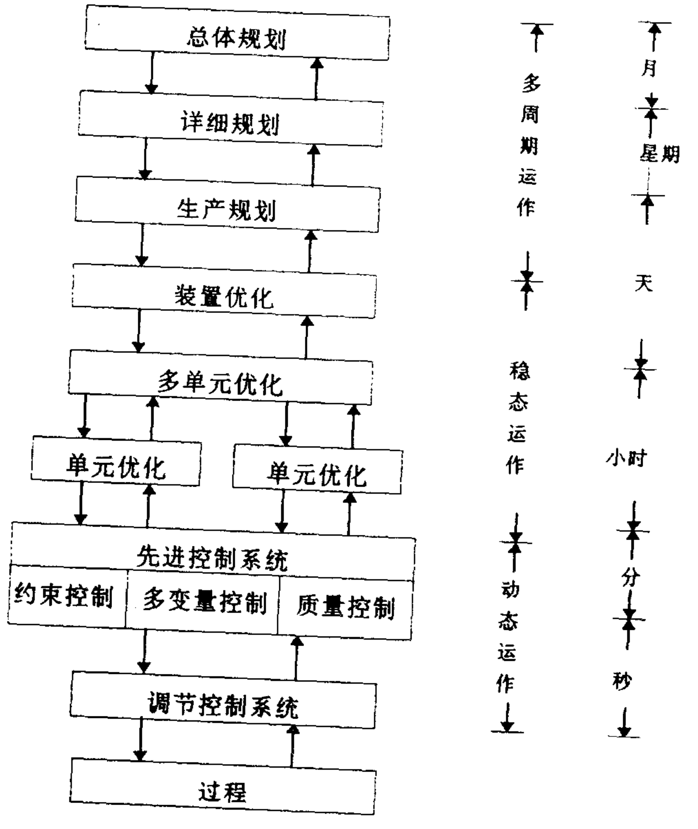
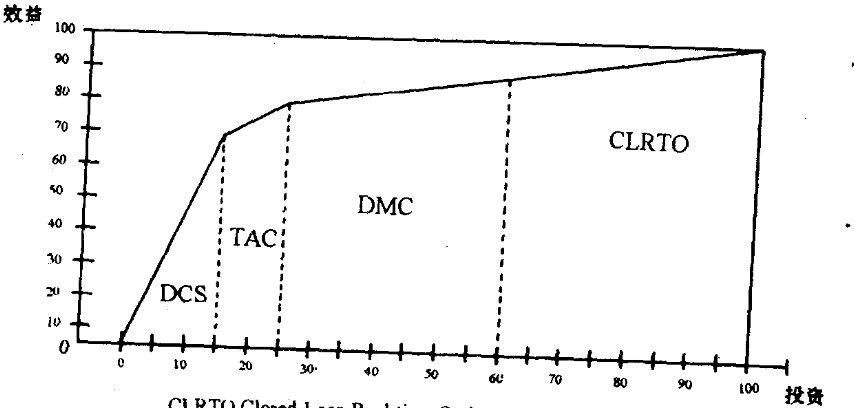


图 1.1 计算机集成过程系统结构图



CLRTO.Closed-Loop Real-time Optimization（闭环实时优化）
DMC.Dynamic Matrix Control（动态矩阵控制）
TAC.Traditional Advanced Control（常规先进控制）
DCS.Digital Control System（集散控制系统）

图 1.2 先进控制与优化的效益图

1.2 最优化方法应用的必要条件

为了把最优化方法应用于具体工程问题，必须定义被优化系统的性能指标和约束条件，必须选择代表优化因素的独立变量，写出表示各变量之间关系的数学模型．这些就是工程最优化的建模过程．问题的建模是最优化技术的关键，很大程度上来说，建模是一种艺术，应该在实践和应用中培养和锻炼这种艺术．由于实际应用问题五花八门，十分复杂，不可能在本书中给出各种问题的建模，因此，本书只能结合工程应用实例，在介绍各种最优化方法的同时，适当地予以介绍．

下面进一步讨论建模的几个要素，建模的实例将在 1.3 节中给出．

1.2.1 性能指标

给定一个我们需要最优化的问题，首先就是要选择一个性能指标．例如，一架飞机从甲地飞往乙地，可供选择的路线很多，飞行的方式也各不相同，选什么样的飞行方案为好呢？这就是一个确定性能指标的问题．指标可以是耗费燃料最少，或是飞行时间最短；也可以是要求安全性最好．更常见的则往往是要求某个综合指标的最好．

在许多工程应用中，一般选择一个经济指标，当然这个经济指标也有相当多的选择：总资本耗费最少，年耗费最少，年净利润最高，耗费利润比最低等等．在其它应用中，性能指标可以是一些技术因素；如最少制造时间，最大重量，最少能耗，最高精度等等．无论选择了什么样的性能指标，最优化总是指选择的系统有最小或最大的性能指标．

一般情况下，在指标确定了之后，相应的优化问题就有了确定的结果．指标不同，结果就不同．因而所得的优化结论是否符合实际？是否可以采用？首先就由指标是否选得合理来决定，往往由于指标选得不合理，因而导致荒唐的结果．例如，在经营一个工厂的时候，如果我们把开销最少作为指标，而不考虑产量，那么优化的结果只能是把工厂关掉，因为只有关掉工厂才能达到开销的极小值零，显然这不是我们需要的结果．指标的选择方法是多种多样的，指标选得好坏，直接关系到所得结论是否合理可行．为了选好指标，就需要认真研究分析被优化对象的特征与条件，往往还需要同从事被优化对象操作使用人员的合作．

应该指出，本书所讨论的最优化方法，只能解决一个性能指标的最优化．也就是说，不可能找到一个同时解决最小耗费、最大可靠性、最少能源消耗等等．处理多目标最优化问题，可以首先选择一个指标作为基本的指标，而把其它指标做为辅助指标，基本的指标作为最优化性能的度量，同时辅助指标化成可接受的最大或最小，把它当作问题的约束条件，或者采用不同程度加权的办法予以处理．

例如，对一个油漆车间，公司中不同的部门可能会有不同的指标要求：

- 车间主任要寻求一种方案，使产品类型有最少的颜色和部件的变换．这将使单位时间内油漆的部件数为最多．
- 销售部门趋向于一种方案，使各种类型和各种颜色部件的库存量都达到最大．这将使顾客从订货到发货之间的时间最小化．
- 公司财务部门趋向于一种方案，使库存量最小，从而减少冻结在库存中的资金．

这些互相矛盾的性能指标显然是不可能同时优化的，一种适宜的折衷方法就是选择

年消耗最小化为基本的性能指标，各种部件的库存量和产品种类为辅助条件．一些处理多目标优化问题的方法是存在的。本书第 14 章也有简单的讨论。

1.2.2 独立变量

建模的第二个关键因素是选择独立变量．在选择独立变量时有下列几点需考虑．

首先，要区分变量中哪些是可变的，哪些是由外部条件决定的．例如，对于油漆车间，部件的种类和颜色是由产品的规格或顾客的订单决定的，这些是指定的系统参量．另一方面，在可得部件种类和库存量的限制范围内，颜色的指定是一个独立变量．它随生产计划而变，而且要区分系统参量中哪些是固定的，哪些是受外部和不可控变量影响的．例如，对于油漆车间，设备损坏、工人旷工会严重影响生产，因而在生产计划问题的建模中应考虑这些变量．

其次，建模时应包括所有影响系统运行的重要变量．例如，设计一个贮气系统，我们把贮气罐的高度、直径、壁厚作为独立变量，排除用压缩机增大罐内压力的可能性．对于给定气压，可以得到一个最小成本的罐容积．然而，如果把罐内气压做为一个独立变量，并把压缩机的成本加到性能指标里，减小罐的体积，我们可以得到一个总成本降低的设计．总之，选择所有的独立变量就会使模型包含所有的重要方案，而遗漏独立变量可能导致方案的次优解．

第三，选择变量时应分清主次．应考虑所有的关键独立变量，这无疑是重要的．但也不要把次要的、琐碎的细节都考虑进去，那样会使问题过于复杂而无法求解，而且有些问题本来也是不重要，没必要考虑．例如过程控制系统中有许多设备：压力管、塔、泵、阀门、压缩机、热交换器等，我们不必考虑每个单个设备如阀、泵的详情和模型，选择独立变量的一个原则是只选择那些对系统性能指标影响很大的变量．

1.2.3 约束条件

如前所述，性能指标取决于独立变量，但很多实际问题中，设计变量的取值范围是有限制或必须满足一定条件的，这就是约束条件．约束的形式可以分成显约束和隐约束．显约束是对独立变量的直接限制，例如一个放大器输出电压只能低于其供电电源的电压，一个鼓风机风量调节挡板的转角只能在 0° ～ 90° 的范围内变化等等；而隐约束则是对某个或某组变量的间接限制，例如，在结构设计中的应力应小于许用应力，若应力又是某些独立变量的函数，则这些设计独立变量间接地受到许用应力的限制．约束条件可以用数学等式或不等式来表示．等式约束对变量的约束严格，起着降低自由度的作用．在最优化设计中，不等式约束更为普遍．例如，在仅有应力限制的问题中，若只规定等式约束，则所有的方法都将得出满应力设计，而这未必就是最小重量设计．因此，要得到最优点就必须允许设计中有不等式应力约束存在．

1.2.4 系统模型

系统建模的最后体现是写出系统数学模型，用以描述系统变量相互联系的方式及影响性能指标的方法．原则上讲，最优的方案可以在系统中通过实验得到，也就是说，给定一组独立变量的值，经过操作或运行后可得到一个相应的性能指标值，改变成另一组变量

值，又得一个性能指标值，直到得到最优性能指标为止．但在真实系统上实验研究耗费太大，太费时，有时太危险，或者是不允许的．因而借助于数学模型来研究系统的优化问题，是一种最经济、最迅速的研究变量变化对系统影响的有效途径．

数学模型可通过描述系统产生的物理现象的物质和能量方程、工程设计关系、物理特性的一些规律方程得到．起辅助作用的还有一些不等式．这些不等式限定了系统允许的操作范围，特定的极限性能要求，或者是可得到的资源限制．概括地说，模型由所有设计要考虑因素及预测系统性能的诸因素组成的．显然建模是很费时间的，而且要对研究的系统完全弄懂并找出内在联系之后，才有可能写出合适的数学模型．数学模型由代表系统变量之间关系的性能指标函数和限制变量在允许范围内的等式或不等式约束组成．

最优化方法已经成功地应用于许多不同的领域．尽管其过程和对象千差万别，但写成数学模型却有相同的模式，因而我们可以用一些通用的优化方法去处理这些实际问题．

1.3 最优化问题的一般形式

优化的问题，包括了各种不同的领域．它们各自有不同的机理，然而它们却在数学模型上有一个显著相同的表达形式．即问题都可以表示成这样的形式：最小(或最大)化一个 N 个变量的实函数 $f(x)$，x 是 N 维向量 $x^T=[x_1, x_2, \cdots, x_N]$ 满足一组等式 $h_k(x)=0$，一组不等式 $g_j(x)\geq 0$ 和变量约束 $x^{(U)}\leq x_i\leq x_i^{(L)}$．在下面的讨论中，函数 $f(x)$ 为目标函数，等式 $h_k(x)=0$ 为等式约束，不等式 $g_j(x)\geq 0$ 为不等式约束，这些函数假设总是实函数，且数目是一定的．

一般的问题：

$$\min \quad f(x) \tag{1.1}$$

$$\text{满足} \quad h_k(x)=0, \qquad k=1,2,\cdots,K \tag{1.2}$$

$$g_j(x)\geq 0, \qquad j=1,2,\cdots,J \tag{1.3}$$

$$x_i^{(U)}\geq x_i\geq x_i^{(L)}, \qquad i=1,2,\cdots,N \tag{1.4}$$

叫做有约束的最优化问题；而当

$$J=K=0, \qquad x_i^{(U)}=-x_i^{(L)}=\infty, \qquad i=1,2,\cdots,N$$

叫做没有约束的最优化问题．

最优化问题还可按照函数 f，h_k，g_i 的结构以及 x 的维数来分类，x 是只有一个元素的向量，叫做单变量问题，单变量问题是最简单的，但也是最重要、最基本的；x 是多个元素时称为多变量问题；它又可分成有约束和无约束两类问题，约束又可分成等式约束和不等式约束的情况；还可以按照目标函数及约束函数是线性还是非线性来分类，所有函数都为线性函数，并且 x 是连续时，叫做线性规划问题；而当 x 都是整数变数时，叫做整数规划；而目标函数和约束中任一个是变量的非线性函数时，则称这种最优化问题为非线性规划问题．非线规划的问题很复杂，解决这类问题的方法也很多，因此它又可以分成好多种不同的类型；还有一种分类是按其是否随时间变化来确定，如果最优化问题的解不随时间变化，则称其为静态最优化或参数最优化问题，而如果最优化问题的解随时间而变，