



星级  
题库

# 新课标 五星级题库

上海科技教育出版社

主编 潘国权

高中  
数学

全国特级教师  
全新打造新题库

- ★ 依据课标内容, 紧扣升学要求
- ★ 注重双基培养, 凸现能力训练
- ★ 编排合理, 条理清晰, 便于同步, 适合迎考
- ★ 水平预测检测水平, 便于针对性训练
- ★ 星级代表难易程度, 时间检验熟练程度

新课标

# 五星级题库

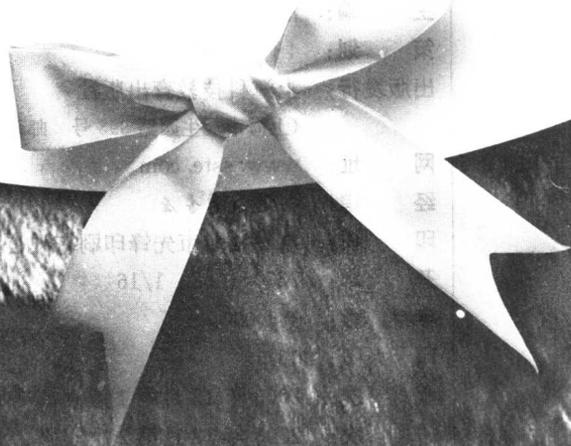
高中  
数学

主编 潘国权



上海科技教育出版社

星级  
题库



### 图书在版编目(CIP)数据

新课标五星级题库. 高中数学/潘国权主编. —上海:  
上海科技教育出版社, 2003. 12

ISBN 7 - 5428 - 3288 - 3

I. 新... II. 潘... III. 数学课—高中—习题  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 095652 号



### 新课标五星级题库 高中数学

主 编: 潘国权

策 划: 4+1 工作室

出版发行: 上海科技教育出版社

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

网 址: [www.sste.com](http://www.sste.com)

经 销: 各地新华书店

印 刷: 江苏南通市先锋印刷有限公司

开 本: 787×1092 1/16

字 数: 448 000

印 张: 18.5

版 次: 2003 年 12 月第 1 版

印 次: 2003 年 12 月第 2 次印刷

印 数: 10 001 — 15 000

书 号: ISBN 7 - 5428 - 3288 - 3/O · 328

定 价: 24.20 元



# 写在前面

## 关于“新课标星级题库”

“新课标星级题库”由全国特级教师根据国家最新的课程标准,按各学科的知识块分单元编写。在每个单元里,对所有题目按双基训练、纵向应用、横向拓展三个层次进行分类,符合新的教学理念,便于教师、学生进行选择。每道题目均标明星级与解题时间。星级高低代表题目难易程度,星级低代表毕业要求,星级高代表升学、竞赛要求。标明的解题时间是指中等水平同学解答该题所需的大致时间。每一单元中,最前面是一份水平预测题,每道题标明层次及难易程度,供同学检测使用,以便决定选择何种层次、何种星级的题目进行练习。

“新课标星级题库”包括“新课标三星级题库”(含小学语文、数学、英语3册)、“新课标四星级题库”(含初中语文、数学、英语、物理、化学5册)、“新课标五星级题库”(含高中语文、数学、英语、物理、化学5册)。

## 致 家 长

上海科教版的“星级题库”自1993年首创出版以来,一版再版,一印再印,经久不衰,因为她始终能根据课改要求和升学考试要求,不断进行修订和改版,满足学生需要。此次全新改版的星级题库,内容全,题型多,题目新,其中收集的经典题、创新题、开放题,题题精彩,定可助您的孩子级级攀升。

## 致 教 师

由全国特级教师全新打造的“新课标星级题库”,内容严格遵照国家新课标要求,题型涵盖升学考试的各种形式,不仅注重双基培养,而且更加注重能力训练。她编排合理,条理清晰,既便于您平时教学布置作业,又方便您组织系统专项复习时出练习卷。

## 致 同 学

“新课标星级题库”按各学科的知识块划分单元,每一单元都收集了大量近几年的典型习题,既可配合教材同步使用,又可作总复习用。每一单元特设的“水平预测”,可帮助你准确定位,以便进行针对性训练。每道习题均标明星级及时间,可供你有的放矢地进行学习和复习,自测解题能力和熟练程度,提高学习效率。

本书由潘国权老师组织编写。一由周伯其老师编写,二、三由胡飞英老师编写,四、十二由赵一平老师编写,五、十一由斯理炯老师编写,六由许诚老师编写,七由蒋立光老师编写,八、十三由王哲平老师编写,九、十由洪立松老师编写。最后的统稿工作由潘国权老师完成。

亲爱的读者：

如果你想提高学习成绩的话，下列图书会给你提供帮助。

新课标五星级题库	高中数学	24.20 元
新课标五星级题库	高中物理	26.30 元
新课标五星级题库	高中化学	24.80 元
新课标五星级题库	高中语文	19.50 元
新课标五星级题库	高中英语	22.50 元
新课标五星级题库	高中英语(音带)	7.00 元
五年高考试题透视	语文(上海卷 1999-2003)	11.20 元
五年高考试题透视	数学(上海卷 1999-2003)	10.30 元
五年高考试题透视	英语(上海卷 1999-2003)	14.20 元
五年高考试题透视	化学(上海卷 1999-2003)	19.60 元
五年高考试题透视	物理(上海卷 1999-2003)	15.40 元
五年高考试题透视	语文(全国卷 1999-2003)	12.10 元
五年高考试题透视	数学(全国卷 1999-2003)	12.10 元
五年高考试题透视	英语(全国卷 1999-2003)	13.00 元
五年高考试题透视	化学(全国卷 1999-2003)	13.00 元
五年高考试题透视	物理(全国卷 1999-2003)	15.40 元
中学学科词汇英汉对照手册		18.50 元
中学英语词语辨析手册(第二版)		18.00 元
英汉双语教学读本	理科类 高一年级	24.00 元
英汉双语教学读本	理科类 高二年级	32.00 元
英汉双语教学读本	文科类 高一年级	13.00 元
英汉双语教学读本	文科类 高二年级	16.00 元
举一反三 解题经典	高中数学	22.00 元
举一反三 解题经典	高中物理	15.50 元
举一反三 解题经典	高中化学	15.50 元
文言文解读	高一年级	19.50 元

文言文解读	高二年级	17.00 元
文言文解读	高三年级	14.50 元
高考英语专项训练	听力与交际功能(含音带)	20.00 元
高考英语专项训练	阅读理解与完形填空	12.30 元
高考英语专项训练	书面表达	6.80 元
高考英语专项训练	语法与词汇	14.30 元
全国高中生作文精品赏析		16.40 元
新概念小作文训练	高中篇	10.00 元
高中作文百篇借鉴		12.00 元
高中语文阅读训练 100 天		12.70 元
新世纪五星级题库	高中理科综合	15.00 元
新世纪五星级题库	高中文科综合	10.80 元
高中五星级题库难题解析	数学	10.00 元
高中五星级题库难题解析	物理	14.30 元
高中五星级题库难题解析	化学	12.90 元
高中数学百讲百练		15.30 元
高中物理百讲百练		14.80 元
高中化学百讲百练		15.00 元
高中语文百讲百练		15.50 元
高中英语百讲百练		15.00 元
高考考前答疑	数学	17.90 元
高考考前答疑	物理	12.90 元
高考考前答疑	化学	16.40 元
高考考前答疑	语文	12.90 元
高考考前答疑	英语	12.20 元
高考新视角 能力测试题解题指导	数学	6.00 元
高考新视角 能力测试题解题指导	物理	11.60 元
高考新视角 能力测试题解题指导	化学	8.20 元

高考新视角 能力测试题解题指导	语文	10.20 元
高考新视角 能力测试题解题指导	英语	8.90 元
高考理科综合综合训练		23.00 元
高考理科综合能力测试模拟试卷		7.00 元
高考文科综合综合训练		10.30 元
高考文科综合能力测试模拟试卷		8.00 元
高中生心理辅导指南	第 1 册	9.30 元
高中生心理辅导指南	第 2 册	9.50 元
高中生心理辅导指南	(教师用)	11.00 元

以上图书各地新华书店有售。

上海科技教育出版社读者服务部办理邮购。

邮费标准：书款 20 元以下，另收邮挂费 3 元。

书款 20 元以上，另收书款 15% 的邮挂费。

地 址：上海市康健路 106 号

邮政编码：200235

电 话：021-64700526

# 目 录

一、函数	1
集合与简易逻辑	3
映射与函数	9
指数函数与对数函数	22
二、数列	32
等差数列与等比数列	34
数列的应用	40
三、三角函数	43
任意角的三角函数	45
两角和与差的三角函数	51
三角函数的图象与性质	58
四、平面向量	68
向量及其运算	70
解斜三角形	80
五、不等式	87
不等式的性质与证明	89
解不等式	99
六、直线和圆的方程	104
直线方程、线性规划	106
曲线和方程、圆	114
七、圆锥曲线方程	123
椭圆	125
双曲线	133
抛物线	142

八、立体几何	150
平面、空间直线	152
直线与平面	158
平面与平面	164
多面体与球	173
九、排列、组合和概率	181
排列与组合	183
二项式定理	193
概率	198
十、统计	206
随机变量	208
统计	214
十一、极限	221
数学归纳法	223
数列极限与函数极限	229
十二、导数与微分	236
导数与微分	238
导数的应用	243
十三、复数	248
参考答案	255

# 一、函 数



## 水平预测

(完成时间 90 分钟)



## 双基型

- ★1. 满足条件  $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$  的集合  $M$  的个数是( ).  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- ★★2. 若  $A$  是  $B$  成立的充分条件,  $D$  是  $C$  的必要条件,  $C$  是  $B$  成立的充要条件, 则  $D$  是  $A$  成立的( ).  
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分又不必要条件
- ★★3. 若定义在区间  $(-1, 0)$  内的函数  $f(x) = \log_{2a}(x+1)$  满足  $f(x) > 0$ , 则  $a$  的取值范围是( ).  
(A)  $(0, \frac{1}{2})$  (B)  $(0, \frac{1}{2}]$  (C)  $(\frac{1}{2}, +\infty)$  (D)  $(0, +\infty)$
- ★★4. 已知函数  $y = x + \frac{1}{x}$ , 则下列命题正确的是( ).  
(A) 奇函数, 且最小值为 2  
(B) 奇函数, 且最大值为 -2  
(C) 奇函数, 无最小值, 也无最大值  
(D) 奇函数, 在  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  上是增函数
- ★★5. 设集合  $A = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$ ,  $B = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$ , 则  $A \cup B$  中的元素个数是( ). (2000 年全国高考试题)  
(A) 11 (B) 10 (C) 15 (D) 16
- ★★6. 函数  $y = a^x$  在  $[0, 1]$  上的最大值与最小值的和为 3, 则  $a =$  \_\_\_\_\_. (2002 年全国高考试题)
- ★★7. 函数  $y = (\sqrt{x-1}-2)^0 + \log_{(x-2)} x^2$  的定义域是\_\_\_\_\_.



## 纵向型

- ★★8. 已知  $f(x)$  是周期为  $T$  的周期函数 ( $T > 0$ ), 那么  $f(2x+1)$  是( ).  
(A) 周期为  $T$  的周期函数 (B) 周期为  $2T$  的周期函数

- (C) 周期为  $\frac{T}{2}$  的周期函数 (D) 不是周期函数
- ★★9. 函数  $f(x) = \frac{\lg(1-x^2)}{|x-2|-2}$  ( ).
- (A) 是奇函数 (B) 是偶函数  
(C) 既是奇函数又是偶函数 (D) 既不是奇函数又不是偶函数
- ★★10. 已知函数  $y = \log_{0.5}\left(x + \frac{1}{x-1} + 1\right)$ ,  $x > 1$ , 则函数的值域是 ( ).
- (A)  $(-\infty, -2]$  (B)  $[-2, +\infty)$   
(C)  $(-\infty, 2]$  (D)  $[2, +\infty)$
- ★★11.  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上, 以 3 为周期的函数, 当  $-1.5 \leq x \leq 1.5$  时,  $f(x) = \begin{cases} x, & -1.5 \leq x < 0, \\ -x, & 0 \leq x \leq 1.5, \end{cases}$  则  $f(-5.5) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- ★★12. 已知二次函数  $f(x) = (\lg a)x^2 + 2x + 4\lg a$  的最大值为 3. 求  $a$  的值.
- ★★13. 若函数  $f(x) = a + \frac{3}{x-b}$  与函数  $g(x) = 1 + \frac{c}{2x+1}$  互为反函数, 求  $a, b, c$  的值.
- ★★★14. 设  $f(x) = x^2 - 2ax + 2$ , 当  $x \in [-1, +\infty)$  时,  $f(x) \geq a$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.



### 横向型

- ★★★15. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的周期为 2 的偶函数, 已知当  $x \in [2, 3]$  时,  $f(x) = x$ , 则当  $x \in [-2, 0]$  时,  $f(x)$  的解析式为 ( ).
- (A)  $f(x) = x + 4$  (B)  $f(x) = 2 - x$   
(C)  $f(x) = 3 - |x + 1|$  (D)  $f(x) = 2 + |x + 1|$
- ★★★16. 已知奇函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上单调递减, 且  $f(2) = 0$ , 不等式  $(x-1)f(x-1) > 0$  的解集为 ( ).
- (A)  $\{x | -3 < x < -1\}$  (B)  $\{x | -1 < x < 1 \text{ 或 } 1 < x < 3\}$   
(C)  $\{x | -3 < x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$  (D)  $\{x | -3 < x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$
- ★★★17. 设含有 10 个元素的集合的全部子集数为  $S$ , 其中由 3 个元素组成的子集数为  $T$ , 则  $\frac{T}{S} = \underline{\hspace{2cm}}$ . (1992 年全国高考试题)
- ★★★★18. 已知  $f(x) = \sqrt{-2 + \log_x(5x^2 - 8x + 3)}$  的定义域为  $A$ ,  $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x - a^4 + 1}$  的定义域为  $B$ , 若  $A \subseteq B$ , 求  $a$  的取值范围.
- ★★★★19. 某市通讯设备厂为适应市场需求, 提高效益, 特投入 98 万元, 引进世界先进设备, 并马上投入生产, 第一年需要的各种配套费用是 12 万元, 从第二年开始, 所需配套费用比上一年增加 4 万元, 而每年因引入该设备可获得年利润为 50 万元. 请你根据以上数据, 解决下列问题:
- (1) 引进该设备多少年后, 开始盈利?  
(2) 引进该设备若干年后, 有两种处理方案:  
第一种: 年平均盈利达到最大时, 以 26 万元的价格卖出;

第二种:盈利总额达到最大时,以8万元价格卖出,  
问:哪种方案较为合算?并说明理由?

\*\*\*\*20. 设  $f(x) = \frac{1}{x+2} + \lg \frac{1-x}{1+x}$ .

- (1) 试判断函数单调性并给出证明;  
 (2) 若  $f(x)$  的反函数为  $f^{-1}(x)$ , 证明: 方程  $f^{-1}(x) = 0$  有唯一解;  
 (3) 解关于  $x$  的不等式:  $f\left[x\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] < \frac{1}{2}$ .



## 集合与简易逻辑



### 双基训练

- \*1. 设集合  $M = \{x | x \leq 2\sqrt{3}\}$ ,  $a = \sqrt{11 + \sin x}$ , 其中  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , 则下列关系中正确的是 ( ). 【1】\*
- (A)  $a \notin M$       (B)  $a \in M$       (C)  $\{a\} \in M$       (D)  $\{a\} \subseteq M$
- \*2. 设集合  $M = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ ,  $N = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ , 则 ( ). 【1】
- (A)  $M = N$       (B)  $M \supseteq N$       (C)  $M \supsetneq N$       (D)  $M \cap N = \emptyset$
- \*3. 设集合  $A = \{x | |x-3| \leq 4\}$ ,  $B = \{y | y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x}\}$ , 则  $A \cap B$  是 ( ). 【1】
- (A)  $\{0\}$       (B)  $\{2\}$       (C)  $\emptyset$       (D)  $[2, 7]$
- \*4. 设集合  $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$ ,  $N = \{x | x \leq a\}$ , 若  $M \cap N \neq \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( ). 【1】
- (A)  $(-\infty, -2)$       (B)  $(-1, +\infty)$       (C)  $[-1, +\infty)$       (D)  $[-1, 1]$
- \*5. 集合  $A = \{x | x = 5k + 3, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x | x = 7k + 2, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cap B$  中的最小正元素是 ( ). 【1】
- (A) 13      (B) 16      (C) 23      (D) 58
- \*6. 设  $U = \mathbf{R}$ ,  $M = \{x | x < 0\}$ ,  $N = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ , 则  $\complement_U M \cap N$  是 ( ). 【1】
- (A)  $\{x | 0 < x \leq 1\}$       (B)  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$   
 (C)  $\{x | -1 \leq x < 0\}$       (D)  $\{x | x \geq -1\}$

\* 方括号中所示数字为完成该题所需的大致时间, 单位分. 下同.

- \*7. 设  $M, P$  是全集  $U$  的子集, 且  $M \subseteq P$ , 则必有( ). 【1】  
 (A)  $\complement_U M \subseteq \complement_U P$  (B)  $(\complement_U M) \cup (\complement_U P) = U$   
 (C)  $M \cap (\complement_U P) = \emptyset$  (D)  $(\complement_U M) \cap P = \emptyset$
- \*8. 设  $A = \{1, 2\}$ , 则满足  $X \cup A = \{1, 2, 3\}$  的集合  $x$  的个数是( ). 【1】  
 (A) 8 (B) 7 (C) 4 (D) 1
- \*9. 若命题  $p: \{3\} \in \{3, 5\}, q: \{3\} \subset \{3, 5\}$ , 对复合命题的下述判断: ①  $p$  或  $q$  为真; ②  $p$  或  $q$  为假; ③  $p$  且  $q$  为真; ④  $p$  且  $q$  为假; ⑤ 非  $p$  为真; ⑥ 非  $p$  为假, 其中正确的是( ). 【1】  
 (A) ①、④、⑤ (B) ①、③、⑤ (C) ②、④、⑥ (D) ①、④、⑥
- \*10. 已知三个集合  $A, B, C$ , 条件  $A \subseteq B, B \subseteq C, C \subseteq A$  是  $A = B = C$  的( ). 【1】  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分又不必要条件
- \*11. 若不等式  $|x-1| < a$  成立的充分条件是  $0 < x < 4$ , 则  $a$  的取值范围是( ). 【1】  
 (A)  $a \geq 1$  (B)  $a \geq 3$  (C)  $a \leq 1$  (D)  $a \leq 3$
- \*12. 在  $\triangle ABC$  中,  $A > B$  是  $\sin A > \sin B$  的( ). 【1】  
 (A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分又不必要条件
- \*13. 满足关系式  $\{1, 2\} \subset A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$  的集合个数为( ). 【1】  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7
- \*14. 设  $A = \{a, b\}$ , 且  $B = \{x | x \subseteq A\}$ , 则下列关系正确的是( ). 【1】  
 (A)  $A \in B$  (B)  $A \subseteq B$  (C)  $A \not\subseteq B$  (D)  $A \notin B$
- \*15. 若不等式  $kx^2 - kx - 1 < 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 则  $k$  的取值范围是( ). 【1】  
 (A)  $-4 < k < 0$  (B)  $-4 < k \leq 0$   
 (C)  $k < -4$ , 或  $k > 0$  (D)  $k < -4$ , 或  $k \geq 0$
- \*16. 集合  $A = \left\{ x \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{Z} \right\}$ , 用列举法表示是\_\_\_\_\_ . 【1】
- \*17. 设  $A = \{x | -1 < x < 3\}, B = \{x | x > a\}$ , 若  $A \subset B$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_ . 【1】
- \*18. 不等式  $\{x | |x| < x\}$  的解集是\_\_\_\_\_ . 【1】
- \*19. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{a | \text{二次方程 } ax^2 - x + 1 = 0 \text{ 有实根}\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_ . 【1】
- \*20. 设  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$  且  $A = \{|a+7|, 2\}, \complement_U A = \{5\}$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_ . 【1】
- \*21. 设集合  $A, B$  都是全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$  的子集, 已知  $(\complement_U A) \cap B = \{1\}, A \cap B = \{3\}, (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = 2$ , 则  $\complement_U (A \cup B) =$  \_\_\_\_\_ . 【2】
- \*22. 已知  $A = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}, B = \{x | x = k + 3, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_ . 【2】
- \*23. 已知集合  $\{\text{关于 } x \text{ 的方程 } ax^2 + 2x + 1 = 0 \text{ 的解}\}$ , 只含一个元素, 则  $a =$  \_\_\_\_\_ . 【2】
- \*24. 已知甲:  $x + y \neq 3$ ; 乙:  $x \neq 1$  且  $y \neq 2$ , 则甲是乙的\_\_\_\_\_ 条件. 【2】



### 纵向应用

- ★★1. 设  $P = \{a^2, a+1, -3\}, Q = \{a-2, 2a+1, a^2+1\}$ , 且  $P \cap Q = \{-3\}$ , 则  $a$  的值组合

- 的集合是( ). 【2】  
 (A)  $\{0,3\}$  (B)  $\{-2,1\}$  (C)  $\{-1,2\}$  (D)  $\{-1,-2\}$
- ★★2. 设集合  $M = \left\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{3}{4}\right\}$ ,  $N = \left\{x \mid \frac{2}{3} \leq x \leq 1\right\}$ , 如果把  $b-a$  叫做集合  $\{x \mid a \leq x \leq b\}$  的“长度”, 那么集合  $M \cap N$  的“长度”是( ). 【2】  
 (A)  $\frac{1}{12}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{2}{3}$
- ★★3. 已知集合  $A = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+2\}$ ,  $B = \{x \mid 3 < x < 5\}$ , 则能使  $A \supseteq B$  成立的实数  $a$  的取值范围是( ). 【2】  
 (A)  $\{a \mid 3 < a \leq 4\}$  (B)  $\{a \mid 3 \leq a \leq 4\}$  (C)  $\{a \mid 3 < a < 4\}$  (D)  $\emptyset$
- ★★4. 含有三个实数的集合可表示为  $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$ , 也可表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ , 则  $a^{2003} + b^{2003}$  的值为( ). 【2】  
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D)  $\pm 1$
- ★★5. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A \subsetneq U$ ,  $B \subsetneq U$ , 如果命题  $P$  为:  $\sqrt{3} \in A \cup B$ , 则命题“非  $P$ ”是( ). 【2】  
 (A)  $\sqrt{3} \notin A$  (B)  $\sqrt{3} \in \complement_U B$   
 (C)  $\sqrt{3} \in A \cap B$  (D)  $\sqrt{3} \in (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$
- ★★6. 设  $M = \{x \mid x > 2\}$ ,  $P = \{x \mid x < 3\}$ , 那么“ $x \in M$  或  $x \in P$ ”是“ $x \in M \cap P$ ”的( ). 【2】  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- ★★7. 不等式组  $\begin{cases} x > 0, \\ \frac{3-x}{3+x} > \frac{2-x}{2+x} \end{cases}$  的解集为( ). (1997 年全国高考试题) 【2】  
 (A)  $\{x \mid 0 < x < 2\}$  (B)  $\left\{x \mid 0 < x < \frac{5}{2}\right\}$   
 (C)  $\{x \mid 0 < x < \sqrt{6}\}$  (D)  $\{x \mid 0 < x < 3\}$
- ★★8. 若  $A = \{x \mid |x+2| \leq 2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$ , 则集合  $A, B$  之间的关系为( ). 【2】  
 (A)  $A \subsetneq B$  (B)  $A \subseteq B$  (C)  $A \supseteq B$  (D)  $A \supsetneq B$
- ★★9. 若  $A: a \in \mathbf{R}, |a| < 1$ ,  $B: x$  的二次方程:  $x^2 + (a+1)x + a - 2 = 0$  的一个根大于零, 另一个根小于零, 则  $A$  是  $B$  的( ). 【2】  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- ★★10. 已知  $f(x), g(x)$  为实数集上函数, 且  $M = \{x \mid f(x) = 0\}$ ,  $N = \{x \mid g(x) = 0\}$ , 则方程  $[f(x)]^2 + [g(x)]^2 = 0$  的解集为( ). 【2】  
 (A)  $M$  (B)  $N$  (C)  $M \cap N$  (D)  $M \cup N$
- ★★11. 已知集合  $A = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ ,  $C = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$ , 则  $A, B, C$  之间的包含关系是( ). 【2】  
 (A)  $C \subset B \subset A$  (B)  $A \subset B \subset C$  (C)  $C \subset A \subset B$  (D)  $B \subset A \subset C$

- ★★12. 若  $A = \{a | a = 3n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{b | b = 3n - 2, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $C = \{c | c = 6n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A, B, C$  的关系是( ). 【2】  
 (A)  $C \subset B \subset A$  (B)  $A \subset B = C$  (C)  $A = B \supset C$  (D)  $A = B = C$
- ★★13. 设集合  $P = \{(x, y) | y = -\sqrt{25 - x^2}\}$ ,  $Q = \{(x, y) | y = x + b\}$ , 若  $P \cap Q \neq \emptyset$ , 则  $b$  的取值范围是( ). 【2】  
 (A)  $[-5\sqrt{2}, 5]$  (B)  $[-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}]$   
 (C)  $[-5, 5]$  (D)  $[-5\sqrt{2}, -5]$
- ★★14. 设集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 15 < 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - a^2 > 0\}$ , 如果  $A \cap B = \emptyset$ , 那么  $a$  的范围是( ). 【2】  
 (A)  $\{a | a \geq 5\}$  (B)  $\{a | a > 5\}$   
 (C)  $\{a | a \leq -5, \text{或 } a \geq 5\}$  (D)  $\{a | a \leq -3, \text{或 } a \geq 3\}$
- ★★15. 已知非空集合  $P$  满足: ①  $P \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , ② 若  $a \in P$ , 则  $6 - a \in P$ . 符合上述要求的集合  $P$  的个数是( ). 【2】  
 (A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 31
- ★★16. “ $M$  不是  $P$  的子集”的充要条件是( ). 【2】  
 (A) 若  $x \in M$ , 则  $x \notin P$   
 (B) 若  $x \in P$ , 则  $x \in M$   
 (C) 存在  $x_1 \in M \Rightarrow x_1 \in P$ , 又存在  $x_2 \in M \Rightarrow x_2 \notin P$   
 (D) 存在  $x_0 \in M \Rightarrow x_0 \notin P$
- ★★17. 设集合  $M = \{y | y = x^2 - 4x + 3, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{y | y = -x^2 + 2x + 8, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $M \cap N =$  \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★18. 被  $A = \{x | |x - 1| < c, c > 0\}$ ,  $B = \{x | |x - 3| > 4\}$ , 且  $A \cap B = \emptyset$ , 则  $c$  的取值范围是 \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★19. 不等式  $0 < x - \frac{1}{x} < 1$  的解集是 \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★20. 不等式  $|x - 2| > 2x - 10$  的解集是 \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★21. 若  $|x - 2| - |x - 3| < a$  有实数解, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★22. 已知  $p, q$  都是  $r$  的必要条件,  $s$  是  $r$  的充分条件,  $q$  是  $s$  的充分条件, 则  $s$  是  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件,  $p$  是  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件. 【2】
- ★★23. 设  $U = \{-\frac{1}{3}, 5, -3\}$ ,  $-\frac{1}{3}$  是  $A = \{x | 3x^2 + px - 5 = 0\}$  与  $B = \{x | 3x^2 + 10x + q = 0\}$  的共有元素, 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_,  $\complement_U B =$  \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★24. 设  $A = \{x | (x - 1)(x + 1)(x + 2) > 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + px + q \leq 0\}$ ,  $A \cup B = \{x | x > -2\}$ ,  $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$ , 则  $p =$  \_\_\_\_\_,  $q =$  \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★25. 设集合  $A = \{1, a, b\}$ ,  $B = \{a, a^2, ab\}$ . 且  $A = B$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★26. 若集合  $P = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$ ,  $S = \{x | ax + 1 = 0\}$ , 且  $S \subseteq P$ , 则由  $a$  的可取的值得组成的集合是 \_\_\_\_\_. 【2】
- ★★27. 若集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$ , 且  $B \subseteq A$ , 则由  $m$  的可取值组成的集合是 \_\_\_\_\_. 【2】

- ★★28. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + (k-3)x + k^2 = 0$  有一个根大于 1, 另一根小于 1, 则实数  $k$  的范围是\_\_\_\_\_ . 【2】



### 横向拓展

- ★★★1. 已知集合  $A \subseteq \{0, 1, 2, 3\}$ , 且  $A$  中至少有一个奇数, 则这样的集合共有( ). 【3】  
 (A) 11 个 (B) 12 个 (C) 15 个 (D) 16 个
- ★★★2. 已知  $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $A = \{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = 3x - 2\}$ , 则  $\complement_U A \cap B$  是( ). 【3】  
 (A)  $\{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$  (B)  $\{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} \neq 3\}$   
 (C)  $\emptyset$  (D)  $\{(2, 4)\}$
- ★★★3. 定义集合  $A$  与  $B$  的“差集”为:  $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ , 若集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $N = \{2, 3, 6\}$ ; 则  $M - N$  为( ). 【3】  
 (A)  $M$  (B)  $N$  (C)  $\{1, 4, 5\}$  (D)  $\{6\}$
- ★★★4. 若  $a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}, c \in \mathbf{R}$ , 且  $abc \neq 0$ ,  $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{|abc|}{abc}$  的值的集合为( ). 【3】  
 (A)  $\{4, -4\}$  (B)  $\{0, 4\}$  (C)  $\{-4, 0\}$  (D)  $\{-4, 0, 4\}$
- ★★★5. 若  $\{(x, y) | ax + y - b = 0\} \cap \{(x, y) | x + ay + 1 = 0\} = \emptyset$ , 则( ). 【2】  
 (A)  $a = 1$  且  $b \neq -1$  (B)  $a = 1$  且  $b \neq 1$   
 (C)  $a = \pm 1$  且  $b \neq \pm 1$  (D)  $a = 1$  且  $b \neq -1$  或  $a = -1$  且  $b \neq 1$
- ★★★6. 若集合  $A = \{1, 2, x\}$ ,  $B = \{1, x^2\}$ , 且  $A \cup B = \{1, 2, x\}$ , 那么满足条件的  $x$  值共有( ). 【2】  
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- ★★★7. 关于  $x$  的不等式  $ax^2 - bx + c < 0$  的解集为  $(-\infty, \alpha) \cup (\beta, +\infty)$ , 其中  $\alpha < \beta < 0$ , 则不等式  $cx^2 + bx + a > 0$  的解集为( ). 【2】  
 (A)  $(\frac{1}{\beta}, \frac{1}{\alpha})$  (B)  $(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta})$  (C)  $(-\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\alpha})$  (D)  $(-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta})$
- ★★★8. 若  $\alpha, \beta$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - (k-2)x + k^2 + 3k + 5 = 0$  的两个实根, 则  $\alpha^2 + \beta^2$  的最大值等于( ). 【2】  
 (A) 19 (B) 18 (C)  $\frac{50}{9}$  (D) -6
- ★★★9. 集合  $A$  有 10 个元素, 集合  $B$  有 6 个元素, 全集  $U$  有 18 个元素,  $A \cap B \neq \emptyset$ , 设  $\complement_U(A \cup B)$  有  $x$  个元素, 求由  $x$  的所有元素组成的集合. 【2】
- ★★★10. 若集合  $A = \{x | -2 < x < 1, \text{ 或 } x > 1\}$ ,  $B = \{x | a \leq x \leq b\}$  满足  $A \cup B = \{x | x > -2\}$ ,  $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$ , 求  $a, b$  的值. 【3】
- ★★★11. 设  $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ,  $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$ , 满足  $A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$ , 求  $a$  的值. 【3】
- ★★★12. 已知函数  $f(x) = x^2$ , 集合  $A = \{x | f(x-1) = ax, x \in \mathbf{R}\}$ , 且  $A \cup \mathbf{R}^* = \mathbf{R}^*$ , 求实数

$a$  的取值范围. 【3】

- ★★★★13. 已知集合  $A$  和集合  $B$  各含有 12 个元素,  $A \cap B$  含有 4 个元素, 则同时满足条件: ①  $C \subseteq A \cup B$ , 且  $C$  中含有 3 个元素; ②  $C \cap A \neq \emptyset$  的集合  $C$  的个数有( ). (1986 年全国高考试题) 【4】
- (A) 56 个 (B) 864 个 (C) 1084 个 (D) 1140 个
- ★★★★14. 设  $M = \{(x, y) | y \geq x^2\}$ ,  $N = \{(x, y) | x^2 + (y - a)^2 \leq 1\}$ . 那么使  $M \cap N = N$  成立的充要条件是( ). 【4】
- (A)  $a \geq \frac{5}{4}$  (B)  $a = \frac{5}{4}$  (C)  $a \geq 1$  (D)  $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$
- ★★★★15. 设  $M, P$  是两个非空集合, 定义  $M$  与  $P$  的“差集”为  $M - P = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin P\}$ , 则  $M - (M - P)$  等于( ). 【4】
- (A)  $P$  (B)  $M \cap P$  (C)  $M \cup P$  (D)  $M$
- ★★★★16. 已知集合  $A$  和集合  $B$  各含有 12 个元素,  $A \cap B$  含有 4 个元素, 试求同时满足下面两个条件的集合  $C$  的个数: ①  $C \subset A \cap B$ , 且  $C$  中含有 3 个元素; ②  $C \cap A \neq \emptyset$ . (1986 年全国高考试题) 【10】
- ★★★★17. 向 50 名学生调查对  $A, B$  两事件的态度, 有如下结果: 赞成  $A$  的人数是全体的  $\frac{3}{5}$ , 其余的不赞成; 赞成  $B$  的比赞成  $A$  的多 3 人, 其余的不赞成; 另外对  $A, B$  都不赞成的学生数比对  $A, B$  都赞成的学生数的  $\frac{1}{3}$  多 1 人, 问: 对  $A, B$  都赞成的学生和都不赞成的学生, 各有多少人? 【5】
- ★★★★18. 关于实数  $x$  的不等式  $\left| x - \frac{(a+1)^2}{2} \right| \leq \frac{(a-1)^2}{2}$  与  $x^2 - 3(a+1)x + 2(3a+1) \leq 0$  的解集分别为  $A, B$ , 求使得  $A \subseteq B$  成立的  $a$  的取值范围. 【10】
- ★★★★19. 已知  $\left\{ (x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = a+1 \right\}$ ,  $B = \{(x, y) | (a^2 - 1)x + (a - 1)y = 15\}$ , 当  $a$  为何值时,  $A \cap B = \emptyset$ . 【10】
- ★★★★20. 已知  $A = \{(x, y) | x = n, y = an + b, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{(x, y) | x = m, y = 3m^2 + 15, m \in \mathbf{Z}\}$ , 集合  $C = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 144\}$  是坐标平面内的点集, 问: 是否存在实数  $a, b$ , 使得 ①  $A \cap B \neq \emptyset$ ; ②  $(a, b) \in C$  同时成立. (1985 年全国高考试题) 【12】
- ★★★★21. 已知点集  $A = \left\{ (x-3)^2 + (y-4)^2 \leq \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right\}$ ,  $B = \left\{ (x, y) \mid (x-4)^2 + (y-5)^2 > \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right\}$ , 则点集  $A \cap B$  中的整点的个数是\_\_\_\_\_. 【8】
- ★★★★22. 设  $M = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 10, x \leq y, x, y \in \mathbf{N}^*\}$ , 则  $|M| =$ \_\_\_\_\_. 【8】
- ★★★★23. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 集合  $B$  有  $k$  个元素, 且  $B \subseteq A$ , 若所有可能的  $B$  的各个元素的总和是 210, 则  $k =$ \_\_\_\_\_. 【10】
- ★★★★24. 设集合  $M = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ , 对于  $M$  的任一非空子集  $Z$ , 令  $a_Z$  表示  $Z$  中最大数与最小数之和, 那么所有这样的  $a_Z$  的算术平均值为\_\_\_\_\_. 【10】
- ★★★★25. 在  $1, 2, 3, \dots, 1000$  中计算: 【10】
- (1) 能被 2 整除或能被 3 整除的数的个数;