

新世纪高校**经济学**教材译丛

# Mathematical Methods and Models for Economists

安吉尔·德·拉·弗恩特 著  
(Angel de la Fuente)

朱保华 钱晓明 译

# 经济数学方法与模型



上海财经大学出版社

新世纪高校经济学教材译丛

# 经济数学方法与模型

安吉尔·德·拉·弗恩特  
(Angel de la Fuente) 著



上海财经大学出版社  
Shanghai University  
of Finance & Economics Press

## 图书在版编目(CIP)数据

经济数学方法与模型/(西)弗恩特(Fuente, A. D. L.)著;朱保华,钱晓明译. —上海:上海财经大学出版社,2003.8

(新世纪高校经济学教材译丛)

ISBN 7-81049-889-4/F·770

I. 经... II. ①弗... ②朱... ③钱... III. ①经济数学-方法-高等学校-教材 ②经济模型-高等学校-教材 IV. F224

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 023908 号

策 划 黄 磊

责任编辑 袁 敏

封面设计 未 名

版式设计 孙国义

JINGJI SHUXUE FANGFA YU MOXING

经济数学方法与模型

安吉尔·德·拉·弗恩特 著  
(Angel de la Fuente)

朱保华 钱晓明 译

---

上海财经大学出版社出版发行  
(上海市武东路 321 号乙 邮编 200434)

网 址: <http://www.sufep.com>

电子邮箱: [webmaster@sufep.com](mailto:webmaster@sufep.com)

全国新华书店经销

上海译文印刷厂印刷

上海市印刷七厂一分厂装订

2003 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 1 次印刷

---

787mm×960mm 1/16 50 印张 1064 千字

印数: 0 001—4 000 定价: 88.00 元

图字:09-2001-304号

**Mathematical Methods and Models for Economists**

©Angel de la Fuente 2000

Published by the Press Syndicate of the University of Cambridge.

2003年中文版专有出版权属上海财经大学出版社

版权所有 翻版必究

## 序言与致谢

现在,越来越多学习经济学的研究生和高年级本科生将其大部分时间都用于学习新的数学语言。我自己就有这样的经历,我熟知:虽然学习数学语言的投资回报将会逐渐得到体现,但学习过程本身却是痛苦的。我至今还记得花费大量时间学习神秘的汉密尔顿(Hamiltonian)函数的经历、理解高级宏观经济学论文而遭遇到的挫折、从注重图表直观解释的本科课程向德布鲁(Debreu)《价值理论》(*Theory of Value*)过渡而遭遇到的文化冲撞,以及试图从深奥难解的数学教科书中获得有关收敛性问题的启迪时,所感受到的绝望和无奈。

本书试图减轻向研究生经济学过渡的痛苦。虽然读者可能难以相信我的表述,但为了帮助读者理解本书内容,我还是做了大量的工作。首先,使用统一的符号将研究生阶段学习经济理论所需的大部分数学概念、结论与方法汇总在一起。其次,根据逻辑顺序组织材料,并说明其相应的经济应用。最后,为了帮助读者熟悉正式推导,本书提供了大多数数学结论的严密证明。尽管在教科书的简明扼要方面做了许多努力,但距理想程度还有一定的距离。

多数缺乏良好本科数学基础的读者可能会遇到一些学习困难,但这些读者应得到鼓励并应有获得掌握数学语言的自信。

本书的形成经历了漫长的过程。本书的部分内容源于我在宾夕法尼亚州的第一学年的研究生学习笔记。当我成为助教时,这些笔记又重新整理成帮助低年级研究生学习的笔记。当我毕业并成为教师时,这些笔记则最终整理成教学讲义。在本书的写作过程中,我得到了许多人士的帮助。Richard Kihlstrom、George Mailath、Beth Allen、David Cass、Maurice Obstfeld、Allan Drazen、Costas Azariadis、Randy Wright 等在教学过程中将本书的大部分核心内容用作教学讲义。在费城漫长的炎热夏季,为了准备新生的夏季讲义资料,我与 Francis Bloch 一起完成了本书最初的打印稿。随后,Francis 没有继续工作下去,但他的一些工作还是体现在本书的某些方面。我的部分同僚非常耐心地阅读了本书的初稿,并提出了有益的改进意见。在此,特别感谢帮助完成许多复杂证明的 David Pérez 与 Maite Naranjo。感谢 Autónoma 大学及其他大学连续使用本讲义的学生们,他们帮助改进本书的质量,而且指出了印刷错误。最后,感谢经济分析研究所(Instituto de Análisis Económica)的 Conchi Rodriguez、Tere Lorenz 等工作人员所做的文秘工作。

安吉尔·德·拉·弗恩特  
(Angel de la Fuente)



序言与致谢..... 1

## 第一部分 准备知识

<b>1 基本概念</b> .....	3
1.1 集合 .....	3
1.2 逻辑 .....	6
(a) 性质和量词 .....	6
(b) 蕴涵 .....	9
(c) 证明方法 .....	10
1.3 关系 .....	14
(a) 等价关系和集合的等价类分解 .....	15
(b) 序关系和有序集 .....	16
1.4 函数 .....	18

## 2 ◀ 经济数学方法与模型

1.5	代数结构	22
(a)	群和域	22
(b)	向量空间	25
1.6	实数系统	26
(a)	实数系统上的公理	27
(b)	上确界性质	27
(c)	绝对值	30
1.7	复数	31
	参考文献	32
	注释	33
<b>2</b>	<b>度量空间与赋范空间</b>	<b>34</b>
2.1	度量空间和赋范空间	35
2.2	度量空间中序列的收敛	40
2.3	$\mathbb{R}$ 和 $\mathbb{R}^m$ 中的序列	42
2.4	开集和闭集	50
(a)	集合的内部、边界和闭包	51
(b)	极限点和有关序列的序列特征	53
2.5	函数的极限	55
2.6	度量空间中的连续性	58
2.7	完备度量空间和压缩映射定理	68
(a)	柯西序列和完备度量空间	69
(b)	算子和压缩映射定理	73
2.8	紧性和极值定理	77
(a)	紧性和一些性质	77



(b) 其他拓扑性质之间的关系 .....	82
(c) 紧集上的连续函数 .....	84
2.9 连通集 .....	85
2.10 等价度量和等价范数 .....	89
2.11 $E^n$ 中对应的连续性 .....	92
参考文献 .....	97
注释 .....	98
<b>3 向量空间和线性变换 .....</b>	<b>100</b>
3.1 线性无关和基 .....	100
3.2 线性变换 .....	104
(a) 线性函数的像和核 .....	105
(b) 线性变换的逆 .....	107
3.3 同构 .....	108
3.4 赋范空间之间的线性映射 .....	113
(a) 线性同胚 .....	115
(b) 线性映射的范数 .....	116
(c) 赋范向量空间 $L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ .....	117
3.5 基变换和相似 .....	123
3.6 特征值和特征向量 .....	125
附录: 多项式方程 .....	131
参考文献 .....	133
注释 .....	133

## 4 ◀▶ 经济数学方法与模型

4 微分学 .....	134
4.1 一元可微实函数 .....	134
4.2 偏导数和方向导数 .....	140
4.3 可微性 .....	145
4.4 连续可微 .....	154
4.5 齐次函数 .....	161
参考文献 .....	164
注释 .....	165

## 第二部分 静 态

5 静态模型和比较静态 .....	169
5.1 线性模型 .....	170
5.2 比较静态和隐函数定理 .....	174
(a) 隐函数的导数和比较静态 .....	175
(b) 隐函数定理 .....	177
5.3 均衡的存在性 .....	188
(a) 介值定理 .....	189
(b) 不动点定理 .....	191
5.4 问题 .....	194
参考文献 .....	196
注释 .....	197
6 凸集和凹函数 .....	198
6.1 $\mathbb{R}^n$ 中的凸集和分离定理 .....	198

(a) 凸组合和凸包 .....	200
(b) 凸集的拓扑性质 .....	202
(c) 凸集的相对内部和相对边界 .....	205
(d) 分离定理 .....	209
6.2 凹函数 .....	212
(a) 一些特征 .....	214
(b) 凹函数的性质 .....	218
(c) 光滑函数的凹性 .....	224
6.3 拟凹函数 .....	227
附录：二次型 .....	233
参考文献 .....	237
注释 .....	238
<b>7 静态优化 .....</b>	<b>239</b>
7.1 非线性规划 .....	239
(a) 凸约束集 .....	241
(b) 等式约束：拉格朗日问题 .....	246
(c) 不等式约束：库恩—塔克问题 .....	253
(d) 没有可微性的凹规划 .....	259
7.2 比较静态和值函数 .....	262
(a) 极大值定理 .....	263
(b) 光滑的最优化问题的比较静态 .....	269
(c) 值函数和包络定理 .....	272
7.3 问题和应用 .....	276
(a) 竞争厂商的利润最大化 .....	276

## 6 ◀▶ 经济数学方法与模型

(b) 隐含合同 .....	278
参考文献 .....	281
注释 .....	282

<b>8 微观经济学应用 .....</b>	<b>283</b>
8.1 消费者偏好与效用 .....	284
(a) 偏好关系 .....	285
(b) 效用函数描述 .....	288
(c) 光滑偏好 .....	293
8.2 消费理论 .....	294
(a) 效用最大化和普通需求函数 .....	294
(b) 支出最小化和补偿需求 .....	299
(c) 补偿需求和普通需求的关系：斯拉茨基方程 .....	303
8.3 瓦尔拉斯纯交换经济的一般均衡 .....	305
(a) 总需求(汇总需求) .....	307
(b) 竞争均衡的存在 .....	310
(c) 竞争均衡的福利性质 .....	316
8.4 标准型博弈和纳什均衡 .....	321
8.5 不完全竞争模型 .....	325
(a) 迪克特—斯蒂格利茨专业化规模收益递增的垄断竞争模型 .....	325
(b) 古诺模型的固定成本、市场势力和过度进入 .....	327
参考文献 .....	329
注释 .....	331

## 第三部分 动 态

9 动态系统(一): 基本概念和纯量系统 .....	335
9.1 差分方程和微分方程: 基本概念 .....	335
(a) 几何解释 .....	337
(b) 初值问题和边值问题 .....	338
(c) 一些定义 .....	339
(d) 解的存在性、惟一性以及解的其他性质 .....	341
9.2 自控系统 .....	344
(a) 自控系统的流 .....	344
(b) 渐近性行为 .....	349
(c) 定常状态和稳定性 .....	351
9.3 自控微分方程 .....	352
(a) 常系数的线性方程 .....	353
(b) 非线性自控方程 .....	355
(c) 比较动态的一些注释 .....	358
9.4 自控差分方程 .....	359
(a) 常系数的线性方程 .....	360
(b) 非线性方程 .....	361
9.5 非自控线性方程的解 .....	367
9.6 连续时间系统的解 .....	369
(a) 局部存在性和惟一性 .....	370
(b) 极大解 .....	376
(c) 解对初始条件和参数的依赖性 .....	382

参考文献	392
注释	393
<b>10 动态系统(二): 高维情形</b>	394
10.1 线性系统的一般结论	394
10.2 常系数线性系统的解	396
(a) 用对角化求解	396
(b) 虚特征值	399
(c) 重复的特征值	401
(d) 非齐次系统和稳定性条件	402
(e) 稳定和不稳定空间	405
(f) 平面上线性系统	408
10.3 非线性自控系统	418
(a) 平面系统的相图	419
(b) 用线性展开作局部分析	421
10.4 问题	423
参考文献	425
注释	426
<b>11 动态系统(三): 应用</b>	428
11.1 动态 IS-LM 模型	428
(a) 相图和稳定性分析	430
(b) 货币政策效应	434
11.2 完全预期模型导论	436
(a) 股价模型	436

(b) 多恩布什汇率超调模型 .....	444
11.3 新古典增长模型 .....	447
(a) 新古典经济的技术与生产要素价格 .....	447
(b) 索罗模型 .....	451
(c) 戴蒙得跨期叠代模型 .....	455
11.4 一些有用的诀窍 .....	460
(a) 收敛方程的线性化及推导 .....	461
(b) 利用 Mathematica 软件分析索罗模型 .....	463
11.5 问题 .....	466
参考文献 .....	471
注释 .....	472
<b>12 动态最优化导论</b> .....	<b>474</b>
12.1 动态规划 .....	474
(a) 最优性原理和贝尔曼方程 .....	475
(b) 关于稳定的贴现问题的一些结论 .....	482
12.2 最优控制 .....	488
(a) 最大值原理 .....	489
(b) 横截性条件和充分条件 .....	493
(c) 关于状态和控制变量的约束 .....	498
参考文献 .....	499
注释 .....	500
<b>13 动态优化理论的应用</b> .....	<b>502</b>
13.1 搜寻模型 .....	502

(a) 工作搜寻的基本模型 .....	503
(b) 工作搜寻为基础的宏观经济模型 .....	508
13.2 离散时间的最优增长 .....	515
(a) 策略函数和最优资本存量途径的性质 .....	519
(b) 欧拉方程和动态化 .....	521
13.3 安装费用的投资 .....	525
(a) 安装费用的投资模型 .....	525
(b) 小国开放经济的资本积累与资产价格 .....	532
13.4 卡斯—考普曼斯模型及应用 .....	536
(a) 无限时域的家庭最优消费决策 .....	536
(b) 要素收入征税模型的均衡及动态特征化 .....	539
(c) 要素税收的福利成本 .....	542
13.5 问题 .....	555
(a) 效率工资模型 .....	555
(b) 匹配模型的失业 .....	557
(c) 卡斯—考普曼斯模型的储蓄率 .....	558
(d) 内生增长模型的生产性政府支出 .....	559
(e) 内生 R&D 模型 .....	560
参考文献 .....	562
注释 .....	564
附录：问题解答 .....	567
术语对照表 .....	755
后记 .....	780



# 第一部分 准备知识