算尺講義

（初稿）

余寗生著

清華大學

1956年7月

教學日曆

週次	講次	講授內容	家庭作業	課內時數	課外時數
第一週	第一次習題課	1. 引言 2. 第一節 3. 第二節 4. 第三節 5. 第四節 6. 第五節	1. 總練習 1—11 2. 自學第六—八節	1·5	1·5
	第二次習題課	1. 第十一節 2. 第十節 3. 第十四節 4. 結束語	1. 總練習 58—62 2. 總練習 47—52 3. 自學第九、十二節	1·5	1·5

請教師注意：

1. 第一次習題課中，時間不足可不講第四節，如此第四節必留作家庭作業（自學），因第二次講連續乘除要用。這樣家庭作業中取消自學第八節。又，時間不足第五節後半也可不講。

2. 第二次習題課中，時間不足則第十四節可不詳講。

3. 總練習題由教師選擇佈置。

4. 以上僅供參考，並請參看算尺教學法指示書的說明。

目　　錄

請讀者注意：

1. 这本講義是按 K. E. 4083 型算尺編寫的。这型算尺的正面有 L、LL_1、DF、CF、CIF、CI、C、D、LL_3、LL_2 各尺度，反面有 LL_0、LL_{00}、A、B、T、ST、S、D、Th、Sh_2、Sh_1 各尺度。

2. 爲了節約用費，未用鋅板插圖。請結合算尺來閱讀。

3. 在講義中只介紹了各种尺度的刻度原理与基本用法，其他（如直角坐標与極坐標的換算、圖的計算等）可參看第 25 頁總練習前面的“注意二”。

引　　言

大家知道用對數作乘除方冪的近似計算很方便，算尺就是用對數原理作成的近似計算工具。算尺的構造，就是對數的圖形表示。

算尺有三個主要部分，即：

一．定尺：尺的固定部分，包括上尺與下尺。

二．滑尺：可以左右抽動的尺。

三．滑標：可以左右移動的玻璃框，上面刻有"准綫"。

第一節　常用對數

常用對數就是以 10 為底的對數 $\log_{10}a$，簡記作 $\lg a$。

利用 L 尺與 D 尺，可作常用對數的近似計算。下面分三步講。

一．L 尺與 D 尺的刻度原理

設 L 尺長 1 個單位(*)，左端點為坐標原點，等分 L 尺為十大格、五百小格，則各大格端點的笛卡兒坐標依次為 0、0.1、0.2、0.3、……0.9、1，故 L 尺上刻有這些數。即：在 L 尺上，左端 0 到刻度 a 的距離等於 a。簡記作：$\overline{0a}=a$。因刻度等分，故 L 尺叫等分尺。

D 尺與 L 尺等長，長 1 個單位，設 D 尺左端為原點。已知：

$\lg 1=0$　　, $\lg 2=0.301$, $\lg 3=0.477$, $\lg 4=0.602$, $\lg 5=0.699$

$\lg 6=0.778$, $\lg 7=0.845$, $\lg 8=0.903$, $\lg 9=0.954$, $\lg 10=1$

這樣在 D 尺上（看算尺），坐標為 0 的點（即左端點）刻 1，坐標為 0.301 的點刻 2，等等。坐標為 1 的點（即右端點）本應刻 10，但仍刻 1，（原因見第 4 頁"乙"）。即，在 D 尺上，左端 1 到刻度 β 的距離等於 $\lg\beta$：$\overline{1\beta}=\lg\beta$。因用對數刻度，故 D 尺叫對數尺。

D 尺左邊 1 與 2 間的小型刻數代表 1.1、1.2、1.3、……1.9。

D 尺上的 2 簡記作[D2]。為了區別起見，D尺上左、右兩邊的 1 依次記作 [D左 1] 與[D右 1]。

(*)　一般算尺淨長 25 cm。

注意：D 尺上的每格不都等長，而每小格所代表的單位量也不全同。D 尺上，左 1 到 2 之間每小格所代表的單位量是 0.001，而 2 到 4 之間、4 到右 1 之間每小格所代表的單位量依次是 0.002 與 0.005。

二. 1 到 10 之間的數的對數求法

如下置放，由距離相等得 $\overline{0\alpha}=\overline{1\beta}$，再按刻度原理即：$\alpha=\lg\beta$。

L	0	(α)
D	1	β

簡記作：$\dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}}\Bigg\|\dfrac{(\alpha=\lg\beta)}{\beta}$ 括號表示所求

例一　求 lg 2

方法：先動滑標，使准綫對［D2］，再讀准綫所對 L 尺的刻度，得 0.301，即 lg 2＝0.301。（簡稱：對［D2］讀［L 0.301］）。

練習一　求 lg 1.24　（答：0.093）

三. 任意數的對數求法

D 尺的範圍從 1 到 10，不在這範圍內的數，其對數的求法是：先求首數，即位數減 1（如用 P_β 記 β 的位數，則首數等於 $P_\beta-1$），再用算尺求尾數。（可參看高中代數第二册第七章）。

練習二　求 lg 3140，lg 0.405，lg 0.0001515

（答：3.497，$\overline{1}.607$，$\overline{4}.180$）

對數小結	首數：$P_\beta-1$	尾數：$\dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}}\Bigg\|\dfrac{(\lg\beta)}{\beta}$

第二節　乘　法

如果只要求兩三位可靠數字，用算尺作乘法的近似計算很方便。算尺作乘法有好幾種方法，下面講的是用 C 尺與 D 尺。C 尺在滑尺上面，其刻度與 D 尺完全一樣，也是對數尺。

一. 原理

兩把普通的市尺聯合使用，可作加法。如下圖可求 2＋4＝6：

市尺 |0　　　4
市尺 |0　　2　　　(6)

事實上，兩個數相加不必用計算工具，這是為說明算尺作乘法的原理而講的。

求 $\alpha\times\beta$，若能把"乘的運算形式"變爲"加的運算形式"，就能用上述方法了。設 $\gamma=\alpha\times\beta$，則 $\lg\gamma=\lg\alpha+\lg\beta$，這是"加的形式"，正好用 C 尺與 D 尺，因如下置放，從距離相等知：$\overline{1x}=\overline{1\alpha}+\overline{1\beta}$，再按刻度原理，此式即：$\lg x=\lg\alpha+\lg\beta=\lg\alpha\beta$，故 $x=\alpha\beta=\gamma$。

C |1　　β
D |1　　α　　(x)

C	1	β
D	α	$(x=\alpha\beta)$

從上面分析知道，用 C 尺、D 尺作乘法的原理是：

1. 抽動滑尺的作用是距離相加減。
2. 對數能變乘的形式爲加的形式，即 $\lg\alpha\beta=\lg\alpha+\lg\beta$。
3. C 尺與 D 尺的刻度不代表距離，刻度的對數才是距離。

二. 方法

爲了便於了解，分四步講。

1. 積小於 10 的兩個一位數相乘

例二　求 2×3

方法：先動滑標使准綫對［D2］，又動滑尺使［C 左 1］對准綫，再動滑標使准綫對［C3］，而准綫下 D 尺刻數 6 即所求。（簡稱：置［C 左 1］於［D2］，對［C3］讀［D6］）。

一般講，積小於 10 的兩個一位數 α 與 β，求其積的方法是：

C	左1	β
D	α	$(\alpha\beta)$

或

C	左1	α
D	β	$(\alpha\beta)$

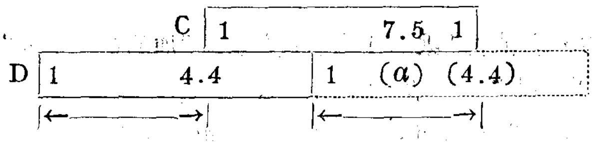
注意：用［C左1］

練習三　求 4×2

2. 積大於 10 的兩個一位數相乘

例三　求 4.4×7.5

分析：如用上法，置［C 左 1］於［D4.4］，但［C7.5］對不上 D 尺。這因爲所求積大於 10，而 D 尺範圍從 1 到 10。我們會這樣想：如 D 尺後面補一條 D 尺（見下圖，補尺用虛綫，叫補 D 尺），這樣［C 7.5］就對着尺了。但是否對着補 D 尺上的 33（積）呢？



爲了解决這個問題，先講“補 D 尺”的刻度：補 D 尺的刻度與 D 尺一樣，如：補 D 尺的左 1 到補 D 尺的 2 的距離 = lg 2。

但，D 尺的左 1 到補 D 尺的 2 的距離 = 1 + lg 2 = lg 20。

這樣，補 D 尺的刻度要放大十倍看。

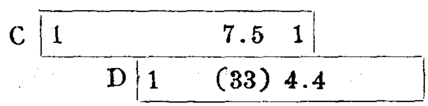
上圖中，從 D 尺與補 D 尺上看：［D 左 1］到 α 的距離 $= 1 + \lg \alpha$

從 D 尺與 C 尺看：［D 左 1］到 α 的距離 $= \lg 4.4 + \lg 7.5$

則 $1 + \lg \alpha = \lg 4.4 + \lg 7.5 = \lg (4.4 \times 7.5) = \lg 33 = 1 + \lg 3.3$

故 $\alpha = 3.3$，放大十倍看，即 33。

注意上圖畫箭號的兩段等長，而 D 尺與補 D 尺的刻度一樣，故置［C 左 1］於［D 4.4］時，［C 右 1］必對補 D 尺的 4.4。這樣不必補尺，如下圖，置［C 右 1］於［D 4.4］即可：



（把上圖補 D 尺看作 D 尺，即此圖）

一般講，積大於十的兩個一位數 α 與 β，求其積的方法是：

$$\frac{C}{D}\left\|\frac{\beta}{(\alpha\beta)}\right|\frac{\text{右}1}{\alpha} \quad \text{或} \quad \frac{C}{D}\left\|\frac{\alpha}{(\alpha\beta)}\right|\frac{\text{右}1}{\beta}$$

注意：用［C 右 1］

練習四 求 8.4×7.5 （答：63）

從例二與例三知道：甲. 用［C 右 1］的作用是代替補尺。

乙. 不動滑尺（如例一）或動滑尺而用［C 左 1］（如例二），D 尺範圍從 1 到 10。動滑尺而用［C 右 1］（如例三），D 尺的範圍從 10 到 100。故 C 尺與 D 尺兩端都刻作 1。

3. 怎樣判斷用[C左1]或[C右1]

從例二與例三還知道，兩個一位數相乘時：

甲. 如積小於 10 則用[C左1]，如積大於 10 則用[C右1]。

乙. 用[C左1]積是一位數，用[C右1]積是兩位數。因爲用[C右1]，則積在補 D 尺上，而補 D 尺的範圍從 10 到 100。

但怎樣知道積大於 10 或小於 10 呢？首先可估計判斷(*)，如不好判斷，可用 CI 尺（即倒數尺）判斷。爲此，先講 CI 尺的刻度。

看算尺，CI 尺從右向左讀數，其從右向左的刻度即 C 尺從左向右的刻度，即把 C 尺左右互換就是 CI 尺。故 CI 尺上，刻度 β 到右端點的距離是 $\lg\beta$，而左端點到刻度 β 的距離是 $1-\lg\beta=\lg 10/\beta$。

CI	1	β_1	β	β_2
C	1		α	

設 α、β_1、β、β_2 的位置如圖，因 $\overline{1\alpha}=\overline{1\beta}$，則 $\lg\alpha=\lg 10/\beta$，即 $\alpha\beta=10$。

又除端點外，CI 尺上左邊刻度比右邊大，故 $\alpha\beta_1>10$，$\alpha\beta_2<10$。

反之，若 $\alpha\beta_1>10$，則[C α]在[CI β_1]右邊，（且[C β_1]在[CI α]右邊）；若 $\alpha\beta_2<10$，則[C α]在[CI β_2]左邊，（且[C β_2]在[CI α]左邊）。

按上分析，並由上面的"甲"知道：兩個一位數 α 與 β 相乘時，若[Cα]在[CIβ]左邊，則用[C左1]，且積爲一位數；若[Cα]在[CIβ]右邊，則用[C右1]，且積爲兩位數。

練習五　求 1.5×2.5，　4.4×2.5　　　（答：3.75, 11）

4. 任意兩個數相乘

例四　求 1500×0.025　（被乘數是四位數，乘數是負一位數）

分析：
$$1500\times0.025=(1.5\times10^3)\times(2.5\times10^{-2})$$
$$=(1.5\times2.5)\times(10^3\times10^{-2})$$
$$=3.75\times10=37.5 \text{（利用練習五的結果）}$$

從上知，任意兩個數相乘，可"湊"出兩個一位數，其積（用算尺求）即所求積的數值，然後再定位。定位有簡單方法，分析如下。

(*) 參看第 10 頁第 11 行以下。

$$1500\times 0.025=(1.5\times 2.5)\times(10^{3}\times 10^{-2})=37.5$$

(4位)　(負1位)　　2位$=1+3+(-2)$

因用[C左1]，故積爲1位

乘 10^{3}，即小數点右移 3 位，即加 3 位

乘 10^{-2}，即小數点左移 2 位，即減 2 位

即：積 37.5 的位數 $2=1+3+(-2)$

因用[C左1]　被乘數位數 $4-1$　乘數位數 $(-1)-1$

一般講，如用〔C左1〕，則：積的位數 = 1 +（被乘數的位數 −1）+（乘數位數−1）= 被乘數位數 + 乘數位數−1

用符號表示：設 $\gamma=\alpha\beta$，如用〔C左1〕，則

$P\gamma=1+(P_{\alpha}-1)+(P_{\beta}-1)$　　故　$\underline{P\gamma=P_{\alpha}+P_{\beta}-1}$

仿上分析，設 $\gamma=\alpha\beta$，如用〔C右1〕，則

$P\gamma=2+(P_{\alpha}-1)+(P_{\beta}-1)$　　故　$\underline{P\gamma=P_{\alpha}+P_{\beta}}$　(*)

故：任意兩數相乘，先用算尺定值，再用定位公式定位。

練習六　求積，用"湊"與公式兩種方法定位：

0.0035 × 2.5，77500 × 0.258　（答：0.00875，20000）

實際上，77500 × 0.258 = 19995，與算尺求出答案不同。這因爲算尺是近似計算工具。近似計算要求快與充分準確，而不要浪費時間與精力去追求毫無價值的"多餘的準確性"。

乘法小結：

1.用乘數與被乘數在 C 尺與 CI 尺上的相對位置來判斷用〔C左1〕或〔C右1〕

2.定值：$\dfrac{C}{D}\left\|\dfrac{1(\text{左或右})}{\alpha}\right|\dfrac{\beta}{(\gamma=\alpha\beta)}$ 或 $\dfrac{C}{D}\left\|\dfrac{1(\text{左或右})}{\beta}\right|\dfrac{\alpha}{(\gamma=\alpha\beta)}$

3.定位：用〔C左1〕則 $P\gamma=P_{\alpha}+P_{\beta}-1$

用〔C右1〕則 $P\gamma=P_{\alpha}+P_{\beta}$

(*)　定位公式的一般証明見第 24 頁的附錄一。

第三節 除 法

由於乘除互爲逆運算，因此，如下置放，可求 $\gamma\div\beta$：

	C	1	β
D	1	(α)	γ

$\because \gamma=\alpha\beta \quad \therefore \alpha=\gamma\div\beta$

故用 C 尺與 D 尺作除法的方法如下：

一. 定値

C	1〔左或右〕	β
D	$(\alpha=\gamma\div\beta)$	γ

注意：乘法中乘數與被乘數均可置 D 尺，但除法規定把被除數置 D 尺（原因見第 17 頁第 9 行）。其次，乘法要先判斷用〔C 左 1〕還是〔C 右 1〕，而除法用〔C 左 1〕或〔C 右 1〕是一定的。

二. 定位　利用乘法定位公式移項即得除法定位公式：

	$\gamma=\alpha\beta$	乘除互逆	$\alpha=\gamma\div\beta$
用〔C 左 1〕	$P\gamma=P_\alpha+P_\beta-1$	移項得	$P_\alpha=P\gamma-P_\beta+1$
用〔C 右 1〕	$P\gamma=P_\alpha+P_\beta$	移項得	$P_\alpha=P\gamma-P_\beta$

練習七　求 $630\div7$，$144\div12$，$192\div2.51$　　（答：76.5）

按下分析，在抽尺之前，就可以定出商的位數：

如 $\dfrac{0.4}{20}$ 用〔C 左1〕，即 $\dfrac{\text{大數値}}{\text{小數値}}$ 用〔C 左 1〕定位公式
如 $\dfrac{20}{0.4}$ 用〔C 右1〕，即 $\dfrac{\text{小數値}}{\text{大數値}}$ 用〔C 右 1〕定位公式 ⎬ 得：

定位法則：上大下小(*)，位數相減加 1；上小下大，位數相減。

練習八　用定位法則，決定練習七中商的位數。

除法小結：　請讀者自己作（以後同）

第四節 倒數尺的應用

CI 尺的刻度在第 5 頁已講過。注意 CI 尺是從右向左讀數。

CI 尺還有下面兩種用法。

(*) 必須注意：是指"數値"的大小。如 20 的數値比 0.4 的小。

一. 求倒數 $\frac{1}{\alpha}$：如下置放，從第 5 頁第 12 行知：

CI	1　　(β)
C	1　　α

$\beta = {}^{10}/_{\alpha}$（${}^{10}/_{\alpha}$ 與 ${}^{1}/_{\alpha}$ 數值相同）

故用 CI 尺求倒數方法如下：

定值 $\frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{C}} \bigg\| \frac{(\beta=\frac{1}{\alpha})}{\alpha}$ 或 $\frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{C}} \bigg\| \frac{\alpha}{(\beta=\frac{1}{\alpha})}$ （注意 C 尺與 CI 尺的刻度互爲倒數）

定位　$1/\alpha$（$\alpha \neq 10^{n}$）按"上小下大"定位，即 $P_{\beta}=1-P_{\alpha}$。

練習九　求 2 與 74 的倒數　　　　　（答：　0.5, 0.0135）

二. 作乘法 $\alpha\beta$：如下圖，置 [CIα] 於 [Dβ]，則 [C$\frac{1}{\alpha}$] 必對 [Dβ]。從 C 尺與 D 尺看，正是除法的置放，故 $\gamma=\beta\div\frac{1}{\alpha}=\alpha\beta$。故用 C 尺作乘法的方法是：

CI	1　　α
C	1　　$({}^{1}/_{\alpha})$
D	1　(γ)　　β

定值 $\frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{D}} \bigg\| \frac{\alpha}{\beta} \bigg| \frac{1\ \text{〔左或右〕}}{(\gamma=\alpha\beta)}$ 或 $\frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{D}} \bigg\| \frac{\beta}{\alpha} \bigg| \frac{1\ \text{〔左或右〕}}{(\gamma=\alpha\beta)}$ (*)

定位：用 [CI 左 1] 作乘法，可按 $\gamma=\alpha\beta=\beta\div{}^{1}/_{\alpha}$ 定位，則得：$P\gamma=P_{\beta}-(1-P_{\alpha})+1=P_{\alpha}+P_{\beta}$，即用 [C 右 1] 作乘法的定位公式。同樣，用 [CI 右 1] 作乘法，就用 [C 左 1] 作乘法的定位公式。

練習十　求 165×65.5，23×3.5　　　（答：　10800，80.5）

第五節　CF尺、DF尺、與CIF尺的應用

CF 尺、DF 尺與 C 尺等長並且刻度方法一樣，但 C 尺刻度從 1 起，CF 尺與 DF 尺刻度從 π 起。如下置放，就知刻度方法一樣：

CF	π　4　5
D	1　　3.14　4　5

CIF 尺是 CF 尺或 DF 尺的倒數尺，故其刻度與用法不必再講。

練習十一　用 CIF 尺與 CF 尺 作練習九

(*)　用 CI 尺作乘法，不必考慮用左右 1，这是優点。但是有时抽尺太長，(比方求 1.1×1.2)。算尺作乘法的各种方法都要熟練，因在連續乘除（見第 16 頁）中均有用。

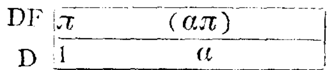
CF 尺與 DF 尺還有下面兩種用法。

一. 作乘法 $\alpha\pi$

由於圓的計算，常有 $\alpha\pi$ 型的乘法。

如下置放，就 DF 尺與 D 尺看，就是乘法置放 $\frac{\mathrm{DF}}{\mathrm{D}}\left|\frac{\pi}{1}\right|\frac{(\alpha\pi)}{\alpha}$

定值



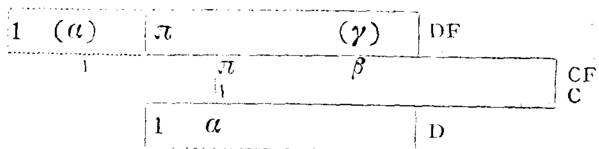
DF	$(\alpha\pi)$
D	α

定位　請讀者想一想！

練習十二　求 1.75π，515π　　　（答：5.50，1620）

二. 作乘法 $\alpha\beta$ 與除法 $\gamma\div\beta$

如下置放，爲說明原理，補足 DF 尺與 CF 尺從 1 到 π 的一段，這樣就 DF 尺與 CF 尺看，正好是乘法的置放，故 $\gamma=\alpha\beta$。



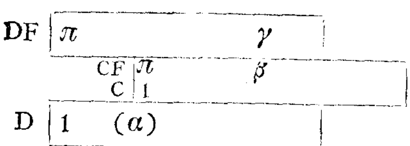
即

DF		$(\gamma=\alpha\beta)$
CF		β
C	1〔左或右〕	
D	α	

或

DF		$(\gamma=\alpha\beta)$
CF		α
C	1〔左或右〕	
D	β	

這樣，可用下法求 $\alpha=\gamma\div\beta$：



DF	γ	
CF	β	
C		1〔左或右〕
D		$(\alpha=\gamma\div\beta)$

定位：雖有規律，但用處不大，因上法常用於連續乘除中（見第16頁），而連續乘除用規律定位並不方便，一般多採用"比較法"估計定位。下面講怎樣用比較法定位。

例五　定積的位數：0.0035×2.5（第 6 頁練習六）

分析：與 $0.003\times3=0.009$ 比，知積是負二位數。

用比較法還可利用"比較式的答案"來核查所求的答案。

上例如與 0.004×3=0.012 比，要注意比較時乘數與被乘數都放大了，則所求積不能大於"比較的積"0.012，故所求積爲 0.00875。

又如，求 1440×73，先用算尺求出積的數値爲 105，定位可與下式比：1000×70=70000，要注意比較時乘數與被乘數都縮小了，則所求積不能小於"比較的積"70000，故所求積爲 105000。

例六　定商的位數：192÷2.51（第 7 頁練習七）

分析：與 200÷3=66.7 比，知商爲二位數。

上例如與 200÷2=100 比，要注意比較時被除數放大而除數縮小了，則所求商不能大於"比較的商"100。

練習十三　用上述方法定値定位作練習六、七（第 6、7 頁）

在第 5 頁講過用 CI 尺來判斷用［C 左 1］或［C 右 1］。事實上，若首位數之積大於 10，（如 3.5×4.5 首位數之積 3×4>10），則所求積必然大於 10，這樣用［C 右 1］。

若首位數之積小於 10，則所求積有兩種情形。一種是所求積也小於 10，（如 3.5×2.5），這樣用［C 左 1］。另一種是所求積大於 10，（如 9.1×1.1），這時一般仍可用［C 左 1］，但要如下找積：

DF		(9.1×1.1)
CF		9.1
C	1（左）	
D	1.1	

求 9.1×1.1 旣能用［C 左 1］，也能用［C 右 1］，這容易使人錯誤的認爲：作任何乘法可都用［C左1］。事實上，兩種方法用［C左1］都不能求 4×9，（請讀者試一試）。

這樣，又有下面的方法：

一．首位數之積大於 10，則用 C 尺與 D 尺，用［C 右 1］。

二．首位數之積小於 10，則用 C 尺與 D 尺，用［C 左 1］；必要時再聯用 CF 尺與 DF尺。

第六節　比　例

如下置放，從 $\alpha\gamma=\beta\delta$ 知：$\lg\gamma-\lg\alpha=\lg\delta-\lg\beta$，化簡後即得 $\alpha:\beta=\gamma:\delta$。這樣，如四個數中知道三個，就可求第四個。

C	1	α	γ
D	1	β	δ

C	α	γ
D	β	δ

顯然其他以對數刻度的尺（如 CF 尺、DF 尺等）也能解比例。

例七　$0.012:48=20:x$，求 x

定值：

C	12	2
D	48	(8)

x 的數值是 8，故 $\frac{20}{x}$ 是"上小下大"

定位：按"上小下大"，$\frac{0.012}{48}$ 的位數是 $-1-2=-3$，而 $\frac{20}{x}$ 的位數爲 $2-P_x$，從 $-3=2-P_x$ 知 $P_x=5$，故 $x=80000$.

例八　$12:48=350:y$，求 y

定值：如用上面方法，拉尺後 [C 35] 不對 D 尺，但 [CF 35] 對 [DF 14]，14 即 y 的數值。（原因：請讀者仿第五節方法分析）。

定位：注意 $\frac{350}{y}$ 是"上大下小"，仿例七得：$2-2=3-P_y+1$，則 $P_y=4$，故 $y=1400$.

例九　$0.012:48=0.3:z$，求 z

如用上兩法均不行（拉一下尺就知道爲何不行）。可用下法：

法一　左右 1 互換：先置 [C 12] 於 [D 48]，再置准綫於[C左1]，又置 [C 右 1] 於准綫下，最後對 [C 3] 讀 [D 12]、（原因：左右 1 互換相當補尺，見第 4 頁"甲"）。按上例定位，得 $z=1200$.

法二　重置：

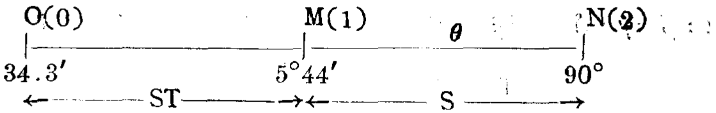
DF	12	3
CF	48	(12)

練習十四　$5.85:135=x:12=y:\pi=z:0.8$，求 x, y 與 z

（答：　$x=0.52$，$y=0.136$，$z=0.0346$）

第七節　正　弦

一．$34.3' \leq \theta \leq 90°$時：用 S 尺與 D 尺，或 ST 尺與 D 尺。



如上圖，ON 爲 D 尺兩倍，長兩個單位，設左端點爲原點，M點坐標爲 1，N 點坐標爲 2。

已知　$\lg(100 \sin 34.3') \doteq 0$　　這樣，原點刻 $34.3'$

$\lg(100 \sin 5°44') \doteq 1$　　這樣，M 點刻 $5°44'$

$\lg(100 \sin 90°) = 2$　　這樣，N 點刻 $90°$

ON 上，以 $\lg 100 \sin \theta$ 刻度，即 $\overline{O\theta} = \lg 100 \sin \theta$。

因 ON 爲 D 尺兩倍，故等分爲兩段，左段叫 ST 尺（正弦正切尺，參看第 14 頁第1段），右段叫 S 尺(正弦尺)。如 θ 在 S 尺上，則 $\overline{M\theta} = \overline{O\theta} - \overline{OM} = \lg 100 \sin \theta - 1 = \lg 100 \sin \theta - \lg 10 = \lg 10 \sin \theta$。

ST	θ_1
S	θ_2
D	α

如左置放，則：

$\lg 100 \sin \theta_1 = \lg \alpha$　$\therefore \sin \theta_1 = \alpha/100$

$\lg 10 \sin \theta_2 = \lg \alpha$　$\therefore \sin \theta_2 = \alpha/10$

又從第 4 頁"乙"知，滑尺不動時，$1 \leq \alpha \leq 10$，則

$0.01 \leq \sin \theta_1 \leq 0.1 \leq \sin \theta_2 \leq 1$　　（定位用）

故

ST	θ_1〔$34.3'-5°44'$〕
D	($\sin \theta_1$)〔0.01—0.1〕

S	θ_2〔左刻數(*)，$5°44'-90°$〕
D	($\sin \theta_2$)　〔0.1—1〕

練習十五　求 $\sin 30°$，$\sin 2.5°$　　（答：0.5，0.0436）

算尺兩面都有 D 尺，如準綫對正面的 [Dα]，則反面的準綫也對 [Dα]，故可用下法求餘割：

S 或 ST〔算尺反面〕	θ〔S 尺用左刻數〕
CI〔算尺正面〕	($\csc \theta$)

(*)　S 尺上有"左刻數"与"右刻數"，兩者之和爲 90。右刻數是求 $\cos \theta$ 用的。

練習十六　求 $\csc 30°$　　　　　　（答： 2）

二．$\theta<34.3'$時：用 ST 尺上的符號"$'$"與"$''$"。

如 α 代表弧度，且 α 很小，則 $\sin\alpha\doteq\alpha$。這樣，把 $\sin\theta$（θ 代表角度，且 $\theta<34.3'$）的 θ 化為弧度，就求出了 $\sin\theta$ 的數值。

1．若 θ 為分　$\theta:\alpha=180\times60/\pi=3440$，即 $3440:\theta=1:\alpha$

故可按比例求 α：在〔ST2〕左有一突出刻綫，其左刻"$'$"，從 ST 尺左端到此突出刻綫的距離為 lg 0.344，故：

ST	$'$	尺端〔左或右〕
D	θ〔分，$\theta<34.3'$〕	(α)

2．若 θ 為秒　$\theta:\alpha=180\times60^2/\pi=206200$，即

$206200:\theta=1:\alpha$

故可按比例求 α：〔ST 1.18〕有一突出刻綫，其右刻"$''$"，從 ST 尺左端到此突出刻綫的距離為 lg 0.2062，故：

ST	$''$	尺端〔左或右〕
D	θ〔秒，$\theta<34.3'$〕	(α)

3．定位　記住下面三個數據，與之比較（見例十）。

$0.1°\doteq0.002$	記住：二〇二	再記住：2、3、5 是最小的三個質數
$1'\doteq0.0003$	記住：三〇三	
$1''\doteq0.000005$	記住：五〇五	

例十　求 $\sin 17'$（只講定位，定值略）

分析：用"三〇三"，$\sin 17'\doteq17'=17\times1'\doteq17\times0.0003=0.0051$

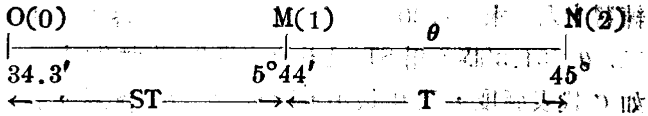
故 $\sin 17'$ 為負二位數，即：$\sin 17'=0.00495$。

練習十七　求 $\sin 5'$，$\sin 16''$　（答：0.001455，0.0000775）

第八節　正　切

用 D 尺與 ST 尺，或 D 尺與 T 尺。先講 T 尺刻度。

見下頁圖，ON 為 D 尺兩倍，長兩個單位，設左端點為原點，M 點坐標為 1，N 點坐標為 2。



在 ON 上以 $\lg 100\,\mathrm{tg}\,\theta$ 刻度，即 ON 上 $\overline{O\theta}=\lg 100\,\mathrm{tg}\,\theta$。因 ON 爲 D 尺兩倍，故等分爲兩段。由於小角的正切近似等於正弦，故左段即 ST 尺。右段叫 T 尺（正切尺），其刻度從 5°44′ 到 45°。如 θ 在 T 尺上，則 $\overline{M\theta}=\lg 10\,\mathrm{tg}\,\theta$。T 尺也有兩種刻度，求小於 45° 的正切用左刻數，求大於 45° 的正切用右刻數。求正切的方法如下。

一. $\theta<5°44'$　$\mathrm{tg}\,\theta \doteqdot \sin\theta$，故求法與正弦同，用ST尺與D尺。

二. $5°44'\leq\theta\leq45°$　$\dfrac{\mathrm{T}}{\mathrm{D}}\Bigg\|\dfrac{\theta\ 〔左刻數，5°44'—45°〕}{(\mathrm{tg}\,\theta)\quad〔0.1—1〕}$

練習十八　求 tg 30°　（答：0.577）

三. $\theta>45°$

因 $\mathrm{tg}\,\theta=\dfrac{1}{\mathrm{tg}(90°-\theta)}$　故 $\dfrac{\mathrm{T}}{\mathrm{CI}}\Bigg\|\dfrac{\theta\ 〔右刻數，45°-84°16'〕}{(\mathrm{tg}\,\theta)\quad〔1—10〕}$

$\dfrac{\mathrm{ST}}{\mathrm{CI}}\Bigg\|\dfrac{90°-\theta\ 〔\theta：84°16'-89°26'〕}{(\mathrm{tg}\,\theta)\quad〔10—100〕}$

練習十九　求 tg 82°30′，tg 88.5°　（答：7.59，38.2）

第九節　平方與開平方

用 D 尺與 A 尺。爲了容易了解，分三步講。

一. 原理

見下頁圖，A 尺與 D 尺等長，長一個單位。設其左端點爲原點，以 $\frac{1}{2}\lg a$ 刻度，即 $\overline{1a}=\frac{1}{2}\lg a$。A 尺叫平方尺。左半 A 尺與右半 A 尺的刻度完全一樣，但強調指出：左半 A 尺的刻度從 1 到 10，右半 A 尺的刻度從 10 到 100。[A 中 1]（即10）屬右半 A 尺。(*)

(*) B 尺与 A 尺刻度一樣，顯然可用 A 尺与 B 尺作乘除法。其優点是作乘法不必用右 1，因其刻度从 1 到 100。但 A 尺与 B 尺刻度不如 C 尺与 D 尺精細，故所得答案的位數少，只宜作粗略計算。