

6-8352

交通系統高等院校
函授試用教材

高等数学

第一冊

华东水利学院 武汉水运工程学院 合編
大連海运学院 西安公路学院

人民交通出版社

交通系統高等院校函授試用教材

高等数学

第一冊

华东水利学院 武汉水运工程学院 合編
大连海运学院 西安公路学院

人民交通出版社

本書由华东水利学院等四院校的函授教師合編。全書共分三册：第一册內容为平面解析几何 函数，極限与連續；第二册为導数与微分，微分法的应用，不定積分 定積分及其应用；第三册为矢量代数，立体解析几何，多元函数微分学，重積分，級数，微分方程。

在內容的安排与敘述上，力求貫徹“少而精”和結合函授生的自学特点。限于編者的思想水平和业务水平，錯誤之处希望讀者給予指正。

交通系統高等院校

函授試用教材

高等数学

第一册

华东水利学院 武汉水运工程学院 合編
大連海运学院 西安公路学院

*

人民交通出版社出版

(北京安定門外和平里)

北京市書刊出版业營業許可証出字第〇〇六号

新华书店北京发行所发行 全国新华书店經售

人民交通出版社印刷厂印刷

*

1965年7月北京第一版 1965年12月北京第二次印刷

开本：850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張：5 $\frac{1}{2}$ 張

全書：142,000字 印数：2051-3620册

統一書号：K 15044·8048

定价(科三)：0.65元

目 录

編者的話.....	5
希臘字母讀音表.....	7
初等数学基本公式一覽.....	8

第一章 平面解析几何

第一部分 平面直角坐标系

§ 1-1 数軸	15
§ 1-2 平面直角坐标系	17
§ 1-3 两点間的距离	19
§ 1-4 中点坐标公式	21
§ 1-5 曲线和方程	22
§ 1-6 圓的方程	26
§ 1-7 曲线的交点	28
§ 1-8 坐标变换	29

第二部分 直 綫

§ 1-9 直线的傾角、斜率和截距	34
§ 1-10 直线的方程.....	36
§ 1-11 两直线平行和垂直的条件.....	43
§ 1-12 两直线的交角.....	46

第三部分 二 次 曲 綫

§ 1-13 橢圓.....	48
----------------	----

§ 1-14	双曲线	53
§ 1-15	抛物线	58
§ 1-16	二元二次方程化简举例	61

第四部分 极 坐 标

§ 1-17	极坐标	66
§ 1-18	极坐标和直角坐标的互换公式	68
§ 1-19	极坐标方程的图形	70

第五部分 参 数 方 程

§ 1-20	参数方程	75
小 结		79
总习题		81

第二章 函 数

§ 2-1	绝对值	83
§ 2-2	常量与变量	86
§ 2-3	函数概念	90
§ 2-4	函数表示法	95
§ 2-5	反函数概念	100
§ 2-6	基本初等函数及其图形	102
§ 2-7	复合函数和初等函数	107
小 结		113
总习题		114

第三章 极 限 与 連 續

第一部分 极 限

§ 3-1	无穷小和它的性质	115
-------	----------	-----

§ 3-2	无穷大和它的性质	120
§ 3-3	函数的极限	123
§ 3-4	极限的四则运算	130
§ 3-5	极限存在的准则 两个重要极限	136
§ 3-6	无穷小的比较	144

第二部分 函数的連續性

§ 3-7	函数连续的概念	146
§ 3-8	函数的間断点	149
§ 3-9	連續函数的性质	151
小 結		155
总 习 題		157

附 录

行 列 式

1. 二阶行列式	158
2. 三阶行列式	161
3. 三阶行列式的主要性質	167

編 者 的 話

同志們，您們能够唸函授，完全是黨和人民的培養，是革命事業的需要。因此，大家參加函授學習以後，一定要更聽黨的話，加強毛主席著作的學習，自覺地進行自我思想改造，更出色地做好工作，堅持又紅又專的方向，把函授學習作為一項政治任務來完成。

高等數學是研究自然科學和解決工程實際問題不可缺少的工具。它是一門重要的基礎課；學好它，對學習後繼課程將創造極為有利的條件。因此我們一定要打好這個基礎。

要想學好高等數學，除了要明確正確的學習目的外，還要注意學習方法。我們提出以下幾點意見供讀者參考。

一、要重視閱讀。對函授自學來說，閱讀是接受知識的第一步。在閱讀的基礎上達到充分的理解，在理解的基礎上着手做習題作業，通過做習題作業進一步加深理解和掌握運算技能，這是學習高等數學的一個基本方法。忽視這個方法，將會事倍功半。

教材至少要讀兩遍。第一遍可以採取粗讀。粗讀就是大略地看一遍（一節或幾節，不要太多），不要求弄懂全部具體內容，也不必做習題；但讲了哪些概念、方法，與前面章節有何聯繫，腦子裡要有個輪廓。第二遍要精讀，要抱著非攻下不可的決心。在精讀過程中，首先要注意概念（定義）、定理（公式）以及在證明定理過程中的思想方法。本書的概念，絕大部分是用實際問題引出的，因此要緊密聯繫實際問題去領會它的含義，找出本質，提高到理性來認識；如果能聯繫自己實際工作中的問題或自然現象來進行思考，那就更好了。其次要動腦、動手。對定理的證明及公式的推導，如果自己動手推演一下，不僅有助於理解，而且印象也較深刻。此外，還要注意閱讀例題。高等數學中的概

念、定理和公式是比較抽象的，如何应用它們来解决具体問題，主要是通过例題作示范和說明。因此，要善于通过自己去分析和演算例題，从中總結出各种解題的思考方法和技巧，这样对自己独立完成习题才有帮助。

二、要重視做习题。做习题是巩固和应用所学到的知識，培养基本运算技能不可缺少的一环。如果仅閱讀而不做习题，那是不可能对教材內容有真正的了解。本书在正文的后面都安排有相应的問題和习题，讀者应及时解答这些問題和习题。解題前要注意弄清題意，想一想可以利用哪些定理、公式、方法来解决，再动手演算。如果不弄清題意就套起公式或例題来，收获是不会大的。作出結果以后，还要再看看，再想想，检查一下有无錯誤。学会自己检验結果也是培养独立工作能力很重要的一个方面。比如，不定积分的答案可以用微分法来验证；微分方程的解可以用直接代入法来验证等等。本书每一章后面的总习题，是作为讀者自我检查学习效果用的。

三、及时复习和小結。一章或告一段落的内容，经过粗讀、精讀之后，最好及时复习和小結。可以先合上书本回想一下，本章或本段落一共讲了几个概念，几个定理，几个公式，几种方法，哪些是新的內容，哪些是已学过的內容，它們有何共同点，有何差別，相互之間有何联系，再通过比較和归納，理出一条线索来，使这些知識串联成一个整体。抓住了这条“线”，所学到的知識就不容易忘。如果要写筆記，最好把这条“线”和几个“点”（重点、难点、疑点等）用自己的話写下来。

四、循序漸进。高等数学具有严密的系統性和邏輯性。它的新內容是在老知識的基础上建立起来的，像鏈条一样一环扣住一环；如果有一环脫节，就可能学不下去。因此，要从自己的实际水平出发，按教材的順序一环扣一环地学下去，学好了前面的內容，再学后面的，千万不要急躁貪多求快。

但是，一个重要的概念往往不是一下子就能深刻掌握的。比如，极限是渗透在全部微积分中的一个基本概念，应该通过每个

学习过程一点一点地逐步深入掌握它。如果某一个問題花了很多功夫不能解决，就不要死扣不放，可以先承认它成立，并且把問題記下来，再向后学一段，看看后面如何应用它，发展它，从中去体会它的意义。万一仍旧解决不了，可以及时写信向教师提問。

上面所談几点意見，同志們可以根据自已的情况，批判地接受，灵活运用。特別要重視从自己的实践中去总结經驗。自己学了一段时间，就要总结一下經驗和教訓，肯定和发揚好的、行之有效的学习方法；修正不好的或效率不高的方法。通过不断实践、不断总结，一定能找到一套适合于自己情况的自学方法。

当然，同志們在学习高等数学过程中还会遇到各种困难。但是，这些困难是可以克服的，高等数学是可以学好的。重要的是，在遇到困难时要多想想党对自己的关怀和培养，多想想工作的需要；要学习雷锋同志对待困难的态度，用“愚公移山”的精神，充满信心，坚持到底。

希腊字母讀音表

大写	小写	汉语拼音	汉语讀音	大写	小写	汉语拼音	汉语讀音
A	α	arfa	阿尔发	N	ν	niou	紐
B	β	beita	貝塔	Ξ	ξ	kexi	克希
Γ	γ	gama	嘎瑪	O	ο	aomikelong	奥密克隆
Δ	δ	derta	德尔塔	Π	π	pai	派
E	ε	aipuxilong	爱普西隆	P	ρ	luo	洛
Z	ζ	zeita	賊塔	Σ	σ	xigema	西格瑪
H	η	aita	埃塔	T	τ	tao	套
Θ	θ	xita	希塔	Υ	υ	yupuxilong	迂普西隆
I	ι	yaota	天塔	Φ	φ	fei	費
K	κ	kapa	卡帕	X	χ	xi	希
Λ	λ	lamuda	拉姆达	Ψ	ψ	pusai	普塞
M	μ	miou	繆	Ω	ω	oumiga	欧密嘎

初等数学基本公式一覽

一、代数

1. 因式分解恒等式:

$$1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$2) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$3) (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca;$$

$$4) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$5) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$6) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

$$7) a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}) \text{ 其中 } n \text{ 是整数。}$$

$$2. \text{二次方程} \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0):$$

1) 求根公式:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

2) 根的性质:

$$\text{当 } b^2 - 4ac \begin{cases} > 0 \text{ 时, 两根是实数且不相等;} \\ = 0 \text{ 时, 两根是实数且相等;} \\ < 0 \text{ 时, 两根是虚数。} \end{cases}$$

3) 根与系数的关系:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

3. 指数运算:

$$1) (a \times b \times c)^n = a^n \times b^n \times c^n;$$

$$2) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};$$

$$3) a^m \times a^n = a^{m+n};$$

$$4) a^m \div a^n = a^{m-n};$$

$$5) a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$6) (a^m)^n = a^{mn};$$

$$7) \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}.$$

4. 对数运算:

$$1) \log_a a = 1, \log_a 1 = 0;$$

$$2) \log_a (AB) = \log_a A + \log_a B;$$

$$3) \log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B;$$

$$4) \log_a A^n = n \log_a A;$$

$$5) \log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A;$$

$$6) \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \text{ (换底公式)}, \text{ 式中 } a \neq 1, b \neq 1.$$

5. 等差级数:

设首项为 a_1 , 公差为 d , 项数为 n , 第 n 项为 a_n , 前 n 项和为 S_n , 则

$$a_n = a_1 + (n-1)d;$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d.$$

6. 等比级数:

设首项为 a_1 , 公比为 q , 项数为 n , 第 n 项为 a_n , 前 n 项和为 S_n , 则

$$a_n = a_1 q^{n-1};$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad (q \neq 1).$$

7. 其他:

$$1) 1+2+3+\cdots+(n-1)+n=\frac{n(n+1)}{2};$$

$$2) \text{阶乘 } n!=1\times 2\times 3\cdots(n-1)\times n.$$

二、几何

1. 三角形:

設底= b , 高= h , 則

$$\text{面积}=\frac{1}{2}bh.$$

2. 勾股定理:

設 a 、 b 为二直角边, c 为斜边, 則

$$c^2=a^2+b^2.$$

3. 矩形:

設二边长为 a 、 b , 則

$$\text{面积}=ab, \text{对角线}=\sqrt{a^2+b^2}.$$

4. 梯形:

設上、下底分别为 a 、 b , 高为 h , 則

$$\text{面积}=\frac{1}{2}(a+b)h.$$

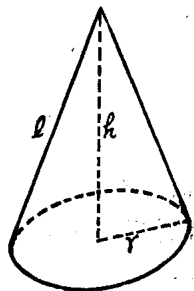
在下列 5~8 的各公式中, r = 半径, h = 高, S = 底面积, l = 斜高 (附图 1), θ = 圆心角 (弧度), s = θ 角所对的弧长。

$$5. s=r\theta.$$

$$\text{圆周长}=2\pi r, \text{圆面积}=\pi r^2.$$

$$\text{扇形面积}=\frac{1}{2}r^2\theta.$$

6. 正圆柱体体积 $=\pi r^2 h$, 正圆柱体侧面积 $=2\pi r h$.



附图 1 正圆锥体

$$7. \text{正圆锥体体积}=\frac{1}{3}\pi r^2 h, \text{正圆锥体侧面积}=\pi r l$$

$$= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}.$$

8. 球体体积 $= \frac{4}{3} \pi r^3$, 球的表面积 $= 4 \pi r^2$.

三、三角

1. 弧度与度的关系:

$$360^\circ = 2\pi \text{ 弧度}, 180^\circ = \pi \text{ 弧度}.$$

$$1 \text{ 弧度} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45'' = 57.2957^\circ.$$

$$1 \text{ 度} = \frac{\pi}{180} \text{ 弧度} \approx 0.01745 \text{ 弧度}.$$

2. 基本公式:

1) 倒数关系

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}, \quad \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{1}{\operatorname{ctg} \theta}.$$

2) 平方关系

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \theta = \sec^2 \theta,$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \theta = \csc^2 \theta.$$

3) 分式关系

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \operatorname{ctg} \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}.$$

3. 三角函数的几何表示 (附图 2):

$$\sin \theta = MP; \quad \cos \theta = OM;$$

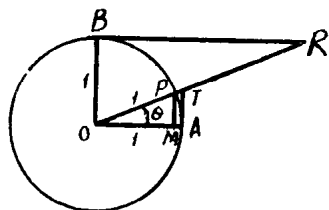
$$\operatorname{tg} \theta = AT; \quad \operatorname{ctg} \theta = BR;$$

象 限	$\sin \theta$ $\csc \theta$	$\cos \theta$ $\sec \theta$	$\operatorname{tg} \theta$ $\operatorname{ctg} \theta$
I	+	+	+
II	+	-	-
III	-	-	+
IV	-	+	-

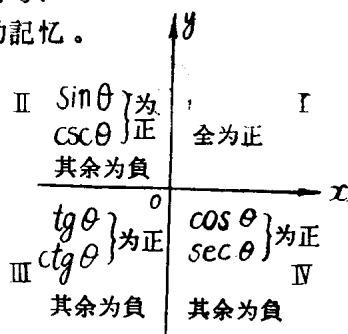
$$\sec \theta = OT; \csc \theta = OR.$$

4. 三角函数在各象限内的符号:

上表也可以用附图 3 来帮助记忆。



附图 2



附图 3

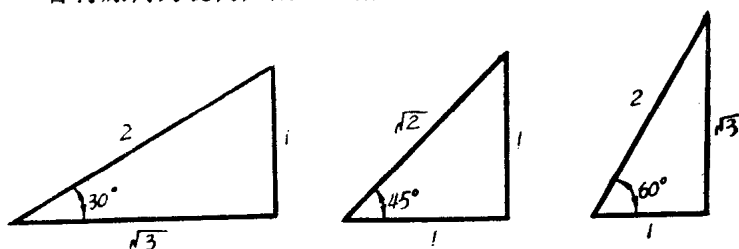
5. 任意角三角函数的简化公式:

角	sin	cos	tg	ctg
$-\theta$	$-\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\operatorname{tg}\theta$	$-\operatorname{ctg}\theta$
$90^\circ - \theta$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\operatorname{ctg}\theta$	$\operatorname{tg}\theta$
$90^\circ + \theta$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	$-\operatorname{ctg}\theta$	$-\operatorname{tg}\theta$
$180^\circ - \theta$	$\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\operatorname{tg}\theta$	$-\operatorname{ctg}\theta$
$180^\circ + \theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$\operatorname{tg}\theta$	$\operatorname{ctg}\theta$
$270^\circ - \theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\operatorname{ctg}\theta$	$\operatorname{tg}\theta$
$270^\circ + \theta$	$-\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\operatorname{ctg}\theta$	$-\operatorname{tg}\theta$
$360^\circ - \theta$	$-\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\operatorname{tg}\theta$	$-\operatorname{ctg}\theta$

6. 特殊角的三角函数值:

弧度	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3/2\pi$	2π
度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
ctg	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞

若特殊角为锐角，则可用附图 4 来帮助记忆。



附图 4

7. 和、差角公式:

$$1) \sin(\theta \pm \varphi) = \sin \theta \cos \varphi \pm \cos \theta \sin \varphi;$$

$$2) \cos(\theta \pm \varphi) = \cos \theta \cos \varphi \mp \sin \theta \sin \varphi;$$

$$3) \operatorname{tg}(\theta \pm \varphi) = \frac{\operatorname{tg} \theta \pm \operatorname{tg} \varphi}{1 \mp \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \varphi}.$$

8. 倍角公式:

$$1) \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta;$$

$$2) \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1;$$

$$3) \operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg}^2 \theta};$$

$$4) \sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta);$$

$$5) \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta).$$

9. 半角公式:

$$1) \sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}};$$

$$2) \cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}};$$

$$3) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = -\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}.$$

10. 和、差化积公式:

$$1) \sin \theta + \sin \varphi = 2 \sin \frac{\theta + \varphi}{2} \cos \frac{\theta - \varphi}{2};$$

$$2) \sin \theta - \sin \varphi = 2 \cos \frac{\theta + \varphi}{2} \sin \frac{\theta - \varphi}{2};$$

$$3) \cos \theta + \cos \varphi = 2 \cos \frac{\theta + \varphi}{2} \cos \frac{\theta - \varphi}{2};$$

$$4) \cos \theta - \cos \varphi = -2 \sin \frac{\theta + \varphi}{2} \sin \frac{\theta - \varphi}{2}.$$

在下列 11~12 的各公式中, A 、 B 、 C 分别表示任意三角形 ($\triangle ABC$) 的三个内角; a 、 b 、 c 分别表示三内角所对应的三个边。

11. 正弦定律及余弦定律:

1) 正弦定律

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C};$$

2) 余弦定律

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A,$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B,$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

12. 任意三角形的面积公式:

$$\text{面积} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B.$$