

新课程学科教学论丛书

● 总主编 钟启泉

XINKECHENG

XUEKE JIAOXUELUN CONGSHU

徐斌艳 主编

SHUXUE KECHEH YU JIAOXUELUN

教学论

课
程

与
教
学

数
学

浙江教育出版社

新 课 程 学 科 教 学 论 从 书

总主编 钟启泉

数学 SHUXUE KECHEG YU JIAOXUELUN 课程与教学论

徐斌艳 主编

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课程与教学论 / 徐斌艳主编—杭州 : 浙江教育出版社, 2003.9

(新课程学科教学论丛书 / 钟启泉主编)

ISBN 7-5338-4954-X

I . 数 ... II . 徐 ... III . 数学课 - 教学研究 - 中小学

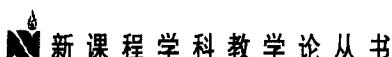
IV . G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 070543 号

责任编辑 蒋 婷

封面设计 曾国兴

责任出版 程居洪



数学课程与教学论

总主编 钟启泉

主编 徐斌艳

出版发行 浙江教育出版社

(杭州市体育场路 347 号 邮编 310006)

网 址 [Http://www.jys.zjcb.com](http://www.jys.zjcb.com)

印 刷 杭州富春印务有限公司印刷

开 本 787×1092 1/16

印 张 14

插 页 2

字 数 280 000

版 次 2003 年 9 月第 1 版

印 次 2003 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5338-4954-X/G·4924

定 价 22.00 元

版权所有 翻印必究

前 言

新课程的实施为教师的“教学创新”提供了广阔的舞台。无论“文本课程”“实施课程”“习得课程”都需要教师去体认、去再造、去落实。课程改革的成败归根结底取决于教师。从这个意义上说，“教师即课程”。

不过，作为新课程的教师仅仅局限于教师个体的“职业技能训练”，是远远不够的，因为教学不仅是技术，更是一种艺术。它要求从“工匠型教师”转型为“专家型教师”。“专家型教师”应当致力于通过“创新教学”的实践，摆脱“应试教育”的束缚，创造出崭新的“素质教育”的“课堂文化”。在我看来，这种“教师角色”的关键特质，就是“反思”与“合作”。

教师的自我反思是“教学创新”的动力。教师需要聚焦课堂，反思自身的教学，因为，课堂教学占了教师教育工作的大部分。而课堂教学本身是社会的一个缩影，这里面有着太多的社会学、心理学、教育学、生理学、信息学的问题需要解读。什么是“好的课堂教学”？如何评价“课堂教学”？不久前，我们请来了两位外国课堂教学专家来上海听课，分别听取了一所“名牌”小学和一所“一般”小学的一节社会课。这两名专家旗帜鲜明地猛烈抨击前者，高度赞赏后者。其结论跟我国教育界传统的主流观点是针锋相对的。确实，有什么教学观念，就会有什么教学行为。“教学创新”的基点在于教会学生如何学习。教师应当扮演引导者、启发者、咨询者的角色。“教学创新”意味着教师“教学观念”的转变，同时也意味着“教师团队”的形成。归根结底，意味着教师在“传道、授业、解惑”三个方面得到转变：从“单纯道德说教”转变为“确立人格楷模”，从“灌输现成知识”转变为“共同建构知识”，从“提供标准答案”转变为“共同寻求新知”。

理论与实践之间的对话、合作是推进“教学创新”的重要途径。长期以来，我国的教育发展造成了理论与实践之间的对立。然而，教育理论不是空泛概念的“文字游戏”，而是指引教育实践的参考原则；教育实践也不是尝试错误的技术性活动，而是检验理论的试金石。没有理论的实践是盲目的，没有实践的理论是空洞的。因此，既要消除“理论优位”“理论第一”的偏执，也要消除“反理论”的心态。当然，我们强调“理论与实践的统一”“研究者与实践者的对话”，并不是“取消”这两种角色，不是把两者“等同”起来。亦即，并不是要求每个教育理论工作者都直接走上中小学讲台，也不是要求每个教育实践工作者都撰写理论著作，而是两者从各自角色的角度，共同为解决直面的教育问题提供思路。所谓“教师研修”，不是指单纯地灌输现成的理论教条，而是指激活教师的“实践性智慧”或是“实践性知识”。所谓“大学与中小学合作伙伴关系”，也不是指中小学教师一味听命于大学教师的“理论”，而是指提供专业支持，平等对话，共同求得教学的智慧。

“学会反思，学会合作”，这就是新课程所要求的“教师角色”转型的课题。

这套“新课程学科教学论丛书”正是出于上述教育信念撰写、编辑的。课程改革在某一阶段需要轰轰烈烈的氛围，但随着课程改革的深化更需要扎实的探究，这种探究不仅要促进对一般课程理念的认识，而且更要有益于对学科领域的特殊课程问题的解决。因而，结合学科深入研究课程、教学的实践与理论，对于教师的专业成长实在是一件必要而有意义的事情。为此，一批教育工作者，尤其是学科的教育工作者走到一起来了。他们大多是参加国家课程标准研制的核心人员，或者是投身课程教材实验的第一线教师。经过辛勤的劳动，他们将自己关于国际国内学科课程发展的动态与问题的研究心得整理成书，奉献给广大的教师，以唤起大家对课程改革的更深沉的思考。

反思什么、如何反思，是这套丛书关注的焦点。在课程改革的大背景下，学科的课程与教学遇到许多问题，例如：究竟是“教材为本”还是“标准为本”？教材设计如何才能摆脱“新瓶装旧酒”的尴尬？应该如何看待课堂教学的“主体”角色？怎样发挥教学的“主导”作用？嘴上讲“知识是自我建构的产物”，但实际上以“灌输”为主的课堂风景线又有多少改观呢？学科本身蕴涵着丰富的教育因素，而人为的“渗透”是学科教学的德育范式吗？我们的教学是基于教育技术的一种课程统整，还是技术至上、工具主义的表演？“学科性”应该成为本学科发展的旗帜呢，还是应该强调在解决问题中搭建与其他学科知识进行综合的“平台”，并逐步将“学科课程”转型为“领域课程”呢？上述问题，都需要我们进行理性的思辨与认真的实证，从而做到具体问题具体分析，从学科实际出发寻找能够解决自身问题的合适的课程措施与教学策略。

真正合作，实属不易。从某种意义上讲，这套丛书就是在为实现合作而架桥铺路。理论与实践的对话是一种合作，而教育工作之间的牵手也是一种合作。一个人的精力是极有限的，他不可能事事通晓，也不可能样样亲身实践，要汲取他人的经验为我所用，要善于利用他山之石去攻玉，要学会共享各种教育技术与课程资源。合作还包括上下的协调。目前，一种“课程领导”的观念正在冲击传统的“课程管理”模式，真正的合作是平等的互动的关系，是新课程建设中的伙伴关系，那种“你工作我检查”“你实验我评论”的做法以及课程培训中的“一言堂”“满堂灌”都是反合作的表现。用一种理论、一杆标尺、一个模式来衡量，要求教师去划一地实施课程与教学，几乎是不可能的。课程改革是开放的过程，我们探究的结论也不可能是一成不变的，理论不是永恒的，永恒的是实践。

课程改革为我们开辟了大显身手的创新天地，学科教学从来没有像今天那样思想活跃、举措新颖、策略多样。但是，我们必须看到：新课程不是幻想中的“空中楼阁”，而是需要理论与实践作为支撑；新课程的建设不是一蹴而就的突击，而是一个不断内化积淀的长期过程；新课程的实践不是纸上谈兵的部署，它需要一批批的志愿兵与生力军去冲锋陷阵。让我们为新课程的崛起鸣锣开道，重塑教师新形象，重筑课程新文化，进一步焕发课程改革的勃勃生机！

钟启泉

2003年3月



钟启泉

华东师范大学课程与教学研究所、国际与比较教育研究所所长，华东师范大学终身教授、博士生导师。全国教育科学规划领导小组学科规划组成员，教育部人文社会科学研究专家咨询委员会委员，教育部基础教育司基础教育课程改革专家工作组专家，世界课程研究促进会亚洲执委，日本京都大学、横滨国立大学、大阪市立大学客座教授。多部著作获“中国图书奖”、“高校人文社会科学优秀成果奖”，1999年获“曾宪梓教育基金会高等师范院校优秀教师奖”等奖。



徐斌艳

华东师范大学课程与教学研究所教授，博士生导师，现任华东师范大学教育科学学院副院长。1994年5月德国奥斯纳布吕克大学数学系毕业，获理学博士学位。近三年出版专著《数学教育展望》《数学概念学习中认知结构实验研究》、译著《教育中的建构主义》等多部，参编著作多部；发表“激进建构主义下的数学教育”等论文30余篇，主持“基于多媒体技术的数学模式研究”“中德数学活动课程的比较研究”等多项教育部课题。获德国洪堡奖学金、教育部优秀青年资助计划、上海市优秀青年教师称号。

MAZ40/11

学科教学究竟是“教材为本”还是“标准为本”？
教学设计如何摆脱“新瓶装旧酒”的尴尬？
应该如何看待课堂教学的“主体”角色？
怎样发挥教学的“主导”作用？
什么是“好的课堂教学”？如何评价“课堂教学”？
我们的教学是基于教育技术的一种课程统整，还是技
术至上、工具主义的表演？

.....

由参加国家课程标准研制的核心人员和投身课程教材实验的第一线教师组成的作者团队，联合奉献多年关于国际国内学科课程发展的动态与问题的研究成果，反思课程改革的大背景下学科的课程与教学遇到的问题，从学科实际出发寻找适合的课程措施与教学策略。

目 录

第一章 数学学习文化创新	1
第一节 数学课堂教学中的学习文化	1
第二节 数学的合作互动学习	8
第三节 数学的累积性学习	14
第四节 数学的探究性学习	17
第五节 基于开放式问题的数学学习	24
第二章 基于数学建模的课程教学	28
第一节 数学建模的基本知识	28
第二节 基于数学建模的课程教学	40
第三章 基于数学思想方法的课程教学	61
第一节 数学思想方法概述	61
第二节 化归思想方法	69
第三节 数形结合思想方法	75
第四节 类比思想方法	84
第五节 构造思想方法	92
第四章 数学课程重建	102
第一节 现代数学课程发展的趋势	102
第二节 我国新一轮数学课程改革的动因	108
第三节 我国数学课程标准解读	113
第四节 数学课程改革及其影响对象的关系分析	124
第五节 数学课程与教学的一体化	138
第五章 数学课程与信息技术的整合	153
第一节 信息技术挑战数学课程教学	153
第二节 数学课程与信息技术整合的理论基础	155
第三节 各种软件在数学课程中的地位	160
第四节 网络技术给中学数学教学带来的机遇	173
第五节 基于多媒体技术的数学教学	180

第六章 来自国际数学教育项目的启示	188
第一节 关于TIMSS项目	188
第二节 关于PISA项目	193
第三节 对数学新课程改革的意义	200
附 TIMSS 试题选(供高三年级使用)	208
参考文献	214
后记	218

第一章 数学学习文化创新

与传统的数学课堂教学相比,世界各国在数学教学改革的过程中,都试图对数学课堂教学注入新的学习文化,主要包括:设计反映现实生活的数学情境,激发学生主动地进行探究,使学生体验真实世界中数学的应用价值;加强学科综合的学习,倡导问题驱动式的学习、社会交往性的学习,使学生学会主动地发现数学问题、确认并分析数学问题,以提高学生的社会责任感、与他人合作的能力及批判性思维的能力。本章系统地阐述数学学习文化的创新,从国内的要求、国际项目的启示以及理论指导三大方面阐述数学学习文化创新的意义,继而分析学习文化的创新在数学课堂教学中的具体体现,包括数学的合作学习、累积性学习、探究性学习等。

第一节 数学课堂教学中的学习文化

一、来自我国新课程标准的要求

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》强调,数学与人类的现实生活有密切的联系,因此数学的学习能够并且应该与学生的真实生活相联系。数学课堂教学应该是基于某种情境的教学,这些情境包含来自学生日常生活的问题,或未来将面对的实际问题。通过不断地沟通生活中的数学与数学课程的联系,使生活与数学融为一体,学生就会理解数学,热爱数学,在亲身体验和探索中认识数学,解决问题,以适应社会,体验社会责任。也就是说,在教学过程中,学生自主、积极体验的机会越多,他们就越能独立地思考问题,不断地累积知识,形成一定的数学学科能力。

新课程意义下的数学课堂教学要保证学生有足够的我和机会建构性地接触、认识数学,从而理解数学、运用数学。课堂教学文化是能够反映学生的主观观,注重反映学生学习数学的过程,应鼓励学生对数学意义的思考,注重以游戏形式、自我负责的活动形式进行教学。也就是说,让学生有机会走自己的学习之路(甚至是弯路),使尝试性学习合法化;让他们有机会建立现实世界里的数学与课堂上的数学之间的联系,包括体会数学实验的作用,体会归纳与演绎的相互作

用,体会实践与理论的相互关系。这种课堂教学模式不会过分强调数学的确定一演绎性特征,而是让学生能够认清数学的动态特性,以及作为一门实验科学的特征。

二、来自 TIMSS 以及 PISA 项目的启示

1996 年启动的 TIMSS(“第三次国际数学与科学项目”)与 2000 年启动的 PISA(“学生评价国际项目”)均为备受国际教育界关注的跨世纪研究课题^①,其核心就是评价与比较研究学生的数学与科学素养以及相关能力。TIMSS 从数学角度着重评价三方面内容:数学知识技能(包括数、测量、几何、比例、函数、方程、概率、统计等),数学行为与社会技能(包括日常方法的掌握、应用性问题的解决、数学思想、数学交流等),数学教学目标(包括传授合理的数学知识、基本的、服务于职业的数学知识及为唤醒数学兴趣的部分数学观念等)。PISA 在评价学生数学素养方面,强调学生不仅仅学会解决数学习题,更重要的是他们能够认识数学在现实生活中的作用,从而能够适应未来的生活并推动社会发展。研究者从这两个项目中发现,学生的数学与科学素养并不一定与当前的经济发展水平成正比,尤其是欧美国家的研究者意识到本国存在的教育危机,他们通过对各国公民数学素养的比较分析,发现各自国家在数学教育上的弱点,由此着手改革数学教育。这场全球性的教育改革已经从宏观的反思与批判延伸到微观与理性的变革,直接将切入口定位在变革学校文化、变革(数学)课堂教学文化上,以提高教学质量,提高学生的整体素养。

让我们一起来分析,德国《时代》周刊^②公布的 PISA 数学样题,检验学生数学理解能力,以便于了解全球对学生数学素养的期望。

例 果园里的计算题

一个农民种苹果树,他将苹果树种成一个正方形。为了使苹果树不受大风侵袭,他又在果园的四周种上松树(×代表松树;·代表苹果树),如图 1-1 所示:

也可以用表格表示种 n 行苹果树时所需的苹果树和松树的数量。

$n/\text{行}$	苹果树/棵	松树/棵
1	1	8
2	4	
3		

① 具体请参见本书第六章。

② 德国《时代》周刊网址:<http://www.zeit.die/2002/27/wissen/200227-b-mathe-aepfel.html>

$n/\text{行}$	苹果树/棵	松树/棵
4		
5		

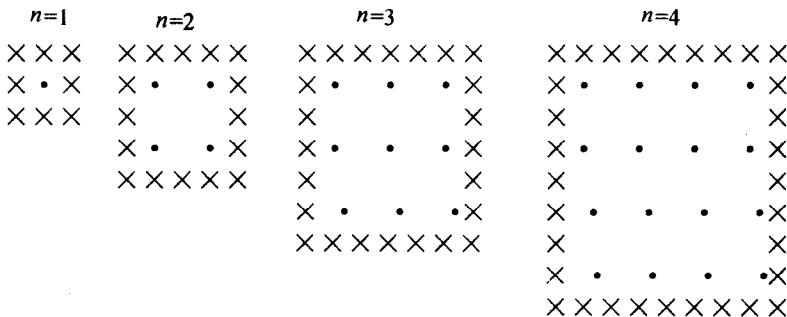


图 1-1

练习 1: 填满上表, 并列出所需的苹果树和松树的数量关系式.

练习 2: 如果这个农民要扩大果园, 并种上许多行苹果树, 哪种树的数量增加得更快? 请说明理由。

面对这个问题, 学生应该根据苹果树和松树的模型, 分析数列的特征, 找出其中的规律。解答时既可以采用代数法, 也可以采用图像法。这道样题要求学生用不同的方法来描述数列, 如果学生解答时只提到表格, 这说明学生只完成了这个问题的一部分。

参考答案:

n	苹果树/棵	松树/棵
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

要种 n^2 棵苹果树及 $8n$ 棵松树。因为两个数中都有元素 n , 但苹果树数量为 n^2 , 增长的速度比 $8n$ 快, 因此苹果树的数量增长较快。

来自这些国际性评价项目的结果, 反映出目前数学课堂教学中存在的问题, 即在数学教学过程中机械的计算多于理解的学习, 教师的解说多于学生的表述, 解决结构优良问题多于解决结构不良问题, 教师引导探究多于学生自主探究等等, 由此可能会造成学生学习数学时出现被动、盲目及无效的情况。

三、来自现代学习理论的指导

20世纪90年代以来,西方学术界对学习理论研究给予了高度重视,建构主义学习理论的盛行就是标志之一。建构主义学习理论突破了“学习是反应的强化”的观点,超越了“学习是知识的获得”的观点,强调了学习是一种知识建构的过程,而不是纯粹地记载和吸收知识;学习是知识的社会协商及社会实践参与的过程。具体而言,建构主义学习理论强调:

●理解是通过与环境的互动而发生的。学什么是不可能与怎样学相脱离的,因此,认知不仅仅在个人内部,而且是整个情境的一部分。

●认知冲突或困惑是相对于学习而言的一种刺激,并决定着学习内容的实质和组织形式。

●知识是通过社会磋商和对理解发生的评估而展开的。个人是测试理解的一个基本机制;协作小组对特定问题的理解进行测试;其他人则是刺激新的学习的重要源泉。

基于建构主义学习理论的各种学习范型脱颖而出,包括任务驱动式的学习、探究定向性的学习、情境式的学习、主动合作式的学习、综合性的学习、内在驱动的学习等。

任务驱动式的学习要求,学生面对一个真实、复杂的任务,并在完成任务的过程中扮演积极的角色,在开发问题解决策略的同时,获得学科基础知识与技能。学习者必须完成的学习任务有:确定是否存在某一问题,创设一种精确的问题陈述,识别一些为理解问题所必需的信息,确定可用于收集信息的资源,产出可能的解答。

探究定向性的学习表现为,在教学过程中,学生是一个积极的探究者,教师的作用是要建立有助于学生进行独立探究的情境,让学生独立思考问题,参与知识的获得过程,而不是简单地向学生提供现成的知识。

情境式的学习主要是挑战脱离实际的抽象学习观。在学校发生的很多学习过程往往都是脱离具体情境的,这种类型的学习存在的弊病是形式化、抽象化、简单化等,由此产生的结果往往只能应付考试,而不能将知识迁移至复杂的真实情境之中,解决结构不良问题。

主动合作式的学习表现为,将学习由传统课堂上的个人头脑中的事件转向学生合作进行的活动,在学习过程中充分发挥集体智慧,通过对话与互动,协作建构起新的知识,以解决实际或抽象问题。

综合性的学习要求回归真实情境中的复杂问题,打破所学知识的片段性和分离状态。学生在学习过程中要综合运用已有的知识、经验和策略,从多角度分析、思考并探索问题。

内在驱动式的学习表现为,学生在活动过程中能自发地形成学习项目。这些学习项目包括的学习目标、内容和过程不是预先设定的,而是在解决问题的学习过程中不断分析、拓展后发现的。这种内在驱动式的学习过程形成了以初设问题为基点的相关问题群,使活动过程中自然形成的学习项目能推动多方向的探究,以促进知识的网络化组织。

四、数学课堂教学中的学习文化

数学课堂教学文化的改变势在必行,这是全球化研究的热点。综观其研究工作,不难发现数学课堂教学文化的变革强调应该重视独立并积极的数学活动,重视学科综合的学习,重视合作的问题解决,重视学习内容的系统循环。具体而言,提倡在数学课堂教学中要反映数学的现实相关性,强调学生学习的主动探究性及合作社会性。^①

(一) 数学的现实相关性与问题情景的开放性

2000年是世界数学年,这一年联合国教科文组织再一次强调,纯数学与应用数学是理解世界及其发展的关键。这无疑告诫我们,数学教育的目标就是让学生毕业以后能够以数学为工具,适应复杂的世界。数学在日常生活中的应用日趋多样化,但其应用性往往隐藏在现实情境背后,这也许是一个矛盾。因此,我们在课堂教学中,应该创造机会,揭示这一矛盾,让学生体会数学与现实世界的结合,发掘现实情景背后的数学,以此设计适合学生年龄与学生经历的开放性问题,有助于学生体验数学与现实的相关性。这些对于学生来说应该是有意义的问题,学生能够从中提取必要的信息,用于解说问题,而不是直接进行计算。例如可以向3年级学生提出这样的问题情境:

“306个学生登记观看马戏团表演。可惜去看表演那天,5名女生与6名男生生病了。请你提出问题,并进行计算,回答你提出的问题。”

这是一类有助于激发学生自主发掘问题、解决问题的情境设计题,能有效地挖掘学生的学习潜能。目前,世界上不少国家非常关注将这类问题引用到正规的课堂教学中,例如德国某联邦州的小学5年级的阶段练习中出现如下问题:

“卡尔与他的父亲以及两个哥哥去足球场,观看他们欣赏的球队KSC与FC的比赛。一路上他们为能观看这场足球赛兴奋不已。上一场KSC曾以3:1获胜。父亲来到售票处买票,但必须等10分钟。售票处两边的墙上贴满了价格表:成门票25马克,儿童以及18岁以下学生门票8马克等。5分钟后,即15:

^① Lothar Flad & Wilfried Herget: *Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS*. Volk und Wissen Verlag, 2000, p.5.

30, 球赛将开始。”

你能提出哪些问题? 根据你提出的问题, 改写文本, 删去与你所提问题不相关的内容, 使得文本尽可能短, 然后解决自己提出的问题。

数学教学改革至今, 人们普遍注重教学中问题情境的设计是否反映学生生活的真实性或接近真实性, 是否能激发学生主动投入问题的解决过程中。当学生浸润在接近真实的问题情境中, 教师应该激发他们独立思考, 参与活动, 进行考察、探索、尝试及作出假设; 尤其重要的是, 教师应该细心倾听, 认真对待学生提出的数学问题以及结果, 设法去理解他们的思路; 另外, 千万不要忽视学生的错误, 而应帮助学生理解出现错误的原因。

如果教师仅仅将课堂教学局限在正规知识的传授上, 将知识应用局限在特定的任务类型上, 那么一旦我们对问题表述进行少许的变动, 学生就会无所适从。近年来的国际比较研究结果已经给我们一些警示信号, 即学生表现出的能力更多的是机械式的计算, 而不是对数学与相关生活的理解, 这也表现出学生缺乏知识的累积性与交错性。如果我们不断地向学生解释知识内容, 这就意味着学生将失去探究、理解和再探究的机会。让我们分析这样一个例子, 某个教师教 8 年级学生解二元一次方程组。他出了这样一道题: 长方形的长与宽相差 4 cm, 面积为 437 cm^2 。小刚拿出计算器, 很快给出答案, 即长方形的长为 23 cm, 宽为 19 cm, 老师很不情愿地肯定了他的答案。小刚兴奋地解释到, “长与宽相差不多, 假设他们一样长, 那么他们应该是 $\sqrt{437}$, 这个数比 20 稍大些, 我用 18 和 22 试了一下, 小了点, 就用 19 和 23 试了一下, 恰好对了。”

很可惜, 教师否定了小刚的解法, 认为这是非数学的做法。其实小刚的方法中隐含着区间的思想, 如果允许进一步探究, 有可能独立体验到实数的思想。

(二) 课堂教学中主动探究的学习

传统的课堂教学中, 学生体验到的数学基本上是“数学成品”, 学生很少有机会尝试、实验或探究, 找寻各种不同的问题答案。学生与数学的关系经常受到干扰, 因为教学主要集中在数学的演绎结构上, 数学的学习往往也参照这种结构运行。安德尔芬格 (Andelfinger)^① 描述道, “对于大多数学生而言, 教师传授知识与学生学习知识不太兼容, 通过教师传授知识产生的是岛屿式的、实时性的知识, 而不是知识的结合; 它产生的是不完整的知识碎片, 而不是一系列观点与观点的连接; 它产生的是形式操作的、毫无意义的、无法控制的技巧, 而不是各种可以表述的体验; 它使人获得标准化感觉, 而不是对各种不同意义的思考。”显然单一传

^① B. Andelfinger: *Sanfter Mathematikunterricht - andere Lebenszeichen*. Berliner Tagung zur Didaktik der Mathematik, 1991, p. 13.

授式的课堂教学文化很难给学生独立探索与领会知识、体验问题解决途径的机会,而这些机会对于培养学生的学习激情、学习的独立性非常重要,也是他们展开好奇、幻想思路的出发点。

数学学习首先应该是理解数学,也就是说通过活动、通过丰富的(身体或感官的)体验、通过尝试错误来获得数学观念;维滕贝格(Wittenberg)^①曾指出,“数学是人们思想中构建的真实,……它没有人为的特点,而是某种必要性的刻画,允许人们去发掘。在我们的数学思想与我们对自然的体验之间存在着某种一致性。”

欧美一些发达国家,经历了 TIMSS 和 PISA 检验后,深刻反思学生现有成绩不理想状态产生的原因,并将焦点置于数学课堂教学的分析上,他们普遍认为在数学课堂教学中有三点值得考虑^②:

1. 数学课堂教学中,必须传授学生能够领会的数学基本方法。因此在课程开发过程中,有必要详细阐明知识的基础性和本质性。

2. 数学课堂教学中应该创造“自由空间”以及各种可能,让学生自我发掘并设计问题解决的方案,以及实施、评价相应的方案,将问题解决方法迁移至新的问题提出上。

3. 数学课堂教学必须以学生社会需求为导向(交往、合作),使得在解决问题的教学过程中,学习的社会形式(伙伴的、小组的)成为常规形式,通过项目学习、自主学习、周计划学习等组织形式来加强学生的自我意识。

在数学课堂教学中,主动探究的学习表现为一种作为活动的数学实践。它是获得数学知识的特殊方法,数学实践包括利用具体对象(数、量及图形)的心理实践活动,利用适当的辅助工具,以及对具体过程的认识。

例如,我们在引进三角形内角之和以前,为学生提供活动的情境。“画出各种不同的三角形,测量三角形的内角,并找出每个三角形的内角和。你能得出什么结论?”

对学生来说,这首先是一个按照一定规则(作图、测量、求和、比较结果)的数学活动。为了能给学生一定的探究空间,我们可以设计这样的问题:“任意画一个三角形,确定内角的大小。如果你们告诉我其中两个内角的大小,我马上能说出第三个角的大小。想一想,我是怎样得出答案的?”

尝试几个三角形后,学生首先应该提出这样的假设:对于任意一个三角形,若知道其中两个内角的大小,就能推断出第三个角的大小,这里一定存在一个普

^① A.J. Wittenberg: *Bildung und Mathematik*, Stuttgart, Klett, 1963, p.16.

^② Lothar Flad & Wilfried Herget: *Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS*, Volk und Wissen Verlag, 2000, p.79.

遍的规则。本例中的实验性检验活动包括画各种不同的三角形,如图 1-2,测量内角,完成一张统计表等。在此要注意几个特例,如等边三角形或直角三角形等。借助各种不同的三角形,可以尝试得出三角形内角之和的结论。

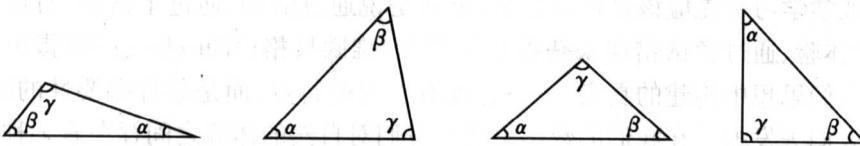


图 1-2

学生制作的相应的统计表如下表所示:

三角形	1	2	3	4
角 α	60°	45°	32°	40°
角 β	60°	45°	32°	60°
角 γ	60°	90°	116°	80°

经过一定探究、实验,学生应该能够得出三角形内角之和为 180°,紧接着才开始进行数学证明活动。由于学生积累了一定的经验,因此对于数学证明过程以及结果应该更易理解。

第二节 数学的合作互动学习

随着我国课程改革运动的深入,体现并实施改革理念的主战场——课堂被赋予丰厚的内涵,其中包括课堂教学中的学习从单一的接受型走向合作互动型。课堂上的合作互动不再局限于师生之间的互动,而是强调不同的教师之间及不同学生之间的互动。本节着重探讨数学课堂教学中学生之间合作互动学习的落实。对此首先分析合作互动学习的特点,然后阐述数学课堂教学中学生之间合作互动型学习的模式及其实施情况。

一、合作互动学习的意义

合作互动学习强调信息互动、人际互动。从现代教育信息论的角度来看,课堂教学中的学习方式大致呈现为四种类型;一是单向型,将教学视为教师把信息传递给学生的过程,教师是信息发出者,学生是信息接受者,学习是一种信息接受的过程;二是双向型,将教学视为师生之间相互作用获得信息的过程,强调双边互动,及时反馈,学习是一种学生与教师交流信息的过程;三是多向型;将教学