

组合优化 导论

越民义 著

T S A M T S A M

应 用 数 学 丛 书

浙江科学技术出版社

组合优化导论

越民义 著



应用数学丛书

浙江科学技术出版社

应 用 数 学 丛 书

组合优化导论

越民义 著

*

浙江科学技术出版社出版

浙江印刷集团公司印刷

浙江省新华书店发行

*

开本: 787×1092 1/18 插页: 4

印张: 14.45 字数: 247 000

2001年12月第1版

2001年12月第1次印刷

ISBN 7-5341-1749-6/O·33

定 价: 25.00 元

责任编辑: 周伟元

封面设计: 孙 菁

Introduction to Combinatorial Optimization

Published by Zhejiang Science &

Technology Publishing House

347 Tiyuchang Road, Hangzhou,

China

@ 2001 by Yue Minyi

First Published in 2001

Printed in zhejiang Printing

Co., Ltd

ISBN 7-5341-1749-6/O·33

图书在版编目 (CIP) 数据

组合优化导论/越民义著. —杭州: 浙江科学技术出版社, 2001. 12

(应用数学丛书/谷超豪主编)

ISBN 7-5341-1749-6

I. 组... II. 越... III. 组合规划 IV. 0221. 7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 074178 号

内容简介

这是一本介绍组合优化这门学科的书。它可看成是由三个部分组成: 第一部分包括第一章、第二章和第三章, 是通过一些较典型的例子介绍什么是组合优化中的可解问题。第二部分仅由第五章组成, 是启发式算法方面的, 这主要是韩继业教授的工作。第三部分由第四章、第六章和第七章组成, 是近似算法方面的。其中第四章除了介绍由 Graham, Garey 以及 Baker 等人的一些经典工作之外, 主要是叙述作者在装箱问题方面的一些工作。第六章是关于 Steiner 比猜想的进展报告, 第七章介绍 Coffman 等人提出的多重算法, 这两章的研究结果都是由作者得出的。

本书适合数学、管理、信息处理等有关专业的学生、教师和研究人員阅读。

Introduction to Combinatorial Optimization

Yue Minyi



The Series of Applied Mathematics

Zhejiang Science & Technology Publishing House

ABSTRACT

The aim of the book is to give an introduction to the combinatorial optimization. It can be viewed as being fashioned from three parts. The first one, composed of Chapter 1, 2 and 3, deals mainly with some scheduling problems, which are polynomially solvable. The second part, the Chapter 5 only, covers some heuristic methods which, are devised mainly by Professor Han Jiye.

The third part, composed of Chapters 4, 6 and 7. In Chapter 4, in addition to the classical results by Graham, Garey et al., and Baker et al., a result of the author for the FFD algorithm in the bin packing problem is presented. Chapter 6 gives a report on the advances in the Steiner ratio conjecture in the euclidean plane. Finally, Chapter 7 is devoted to the multifit algorithm proposed by Coffman et al.. Results in these chapters were all from the author.

This book was written for specialists, teachers and students in mathematics, management science and information technology.

“应用数学丛书”编委会

名誉主编

苏步青 吴文俊

主 编

谷超豪

编委（按姓氏笔画）

王兴华	叶其孝	叶彦谦
史树中	刘鼎元	孙和生
李大潜	李训经	李翊神
吴 方	吴立德	张尧庭
林 群	俞文魮	郭仲衡
郭竹瑞	萧树铁	游兆泳
管梅谷		

Editorial Committee of
The Series of Applied Mathematics

Honor Editor in Chief

Su Buqing Wu Wenjun

Editor in Chief

Gu Chaohao

Editorial Committee

Wang Xinghua	Ye Qixiao
Ye Yanqian	Shi Shuzhong
Liu Dingyuan	Sun Hesheng
Li Daqian	Li Xunjing
Li Yishen	Wu Fang
Wu Lide	Zhang Yaoting
Lin Qun	Yu Wenci
Guo Zhongheng	Guo Zhurui
Xiao Shutie	You Zhaoyong
Guan Meigu	

出版说明

在近代科技发展中，应用数学在国民经济和科学研究的各个领域的作用和地位显得日益重要，世界上许多发达国家对它非常重视，投入了大量的资金和研究力量。我国在这方面的研究工作也已有一定的规模和成果。我们为了推进和交流应用数学的成果，在苏步青教授、吴文俊教授的关怀下，由谷超豪教授为主编，组织出版这套“应用数学丛书”。

本丛书的出版，得到了数学界的重视。陈省身教授、杨振宁教授对此给予热情的鼓励和支持。国家自然科学基金委员会对丛书的出版非常重视。

为了反映应用数学在各主要分支的现代水平，特别是我国数学家的研究成果，以及国外的最新进展，向读者介绍应用数学的理论和各种方法、数学模型。丛书近期将在数学物理、经济数学、组合设计、控制理论、通信理论、信息与计算机、应用统计、生物数学、几何造型、分形几何等应用分支出版一些内容新颖的专著。

我们希望“应用数学丛书”的出版，能为中国数学赶超世界水平作出一点贡献。

序 言

本书所讨论的是组合优化中的几个著名问题：即排序问题、装箱问题、Steiner 树问题。对于这些问题的讨论，一般分为以下 3 个方面：

(1) 计算复杂性的研究，也就是论证所讨论的问题是否具有 NP 完备性。

(2) 寻求有效算法。

(3) 关于近似算法的研究。

限于作者的研究工作范围，本书只讨论有效算法和近似算法。

本书第一章是排序问题的概述，第二章和第三章是排序问题的有效算法，第五章是排序问题的启发式算法。这 3 章原是韩继业教授和作者在 20 世纪 80 年代共同工作时的一些结果，其中一部分是整理国外一些作者的工作，一些启发式算法则是韩继业教授的研究成果。1988 年作者在奥地利 Graz 大学工作时，曾将这 3 章作为教材使用了一段时间。当时我们计划将此部分内容扩写成书，但由于各自的兴趣很快转移到别的问题，写书的计划无法完成。时至今日，这些材料所涉及的理论和方法尚未在已出版的书中出现，而且这个领域的研究还在不断地深入发展，应用范围也在不断地扩大，因此，花费一些精力，将上述排序问题的材料加以整理，写入本书，是很有必要的。

第四章的 4.6 节和 4.7 节、第六章和第七章介绍作者

近年来的一些研究成果，主要是处理几个著名的组合优化问题的近似算法。也就是说，用一些简单易行的算法对这些问题求解，得到的解答一般不是最优的，必须对与这样得出的解答相应的目标函数的值和真正的最优解相应的值之差作出估计，以判定这些方法的优劣。由于绝大多数组合优化问题是 NP 完备的，因此对近似算法的研究看来是一个很有前途的方向。

本书各章内容基本上是相互独立的，读者可根据自己的需要阅读有关的章节。

作者

2001 年 8 月

目 录

第一章 概述	1
1. 1 排序理论的几个典型问题及算法	1
1. 1. 1 3 种算法	1
1. 1. 2 算法的评估	2
1. 2 排序问题的记号和量	2
1. 2. 1 排序问题的记号	2
1. 2. 2 排序问题的量	3
第二章 一台机器上的排序	5
2. 1 $1 \mid \cdot \mid \cdot \mid \sum_{j=1}^m a_j y_j$	5
2. 1. 1 算法	5
2. 1. 2 最优性证明	6
2. 1. 3 另一个问题	7
2. 1. 4 $1 \mid \cdot \mid \cdot \mid \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$	7
2. 2 $1 \mid \cdot \mid \cdot \mid \sum_{i=1}^n v_i$	7
2. 2. 1 算法	8
2. 2. 2 最优性证明	9
2. 3 在某些零件必须按时交货的条件下的模型	
$1 \mid \cdot \mid \cdot \mid \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$	13
2. 3. 1 算法	13
2. 3. 2 最优性证明	15
2. 4 $1 \mid \cdot \mid r_j = c, \forall j \mid \sum_{i=1}^n v_i$	19

2. 4. 1	算法	19
2. 4. 2	最优性证明	21
2. 5	$1 \mid \cdot \mid prec \mid \sum_{i=1}^n f_i(c_i)$	26
2. 5. 1	枚举树	27
2. 5. 2	消去准则	28
2. 5. 3	消去准则的应用	32
2. 5. 4	下界	32
2. 6	$1 \mid \cdot \mid prec \mid \min_i \max f_i(c_i)$	37
2. 6. 1	算法	37
2. 6. 2	最优性证明	39
2. 6. 3	$1 \mid \cdot \mid \min_i \max \{0, c_i - d_i\}$	39
2. 7	$1 \mid \cdot \mid prec \mid \min_i \max \{0, c_i - d_i\}$	40
2. 7. 1	无先后关系的模型	40
2. 7. 2	有先后关系的模型	42
2. 8	一个应用例子——循环矩阵	45
2. 8. 1	问题的提出	45
2. 8. 2	实例	46
2. 8. 3	Hamilton 循环	50
第三章 2 台机器的情形		54
3. 1	问题的提出	54
3. 1. 1	第一种情形	54
3. 1. 2	第二种情形	54
3. 1. 3	第三种情形	55
3. 1. 4	若干指标和记号	55
3. 2	模型 $2 \mid F \mid \max y_i$	57
3. 2. 1	算法	57
3. 2. 2	最优性证明	57
3. 3	模型 $2 \mid G \mid m_i \leq 2 \mid \max y_i$	61
3. 3. 1	算法	61
3. 3. 2	最优性证明	61
3. 4	模型 $2 \mid G \mid p_{ik} = 1 \mid \max L_i$	62
3. 4. 1	算法	62

3. 4. 2 最优性证明	63
3. 5 模型 $2 \parallel 0 \parallel \cdot \parallel \max v_i$	66
3. 5. 1 问题的解法	66
3. 5. 2 模型的一般情况	68
3. 6 树状或林状的零件加工系统	69
3. 6. 1 问题的提出	69
3. 6. 2 算法	70
3. 6. 3 最优性证明	70
3. 7 $1 \parallel \cdot \parallel prec \parallel \min \max r_i(F_i)$	72
3. 7. 1 算法	72
3. 7. 2 最优性证明	72
3. 8 $2 \parallel \cdot \parallel p_i = 1, prec \parallel \cdot$	73
3. 8. 1 问题的提出	73
3. 8. 2 Fujii 等人的算法	74
3. 8. 3 Edmonds 的算法	75
3. 8. 4 M-花朵方法	76
3. 8. 5 CG 方法	82
 第四章 近似算法	 86
4. 1 概述	86
4. 1. 1 设计算法	86
4. 1. 2 模拟求解	87
4. 1. 3 近似算法求解	87
4. 2 近似解的定义	87
4. 2. 1 一些定义	87
4. 2. 2 实例	88
4. 3 一些排序问题的近似计算	90
4. 3. 1 LPT 算法	91
4. 3. 2 完工时间的估算	93
4. 3. 3 2 台机器的情形	95
4. 4 装箱问题	100
4. 4. 1 NF (Next Fit) 算法	101
4. 4. 2 FF (First Fit) 算法	101
4. 4. 3 BF (Best Fit) 算法	108

4. 5 装箱问题 (续)	108
4. 5. 1 记号	109
4. 5. 2 引理和定理	110
4. 5. 3 例子	114
4. 6 FFD 算法	115
4. 6. 1 FFD 算法的由来	115
4. 6. 2 定理和证明	116
4. 7 排序问题与装箱问题的联系	133
4. 7. 1 问题简化法	133
4. 7. 2 权函数法	133
4. 7. 3 FFD 算法在排序问题上的运用	134
4. 7. 4 r_m 上界的改进	139
 第五章 流水作业排序问题的最优算法	146
5. 1 消去准则	147
5. 1. 1 排序问题的消去准则	147
5. 1. 2 消去准则的选取	149
5. 1. 3 任意条件下的消去准则	153
5. 2 分枝定界方法	154
5. 2. 1 定义	154
5. 2. 2 分枝方法	154
5. 3 上界和下界的估计	156
5. 3. 1 瓶颈机床	156
5. 3. 2 下界计算	156
5. 3. 3 上界计算	158
 第六章 Steiner 比猜想	160
6. 1 Steiner 比猜想	160
6. 1. 1 生成树	160
6. 1. 2 Steiner 树	162
6. 1. 3 简单回顾	164
6. 2 关于 $n = 3, 4, 5$ 的情况	164
6. 2. 1 $n = 3$	164
6. 2. 2 $n = 4$	168

6. 2. 3 $n=5$	172
6. 3 一般情况	177
6. 3. 1 问题的提出	177
6. 3. 2 预备知识	178
6. 4 Steiner 比猜想的证明	187
6. 4. 1 若干引理	187
6. 4. 2 Steiner 比猜想的证明	191
6. 5 评注	197
6. 5. 1 评注	197
6. 5. 2 评注二	198
第七章 多重算法	200
7. 1 引言	200
7. 1. 1 简单回顾	200
7. 1. 2 最小反例	201
7. 1. 3 k 件箱	202
7. 2 若干引理	203
7. 2. 1 对 Δ 的分划	203
7. 2. 2 $\Delta \geq \frac{15}{4}\delta$ 和 $\Delta > 5\delta$	203
7. 2. 3 $\Delta \geq 7.5\delta$	205
7. 2. 4 $\Delta > 2.5\delta$ 时的权函数	207
7. 2. 5 最优箱	211
7. 3 无 X_4 -型物件或 Y_2 -箱	215
7. 3. 1 无 X_4 -型物件	215
7. 3. 2 无 Y_2 -型物件	217
7. 4 不同数值的 Δ 的多重算法	221
7. 4. 1 $\frac{105}{17}\delta < \Delta \leq 7.5\delta$	221
7. 4. 2 $5\delta \leq \Delta < \frac{105}{17}\delta$	223
7. 4. 3 $2.5\delta \leq \Delta < 5\delta$	223
7. 4. 4 $0 < \Delta < 2.5\delta$	226
7. 4. 5 l_4 的若干情况	229
参考文献	232

CONTENTS

Chapter One Introduction	1
1. 1 Some Typical Problems and Related Algorithms in Scheduling Theory	1
1. 1. 1 3 Algorithms	1
1. 1. 2 Algorithm Evaluations	2
1. 2 Notations and Quantities Used in Scheduling Theory	2
1. 2. 1 Notations Used in Scheduling Theory	2
1. 2. 2 Quantities used in Scheduling Theory	3
 Chapter Two Scheduling on One Machine	 5
2. 1 $1 \cdot \cdot \sum_{j=1}^n a_j y_j$	5
2. 1. 1 Algorithm	5
2. 1. 2 Optimality Proof	6
2. 1. 3 Another Problem	7
2. 1. 4 $1 \cdot \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$	7
2. 2 $1 \cdot \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$	7
2. 2. 1 Algorithm	8
2. 2. 2 Optimality Proof	9
2. 3 $1 \cdot \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$ for Some Jobs no Delay is Allowed	13