71002

哈雷彗星观测手册

王德昌等　编著

四川科学技术出版社

哈雷彗星观测手册

王德昌等编著

四 川 科 学 技 术 出 版 社

哈雷彗星观测手册

编　　辑：中国科学院紫金山天文台
出　　版：四川科学技术出版社
发　　行：新华书店重庆发行所
印　　刷：重庆印制第一厂（排版）
　　　　　重庆新华印刷厂（印刷）

开本：787×1092　1/16　印张 20　字数54.4千字
版次：1985年10月第一版　1985年10月第一次印刷

书号：13298·58　　定价：3.50 元

序

七十六年一现的哈雷彗星回归了。这在国际天文界是一件大事。各国或积极观测，或发射飞船，或组织交流讨论，一片繁忙景象。国际天文学联合会业已为此成立了专门的联测组织，以资协调统一世界范围的观测活动。我国天文工作者也进行了大量准备工作，并于去年十一月在云南天文台成功地观测到了这个天体。

我国幅员广阔，各地都有相当数量的天文爱好者，在业余观测方面有着可观的潜力。为了对业余观测进行协调和指导，中国科协青少年部和中国天文学会普及委员会委托紫金山天文台王德昌等同志编写这本哈雷彗星观测手册。令人高兴的是. 经过这些同志的辛勤劳动，这本内容丰富完备，资料新颖齐全而又切合实用的手册终于赶在大规模观测工作开始之前完稿交付出版了。我相信这本书的出版必将大大有助于这次哈雷彗星的业余观测工作，也必定有助于专业观测工作。

哈雷彗星上次回归的时候，我还是一个八岁的学童。彗星横扫天际的奇景深深打动了我。这个最初的印象对于我以后转学天文并从事小行星的观测研究工作也起了作用。七十六年之后以八十四岁的老翁重睹这个老相识的再次归来，我固然无比庆幸；更令人欢欣鼓舞的是我国现在已经有了一支训练有素、在某些方面堪与国际水平比美的专业观测的研究队伍。此外还有一支人数众多，分布广泛的爱好者观测队伍。我深信在这样两支队伍的协同努力之下，我们这次观测必将获得成功。

中国天文学会理事长
紫金山天文台名誉台长　　张　钰　哲

1985年3月18日

编 者 说 明

七十六年一度的哈雷彗星回归已经到来了，这是本世纪末的一次重要天象。我国的专业和业余天文工作者都参加了“国际哈雷彗星联测”(IHW)各项课题的工作，积极准备投入到这次观测中去。我们应中国科协青少年部和中国天文学会普及委员会的要求，根据IHW的哈雷彗星观测手册和IHW其他有关哈雷彗星资料，并结合中国的实际情况，在很短时间内编写了这本《哈雷彗星观测手册》。手册涉及的有关哈雷彗星的内容较广泛，收集了业余观测者进行哈雷彗星观测以及处理观测结果所必需的大量资料。哈雷彗星观测过后，此手册许多内容亦可作为业余爱好者观测参考之用。

参加编写本手册的有紫金山天文台行星研究室以及其他研究室的有关同志。其中第四章由范一新、第五章第四节由刘汝良、第五章第五节和第十章第一节由王思潮、第六章由徐品新和孙长安、第九章由李广宇等同志编写的。附录中“观测哈雷彗星用的定标星星表”是由张家祥同志选编的，其余各章节由王德昌、杨捷兴和汪琦等同志编写。附录中恒星时、月出月没，晨光昏影表是历算研究室提供的。

在编写过程中还得到了沈昌钧、叶式煇、葛永良和严家荣等同志的热忱帮助和支持，在此表示衷心感谢。

应该指出的是，本手册在编辑、印刷、出版过程中重庆《课堂内外》编辑部和育英书社想尽了一切办法，投入了大量人力和财力，克服了巨大困难，使手册在半年左右时间内及时地赶在大规模观测哈雷彗星之前正式出版发行，为我国广大业余观测者，特别是青少年天文爱好者观测哈雷彗星作出了历史性的贡献。

由于编写时间匆促，手册中难免有错或不妥之处，恳请广大读者指正。

编 者 1985.3.29.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章　天文基本常数和计算

§1　天文基本常数

一、一些常用的天文基本常数

（1）一天文单位（日地平均距离＝地球轨道半长径）＝14959.7892 万公里。

（2）光行一天文单位时间＝499.00479秒＝0.00577552 日

（3）太阳质量 $M_{日}=1.989(1)\times10^{33}$ 克。　地球质量 $M_{地}=5.976(4)\times10^{27}$ 克。月球质量 $M_{月}=7.350\times10^{25}$克。　质量比 $\frac{M_{地}}{M_{月}}=81.301$； $\frac{M_{日}}{M_{地}}=332945$； $\frac{M_{日}}{M_{地}+M_{月}}=328910$。

（4）地球赤道半径 $R_{地}=6378.164(2)$公里。

（5）太阳赤道地平视差＝$8.''79418(3)$。　月球赤道地平视差＝$3422.''54$。

（6）章动常数＝$9.''210$

（7）光行差常数＝$20.''496$

（8）高斯引力常数 k。　在 $n^2a^3=k^2(1+m)$中，m＝以太阳质量为单位的行星质量，n＝平均日运动，a＝以天文单位表示的半长径。

高斯常数 $k=0.017202098950=3548.''1876069651=0.^\circ98560766860172$

（9）黄赤交角 ε。　$\varepsilon=23^\circ27'08.''26-46.''845T-0.''0059T^2+0.''00181T^3$

T从1900.0起算，以百年为单位（以下同）。

二、和时间有关的天文基本常数

（1）地球自转周期＝$(86164.09892+0.0015T)$历书秒＝$23^h56^m04.^s09892+0.0015T$ 历书秒＝$(0.9972696634+1.8\times10^{-8}T)$历书日

（2）历书日＝86400历书秒

（3）恒星日（以春分点为参考点）＝$(86164.09055+0.0015T)$历书秒

（4）平太阳日＝$(86400+0.0015T)$历书秒

（5）朔望月（新月至新月）＝$(29.5305882-0.00000016T)$日，

恒星月（以恒星为准）＝$(27.32166140-0.00000016T)$日

（6）回归年（春分点至春分点）

＝$(365.24219878-0.00000616T)$历书日＝$(365.242199-0.000013T)$平太阳日

恒星年（以恒星为准）＝$(365.25636556+0.00000011T)$历书日

（7）一颗彗星的周期＝$1.00004027a^{3/2}$回归年＝$365.256898a^{3/2}$日

（a 是以天文单位为单位的彗星轨道半长径）

三、太阳系行星的轨道和物理参数（引自《天空与望远镜》

行　星	轨道半长径 a(AU)	公转的恒星周期	偏心率 e	倾角 i	自转的恒星周期	赤道与轨道交角	质量（地球质量为1）	半径（地球半径为1）	平均密度（克/厘米³）	表面重力加速度（地面重力加速度1）	已证实卫星数
水　星	0.387	88日	0.206	0.00	58.7日	～0°	0.055	0.382	5.4	0.377	0
金　星	0.723	225日	0.007	3.39	243日	－2	0.815	0.949	5.3	0.905	0
地　球	1.00	365日	0.017	…	23.9时	23.5	1.00	1.00	5.5	1.00	1
火　星	1.52	1.88年	0.093	1.85	24.6时	24.0	0.107	0.533	3.9	0.377	2
木　星	5.20	11.9年	0.049	1.30	9.92时	3.1	318	11.2	1.3	2.54	16＋
土　星	9.54	29.5年	0.056	2.49	10.7时	29	95.2	9.45	0.7	1.07	17＋
天王星	19.2	84.0年	0.047	0.77	23.9时	-82.1	14.6	4.10	1.2	0.869	5
海王星	30.1	165年	0.009	1.77	17.8时	28.8	17.2	3.88	1.6	1.14	2＋
冥王星	39.4	248年	0.249	17.2	6.39时	≥50	～0.002	～0.24	～0.8	～0.03	1

§2　天文基本计算

一、恒星时

恒星时是天文观测中最基本的数据。

某一观测点的恒星时，是以春分点对于该地子午圈的时角来度量的。春分点连续两次上中天的时间间隔叫恒星日，以上中天的位置开始计算。

某地的地方恒星时 S 的计算方法如下：

$$S=M(UT)+S_0+\lambda+\mu M \tag{1.1}$$

M 为须要计算恒星时的某个观测时刻的世界时。我国通常使用的是北京时 PT，它是东经120°子午线为标准的东第八时区的区时，$PT=M(UT)+8^h$。例如，$PT=20^h$，$M(UT)=12^h$。

S_0为某一观测时刻当天的世界时零时的真恒星时。从1985年11月1日至1986年5月31日的S_0可查阅附表。

λ 为观测地的经度，全国各大城市的经纬度详见附表。

μM 为平太阳时间隔化为恒星时间隔应加的改正：

平太阳时1^h的改正量为 $9^s.8565$

平太阳时1^m的改正量为 $0^s.1643$。

例子　试计算南京 1985 年11月20日晚上 20^h（北京时）的恒星时。

$M(UT)=20^h-8^h=12^h$　　　$S_0=3^h55^m48^s.655$　　　$\lambda=7^h55^m17^s.02$

$$\mu M=12\times 9^s.8565=118^s.278=1^m58^s.278$$

$$S=M+S_0+\lambda+\mu M=12^h+3^h55^m48^s.655+7^h55^m17^s.02+1^m58^s.278=23^h53^m03^s.953$$

二、内插方法

哈雷彗星星历表是给出每天历书时零时的位置，对其它观测时刻的位置须要内插。特别当接近地球时，每天位置变化大，更要内插精确。现列出 t_0 前后的位置值及各次差值：

$$
\begin{array}{lllll}
f_{-2}=f(t_0-2w) & & & & \\
 & \Delta^{\mathrm{I}}_{-3/2} & & & \\
f_{-1}=f(t_0-w) & & \Delta^{\mathrm{II}}_{-1} & & \\
 & \Delta^{\mathrm{I}}_{-1/2} & & \Delta^{\mathrm{III}}_{-1/2} & \\
f_0=f(t_0) & & \Delta^{\mathrm{II}}_{0} & & \Delta^{\mathrm{IV}}_{0} \\
 & \Delta^{\mathrm{I}}_{1/2} & & \Delta^{\mathrm{III}}_{1/2} & \qquad \Delta^{\mathrm{V}}_{1/2} \\
f_1=f(t_0+w) & & \Delta^{\mathrm{II}}_{1} & & \Delta^{\mathrm{IV}}_{1} \\
 & \Delta^{\mathrm{I}}_{3/2} & & \Delta^{\mathrm{III}}_{3/2} & \\
f_2=f(t_0+2w) & & \Delta^{\mathrm{II}}_{2} & & \\
 & \Delta^{\mathrm{I}}_{5/2} & & & \\
f_3=f(t_0+3w) & & & &
\end{array}
$$

其中一次差 $\Delta^{\mathrm{I}}_{-1/2}=f_0-f_{-1}$，$\Delta^{\mathrm{I}}_{1/2}=f_1-f_0$。

二次差 $\Delta^{\mathrm{II}}_{0}=\Delta^{\mathrm{I}}_{1/2}-\Delta^{\mathrm{I}}_{-1/2}$，$\Delta^{\mathrm{II}}_{1}=\Delta^{\mathrm{I}}_{3/2}-\Delta^{\mathrm{I}}_{1/2}$。

三次差 $\Delta^{\mathrm{III}}_{1/2}=\Delta^{\mathrm{II}}_{1}-\Delta^{\mathrm{II}}_{0}$，……

为了求某个时刻 t（在 t_0 和 t_0+w 之间）的位置，有 $n=\dfrac{t-t_0}{w}$（内插引数，$0<n<1$），则白塞耳内插公式为：

$$f(t)=f(t_0+nw)=f(t_0)+n\Delta^{\mathrm{I}}_{1/2}+B_2(\Delta^{\mathrm{II}}_{0}+\Delta^{\mathrm{II}}_{1})+B_3\Delta^{\mathrm{III}}_{1/2}+B_4(\Delta^{\mathrm{IV}}_{0}+\Delta^{\mathrm{IV}}_{1})+\cdots\cdots$$

$$B_2=\frac{n(n-1)}{2\cdot 2!},\quad B_3=\frac{n(n-1)(n-1/2)}{3!},\quad B_4=\frac{n(n+1)(n-1)(n-2)}{2\cdot 4!}$$

对本手册的各种情况内插（$\Delta^{\mathrm{III}}<60$），白塞耳公式为：

$$f(t)=f(t_0)+n\Delta^{\mathrm{I}}_{1/2}+B_2(\Delta^{\mathrm{II}}_{0}+\Delta^{\mathrm{II}}_{1}) \tag{1.2}$$

利用这个公式，就可内插各个不同时刻的位置值。

如果问题反过来，已知某观测时刻的位置，欲计算该观测时刻。

$$n=[f(t)-f(t_0)-B_2(\Delta^{\mathrm{II}}_{0}+\Delta^{\mathrm{II}}_{1})]/\Delta^{\mathrm{I}}_{1/2}$$

先不考虑B_2，求出 n 的近似值，由此 n 算出B_2，然后再求出 n 的第二次近似值，重复几次，就可求出精确的 n。观测时刻 $t=t_0+nw$。

三、几个天球坐标系的转换公式

（1）地平坐标与赤道坐标的相互转化

A）地平坐标（A, h）$\Longrightarrow$赤道坐标（α, δ）

已知地理纬度 φ，天体在某一时刻的方位角A（由北点向东度量）及地平高度 h，计算 α，δ。

$$\left.\begin{aligned}
\sin\delta&=\sin\varphi\cdot\sin h+\cos\varphi\cdot\cos h\cdot\cos A\\
\cos\delta\cdot\sin t&=-\cos h\cdot\sin A\\
\cos\delta\cdot\cos t&=\sin h\cdot\cos\varphi-\cos h\cdot\sin\varphi\cdot\cos A
\end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

恒星时 $S=t+\alpha$，t 为时角，t 解出，由 S 即可得到 α。

B）赤道坐标（α, δ）$\Longrightarrow$地平坐标（A, h）

已知天体的位置 α，δ，计算天体在某一时刻的 A，h。

$$\left.\begin{aligned}
\sin h&=\sin\varphi\cdot\sin\delta+\cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t\\
\cos h\cdot\sin A&=-\cos\delta\cdot\sin t\\
\cos h\cdot\cos A&=\sin\delta\cdot\cos\varphi-\sin\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t
\end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

先由恒星时 S，α 算得 t，然后由上式可得到 A，h。

（2）黄道坐标与赤道坐标的相互转化

A）黄道坐标（λ，β）$\Longrightarrow$赤道坐标（α，δ）

$$\left.\begin{aligned}\cos\delta\cdot\cos\alpha&=\cos\beta\cdot\cos\lambda\\ \cos\delta\cdot\sin\alpha&=-\sin\beta\sin\varepsilon+\cos\beta\cdot\cos\varepsilon\cdot\sin\lambda\\ \sin\delta&=\cos\varepsilon\cdot\sin\beta+\sin\varepsilon\cdot\cos\beta\cdot\sin\lambda\end{aligned}\right\}\tag{1.5}$$

B）赤道坐标（α，δ）$\Longrightarrow$黄道坐标（λ，β）

$$\left.\begin{aligned}\cos\beta\cdot\sin\lambda&=\sin\delta\cdot\sin\varepsilon+\cos\varepsilon\cdot\cos\delta\cdot\sin\alpha\\ \cos\beta\cdot\cos\lambda&=\cos\delta\cdot\cos\alpha\\ \sin\beta&=\cos\varepsilon\cdot\sin\delta-\sin\varepsilon\cdot\cos\delta\cdot\sin\alpha\end{aligned}\right\}\tag{1.6}$$

四、角距和位置角

（1）角距

在哈雷彗星星历表中，给出了彗星同太阳和月球的角距离，这是两个表示能否观测哈雷彗星的重要数据。

设某天彗星的位置为（α，δ），太阳或月亮的位置为（α_S，δ_S）或（α_M，δ_M），彗星同太阳或月球的角距为 θ_{SC} 或 θ_{MC}：

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta_{SC}&=\sin\delta\cdot\sin\delta_S+\cos\delta\cdot\cos\delta_S\cdot\cos(\alpha-\alpha_S)\\ \cos\theta_{MC}&=\sin\delta\cdot\sin\delta_M+\cos\delta\cdot\cos\delta_M\cdot\cos(\alpha-\alpha_M)\end{aligned}\right\}\tag{1.7}$$

在哈雷彗星星历表中还有个角距 β，即在彗星上的观测者看到的地球和太阳间的角距。显然在地球上观测者看到的彗星离子彗尾长度 $L_E=L\cdot\cos(90^\circ-\beta)=L\cdot\sin\beta$。$L$ 为彗星离子彗尾的实际长度。$\beta=0$，地球上观测者基本上看不到它的离子彗尾；$\beta=90^\circ$，地球上看到的离子彗尾差不多等于它的实际长度。因此，β 愈大，对大尺度现象观测愈有利。

（2）位置角

恒星 S_2 相对于恒星 S_1 的位置角 PA，即为大圆弧 S_1S_2 与 S_1 的赤经圈的夹角。如果哈雷彗星位置在 S_1，而彗尾指向 S_2，而恒星 S_2 通过彗尾可以观测到，则彗尾的位置角亦为 PA，即 S_1S_2 与 S_1 赤经圈的夹角。根据正弦公式Ⅱ与五元素公式Ⅲ。

$$\sin S_1S_2\cdot\sin PA=\cos\delta_2\cdot\sin(\alpha_2-\alpha_1)$$

$$\sin S_1S_2\cdot\cos PA=\sin\delta_2\cdot\cos\delta_1-\cos\delta_2\cdot\sin\delta_1\cdot\cos(\alpha_2-\alpha_1)$$

$$\operatorname{tg}PA=\frac{\sin(\alpha_2-\alpha_1)}{\operatorname{tg}\delta_2\cdot\cos\delta_1-\sin\delta_1\cdot\cos(\alpha_2-\alpha_1)}\tag{1.8}$$

$$\operatorname{sign}[\sin PA]=\operatorname{sign}[\sin(\alpha_2-\alpha_1)]$$

五、岁差计算公式

（1）第一组公式

A）
$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\alpha_{1975.0}+AV_\alpha\cdot t+\frac{SV_\alpha}{200}\cdot t^2+3_\alpha^d t\cdot\left(\frac{t}{100}\right)^3\\ \delta&=\delta_{1975.0}+AV_\delta\cdot t+\frac{SV_\delta}{200}\cdot t^2+3_\delta^d t\cdot\left(\frac{t}{100}\right)^3\end{aligned}\right\}\tag{1.9}$$

t 为自 1975 年至所归算年分的年数。α，δ 为归算年分恒星的岁首平位置。欲求非岁首

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

的任何瞬间的恒星平位置，令 $t=t_1+\tau$（t_1 为自 1975年到所归算年分的年数，τ 为该年岁首到所求瞬间的时间间隔，以年为单位，可在当年中国天文年历的白塞耳日数表查得）

AV_α 为赤经年变 $\qquad AV_\alpha=\dfrac{d\alpha}{dt}+\mu$（$\mu$ 为自行）

SV_α 为赤经长期变化 $\quad SV_\alpha=100\dfrac{d}{dt}(AV_\alpha)$

$3^d_\alpha t$ 为赤经三次项 $\qquad 3^d_\alpha t=\dfrac{10^6}{6}\;\dfrac{d^2}{dt^2}(AV_\alpha)$

对赤纬同样，这些数值在南大星表、GC星表、BD星表中都可查得。

B）拱极星平位置计算公式：

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\alpha^0+\left(AV^0_\alpha+\frac{t-t_0}{200}\cdot SV^0_\alpha\right)\cdot(t-t_0)+(SV^1_\alpha-SV^0_\alpha)\cdot\frac{(t-t_0)^3}{3000}\\ \delta&=\delta^0+\left(AV^0_\delta+\frac{t-t_0}{200}\cdot SV^0_\delta\right)\cdot(t-t_0)+(SV^1_\delta-SV^0_\delta)\cdot\frac{(t-t_0)^3}{3000}\end{aligned}\right\}\tag{1.10}$$

式中 t 为所求年份，t_0 为 t 以前与 t 最接近的表（南大星表）上列出的年份。α^0、AV^0_α、SV^0_α、δ^0、AV^0_δ 和 SV^0_δ 为对应于 t_0 年的有关数值；α^1、AV^1_α、SV^1_α、δ^1、AV^1_δ 和 SV^1_δ 为对应于 (t_0+5) 年的有关数值。

对非岁首的任何瞬间，方法与前述非拱极星的情况类似，可将 $t=t_1+\tau$ 代入。

（2）第二组公式

A）
$$\left.\begin{aligned}\alpha_{1950.0}&=\alpha_0+M^s+N^s\cdot\sin\alpha_m\cdot\mathrm{tg}\delta_m\\ \delta_{1950.0}&=\delta_0+N''\cdot\cos\alpha_m\end{aligned}\right\}\tag{1.11}$$

α_0，δ_0 为某历元的位置，$\alpha_m=\dfrac{\alpha_0+\alpha_{1950.0}}{2}$，$\delta_m=\dfrac{\delta_0+\delta_{1950.0}}{2}$

其中 $M''=-4609''.896\,t-1''.395\,t^2-0''.0371\,t^3$

$\qquad N''=-2004''.255\,t+0''.426\,t^2+0''.0416\,t^3$

t 从 1950.0 起算，向前为负，向后为正，以儒略世纪数为单位。

B）
$$\left.\begin{aligned}\alpha_{1975.0}&=\alpha_0+M^s+N^s\cdot\sin\alpha_m\cdot\mathrm{tg}\delta_m\\ \delta_{1975.0}&=\delta_0+N''\cdot\cos\alpha_m\end{aligned}\right\}\tag{1.12}$$

其中 $\quad M''=-4610''.594\cdot t-1''.395\cdot t^2-0''.0371\cdot t^3$

$\qquad N''=-2004''.04225\cdot t+0''.426t^2+0''.0416\cdot t^3$

t 从 1975.0 起算，向前为负，向后为正，以儒略世纪数为单位。

（3）第三组公式

$$\left.\begin{aligned}\cos\delta\cdot\sin(\alpha-z)&=\cos\delta_0\cdot\sin(\alpha_0+\zeta_0)\\ \cos\delta\cdot\cos(\alpha-z)&=\cos\theta\cdot\cos\delta_0\cdot\cos(\alpha_0+\zeta_0)-\sin\theta\cdot\sin\delta_0\\ \sin\delta&=\cos\theta\cdot\sin\delta_0+\sin\theta\cdot\cos\delta_0\cdot\cos(\alpha_0+\zeta_0)\end{aligned}\right\}\tag{1.13}$$

如果 1950.0⇒t（t 从 1950.0 起算，以儒略世纪数为单位）

$\zeta_0=2304''.948\cdot t+0''.302\cdot t^2+0''.0179\cdot t^3$

$z=2304''.948\cdot t+1''.093\cdot t^2+0''.0192\cdot t^3$

$\theta=2004''.255\cdot t-0''.426\cdot t^2-0''.0416\cdot t^3$

若 $t\Rightarrow 1950.0$（t 从 1950.0 起算，以儒略世纪数为单位）

$$\zeta_0 = -2304''.948\cdot t - 1''.093\cdot t^2 - 0''.0192\cdot t^3$$

$$z = -2304''.948\cdot t - 0''.302\cdot t^2 - 0''.0179\cdot t^3$$

$$\theta = -2004''.255\cdot t + 0''.426\cdot t^2 + 0''.0416\cdot t^3$$

（4）第四组公式（近极恒星岁差计算公式）

令 $p=\sin\theta\cdot\left[\mathrm{tg}\delta_0+\mathrm{tg}\frac{\theta}{2}\cdot\cos(\alpha_0+\zeta_0)\right]$

则有

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{tg}[\alpha-\alpha_0-\zeta_0-z]=\frac{P\cdot\sin(\alpha_0+\zeta_0)}{1-p\cos(\alpha_0+\zeta_0)}\\&\mathrm{tg}\frac{1}{2}(\delta-\delta_0)=\mathrm{tg}\frac{\theta}{2}\cdot\frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\alpha_0+\zeta_0-z)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha_0-\zeta_0-z)}\end{aligned}\right\}\quad(1.14)$$

ζ_0，z，θ 同上

六、哈雷彗星的中天和出没

（1）中天

若彗星赤纬 $\delta>\varphi$，彗星在天顶之北中天，则 $h=90^\circ-(\delta-\varphi)=90^\circ+\varphi-\delta$，$A=0^\circ$。 (1.15)

若彗星赤纬 $\delta<\varphi$，彗星在天顶之南中天，则 $h=90^\circ-(\varphi-\delta)=90^\circ+\delta-\varphi$，$A=180^\circ$ (1.16)

彗星中天时的时角 $t=0$，恒星时 $S=\alpha$，就可求出彗星中天时的地方平太阳时。

（2）出没

彗星出没时，$h=0$，根据地平坐标与赤道坐标关系式之一 $\sin h=\sin\varphi\cdot\sin\delta+\cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t=0$，有 $\cos t=-\mathrm{tg}\varphi\cdot\mathrm{tg}\delta$ 或 $\mathrm{tg}^2\frac{t}{2}=\frac{\cos(\varphi-\delta)}{\cos(\varphi+\delta)}$ (1.17)

彗星出 $180^\circ<t_E<360^\circ$（或 $12^h<t_E<24^h$）

没 $0^\circ<t_W<180^\circ$（或 $0^h<t_W<12^h$）

$$S_E=\alpha+t_E。$$
$$S_W=\alpha+t_W$$

从 S_E 和 S_W 可得到彗星出没时的地方平时。如果彗星 α 变化大，则分别应用出没时的数值。

哈雷彗星的地平高度是能否观测哈雷彗星的重要参考资料。

下面介绍一种图解方法，可以从时角 t 近似表示出地平高度（详见图 1.1）。

横坐标代表时角 t 的余弦，纵坐标代表地平高度 h 的正弦。

$$\sin h=\sin\varphi\cdot\sin\delta+\cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t。$$

令 $y=\sin h$，$x=\cos t$，$a=\sin\varphi\cdot\sin\delta$，$b=\cos\varphi\cdot\cos\delta$，则有 $y=a+bx$，代表一条直线。

对确定的某一观测地，欲了解某天（δ 已知）哈雷彗星地平高度变化情况，只要画出直线 $y=a+bx$，为了确定此直线，须划出直线上的两点：

A)　　$t=0$（上中天），$h=90^\circ\pm(\varphi-\delta)$　$(\delta\gtrless\varphi)$。

B)　　$t=\pm 6^h(x=\cos t=0)$，$\sin h=\sin\varphi\cdot\sin\delta$，$h=\sin^{-1}(\sin\varphi\cdot\sin\delta)$。

图上的两条直线表示的是 $\varphi=16^\circ$ 和 $\varphi=32^\circ$ 纬度地区在1986年 4 月11日所观测到的哈雷彗星地平高度的变化情况。对其它纬度地区和观测日期可画出相对应的直线。

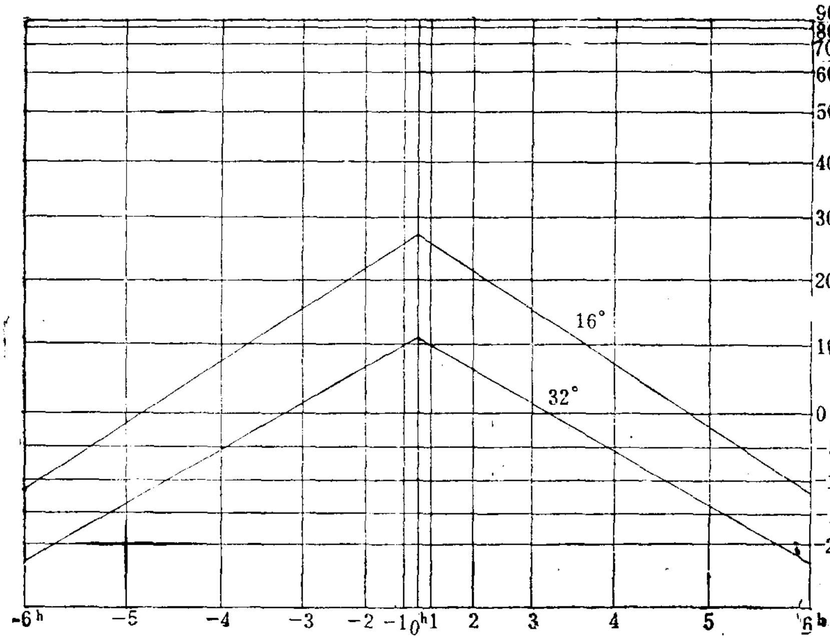
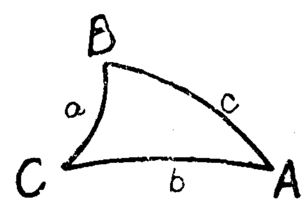


图1.1　哈雷彗星地平高度与时角关系变化图

§3　基本球面三角公式和解法

一、基本公式



(1) 余弦公式（三边一角或三角一边）

$$\left.\begin{aligned}\cos a&=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A\\ \cos b&=\cos c\cdot\cos a+\sin c\cdot\sin a\cdot\cos B\\ \cos c&=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b\cdot\cos C\end{aligned}\right\}\quad \mathrm{I}_a$$

$$\left.\begin{aligned}\cos A&=-\cos B\cdot\cos C+\sin B\cdot\sin C\cdot\cos a\\ \cos B&=-\cos C\cdot\cos A+\sin C\cdot\sin A\cdot\cos b\\ \cos C&=-\cos A\cdot\cos B+\sin A\cdot\sin B\cdot\cos c\end{aligned}\right\}\quad \mathrm{I}_b$$

(2) 正弦公式（二角二边）

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}\qquad \mathrm{I}$$

(3) 五元素公式（三边二角或三角二边）

$$\left.\begin{aligned}
&\sin a\cdot\cos B=\cos b\cdot\sin c-\sin b\cdot\cos c\cdot\cos A\\
&\sin a\cdot\cos C=\cos c\cdot\sin b-\sin c\cdot\cos b\cdot\cos A\\
&\sin b\cdot\cos C=\cos c\cdot\sin a-\sin c\cdot\cos a\cdot\cos B\\
&\sin b\cdot\cos A=\cos a\cdot\sin c-\sin a\cdot\cos c\cdot\cos B\\
&\sin c\cdot\cos A=\cos a\cdot\sin b-\sin a\cdot\cos b\cdot\cos C\\
&\sin c\cdot\cos B=\cos b\cdot\sin a-\sin b\cdot\cos a\cdot\cos C
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{III}_a$$

$$\left.\begin{aligned}
&\sin A\cdot\cos b=\cos B\cdot\sin C+\sin B\cdot\cos C\cdot\cos a\\
&\sin A\cdot\cos c=\cos C\cdot\sin B+\sin C\cdot\cos B\cdot\cos a\\
&\sin B\cdot\cos c=\cos C\cdot\sin A+\sin C\cdot\cos A\cdot\cos b\\
&\sin B\cdot\cos a=\cos A\cdot\sin C+\sin A\cdot\cos C\cdot\cos b\\
&\sin C\cdot\cos a=\cos A\cdot\sin B+\sin A\cdot\cos B\cdot\cos c\\
&\sin C\cdot\cos b=\cos B\cdot\sin A+\sin B\cdot\cos A\cdot\cos c
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{III}_b$$

由Ⅰ$_a$，Ⅱ，Ⅲ$_a$部分公式组成高斯公式组：

$$\left.\begin{aligned}
&\cos a=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A\\
&\sin a\cdot\sin B=\sin b\cdot\sin A\\
&\sin a\cdot\cos B=\cos b\cdot\sin c-\sin b\cdot\cos c\cdot\cos A
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{III}_c$$

(4) 余切公式（四元素公式：二边和二角）

$$\left.\begin{aligned}
&\cot a\cdot\sin b=\cos b\cdot\cos C+\sin C\cdot\cot A\\
&\cot a\cdot\sin c=\cos c\cdot\cos B+\sin B\cdot\cot A\\
&\cot b\cdot\sin c=\cos c\cdot\cos A+\sin A\cdot\cot B\\
&\cot b\cdot\sin a=\cos a\cdot\cos C+\sin C\cdot\cot B\\
&\cot c\cdot\sin a=\cos a\cdot\cos B+\sin B\cdot\cot C\\
&\cot c\cdot\sin b=\cos b\cdot\cos A+\sin A\cdot\cot C
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{IV}$$

(5) 正切公式

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(a-b)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(a+b)}=\frac{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(A-B)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(A+B)}\\
&\frac{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(b-c)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(b+c)}=\frac{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(B-C)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(B+C)}\\
&\frac{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(c-a)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(c+a)}=\frac{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(C-A)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}(C+A)}
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{V}$$

(6) 六元素公式

$$\left.\begin{aligned}
&\sin a\cdot\sin c+\cos a\cdot\cos c\cdot\cos B=\sin A\cdot\sin C-\cos A\cdot\cos C\cdot\cos b\\
&\sin b\cdot\sin a+\cos b\cdot\cos a\cdot\cos C=\sin B\cdot\sin A-\cos B\cdot\cos A\cdot\cos c\\
&\sin c\cdot\sin b+\cos c\cdot\cos b\cdot\cos A=\sin C\cdot\sin B-\cos C\cdot\cos B\cdot\cos a
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{VI}$$

(7) 博尔达公式（Borda）

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{tg}\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin p\cdot\sin(p-a)}}\\
\operatorname{tg}\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(p-c)\cdot\sin(p-a)}{\sin p\cdot\sin(p-b)}}\\
\operatorname{tg}\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(p-a)\cdot\sin(p-b)}{\sin p\cdot\sin(p-a)}}
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{VIIa}$$

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{tg}\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos P\cdot\cos(P-A)}{\cos(P-B)\cdot\cos(P-C)}}\\
\operatorname{tg}\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos P\cdot\cos(P-B)}{\cos(P-C)\cdot\cos(P-A)}}\\
\operatorname{tg}\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos P\cdot\cos(P-C)}{\cos(P-A)\cdot\cos(P-B)}}
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{VIIb}$$

$$p=\frac{a+b+c}{2}\qquad P=\frac{A+B+C}{2}$$

（8）达朗贝尔公式（球面三角形的正弦与余弦的半角之和及半角之差）

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{A+B}{2}&=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\times\cos\frac{C}{2}\\
\sin\frac{A-B}{2}&=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\times\cos\frac{C}{2}\\
\cos\frac{A+B}{2}&=\frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\times\sin\frac{C}{2}\\
\cos\frac{A-B}{2}&=\frac{\sin\frac{a+b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\times\sin\frac{C}{2}
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{VIII}$$

其余公式类推

（9）内珀尔公式

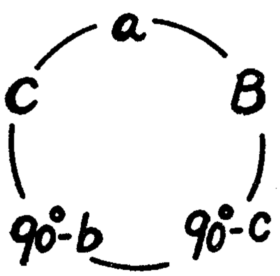
$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}&=\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\cdot\cot\frac{C}{2}\\
\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}&=\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\cdot\cot\frac{C}{2}\\
\operatorname{tg}\frac{a+b}{2}&=\frac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\cdot\operatorname{tg}\frac{c}{2}\\
\operatorname{tg}\frac{a-b}{2}&=\frac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(A+B)}\cdot\operatorname{tg}\frac{c}{2}
\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{IX}$$

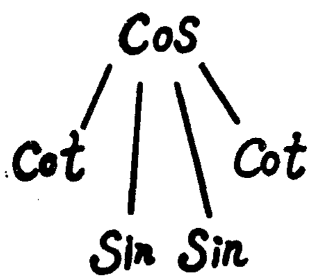
其余公式类推

以上有些公式不是独立的，但是在计算过程中可以作为验算公式。

(10) 直角三角形（设$A=90°$）

$$\left.\begin{aligned}&\cos a=\cos b\cdot\cos c=\cot B\cdot\cot C\\&\sin b=\sin a\cdot\sin B=\mathrm{tg}c\cdot\cot C\\&\sin c=\sin a\cdot\sin C=\mathrm{tg}b\cdot\cot B\\&\cos B=\cos b\cdot\sin C=\mathrm{tg}c\cdot\cot a\\&\cos C=\cos c\cdot\sin B=\mathrm{tg}b\cdot\cot a\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{X}$$



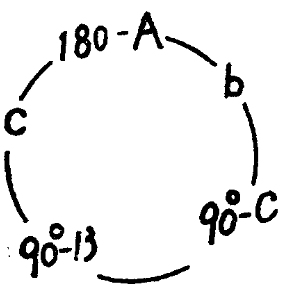


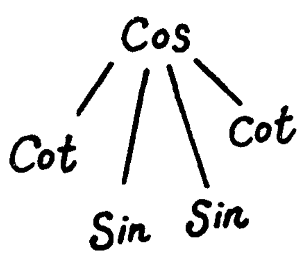
记忆办法：

cos(　)=sin(　)·sin(　)

=cot(　)·cot(　)

(11) 象限三角形（设$a=90°$）





记忆办法：

cos(　)=sin(　)·sin(　)

=cot(　)·cot(　)

$$\left.\begin{aligned}&\cos A=-\cos B\cdot\cos C=-\cot b\cdot\cot c\\&\sin B=\sin A\cdot\sin b=\mathrm{tg}C\cdot\cot c\\&\sin C=\sin A\cdot\sin c=\mathrm{tg}B\cdot\cot b\\&\cos b=\cos B\cdot\sin c=-\mathrm{tg}C\cdot\cot A\\&\cos c=\cos C\cdot\sin b=-\mathrm{tg}B\cdot\cot A\end{aligned}\right\}\qquad \mathrm{XI}$$

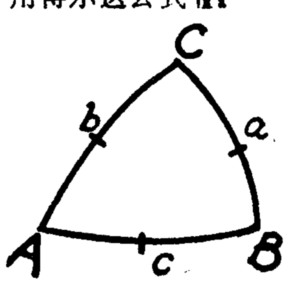
二、球面三角形解法

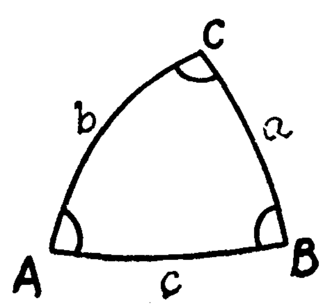
(1) 非直角球面三角形解法

A. 已知a，b，c 三边，求 A，B，C 三角

① 用余弦公式Ⅰ。

② 用博尔达公式Ⅶ。





此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com