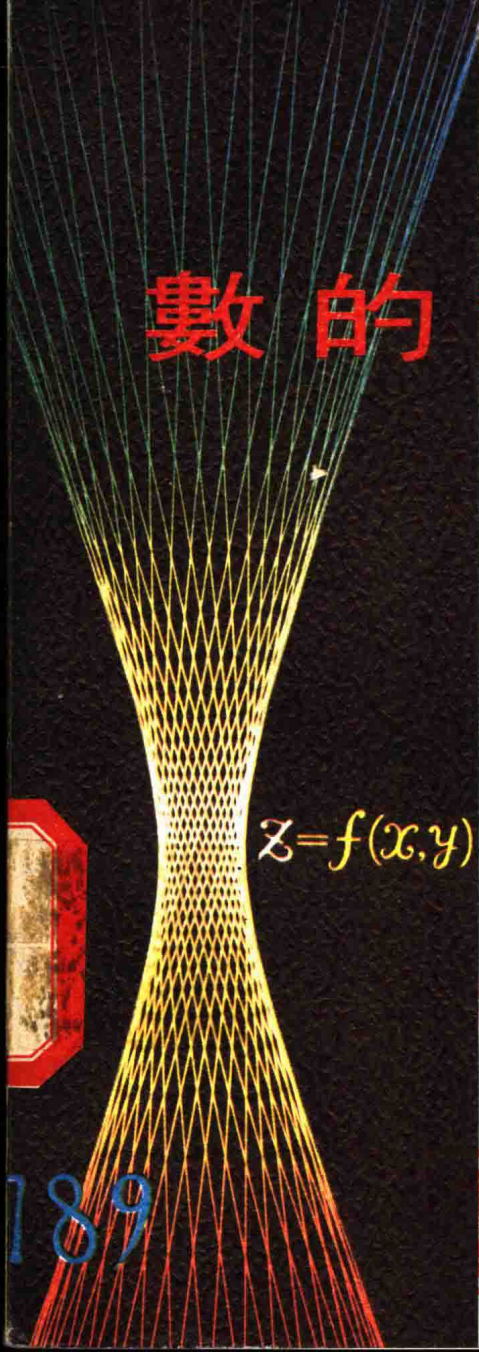


13.1 / 182



數的世界


$$z=f(x,y)$$

THE
MATHEMATICAL
WORLD

薛文輝 編著

真知出版社 出版

數 的 世 界

THE MATHEMATICAL WORLD

薛文輝編著・真知出版社出版

數 的 世 界

編 著 者：薛 文 輝

出 版 者：真 知 出 版 社

香港北角馬寶道66號二樓

印 刷 者：光 藝 印 刷 有 限 公 司

香港北角英皇道657-659號四樓

定 價：港 幣 四 元 四 角

版 權 所 有 * 不 准 翻 印

(一九七四年三月印)

寫在前面

從「數手指」到「電子計算機」，這是一個多麼大的發展，這又是一條多麼漫長的道路！

在人類所創造的「數的世界」裏，是那麼多姿多采，變化無窮。

或者你對數學很有興趣，或者你覺得數學非常枯燥無味，那是無關緊要的，只要你願意，請你翻開本書的下一頁，打開「從1個對應1個開始」的大門，你便可以漫遊「數的世界」。在這次漫遊中，你將會感到輕鬆而毫不吃力，還必然有所見識。

是的，跟數學未建立感情之前，對着什麼「幾何學」、「解析幾何學」、「微分積分學」、「非歐幾里德幾何學」等等一大堆名辭術語，確會令人「望而生畏」，它們的臉孔總是那麼神聖不可侵犯似的。但當你翻閱過它們的出生史之後，你便會改變原來的印象，它們都不過是人類生產活動的產兒，它們和我們人

類的生活是不可分割的，它們是平易可親的，是爲我們服務的。那麼，它們那副令人「敬畏」的臉孔，並非它們的真臉孔，而是給一些人着意打扮出來的。

數學如此，其他各種科學又何嘗不是如此！

編者謹識

1970 年春

目 次

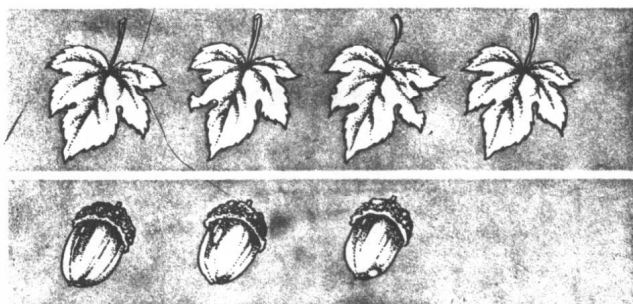
寫在前面	1
從 1 個對應 1 個開始	1
5 進法・10 進法・20 進法	7
各種各樣的數字符號	10
「手指乘法」	14
幾何學發源於農業生產	16
古埃及的數學記載	19
金字塔的高度	23
三角數和四角數	28
正五角形和「黃金分割」	31
畢達哥拉斯定理	34
初等幾何的三大難題	42
「幾何學原本」	45
圓和球	49
圓周率計算的歷史	53
圓錐的切口	60
拋物綫和橢圓	67
算盤	71

古代的代數·····	74
對數和計算尺·····	78
2 進法·····	81
透視圖法——射影幾何學·····	85
大數和小數·····	91
解析幾何學·····	95
切線的問題·····	98
歐拉和一筆畫的故事·····	100
多面體·····	104
非歐幾里德幾何學·····	109
航海圖的畫法·····	112
各種各樣的曲線·····	116
各種各樣的曲面·····	123
鏡中的像·····	129
相對論·····	131

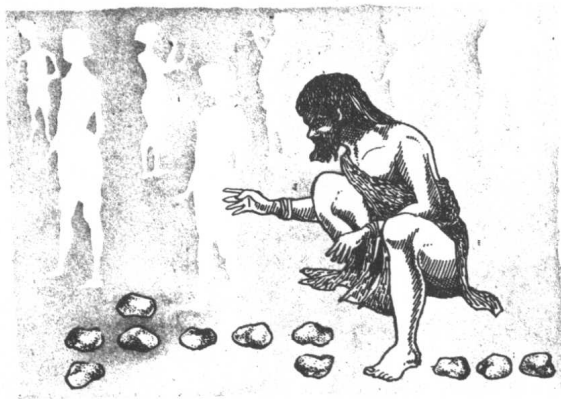
從 1 個對應 1 個開始

數學的發明，是人類在日常生活勞動中累積經驗而來的。

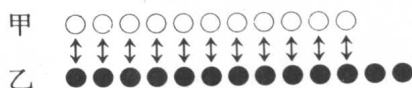
數概念的開始，大概是由二種物的集合而引起的。例如，有二部份物件，首先我們會考慮那一部份多些，那一部份少些，或二部份相等。



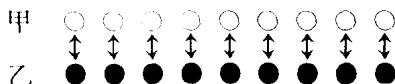
數的大小 樹葉和果實以及人和小石塊，1對1地對應起來，比較其各個的大小。



例如甲部份有數個物件，乙部份也有數個物件，我們把它排列起來，便如下圖所示，甲



乙兩個部份的各個物件一個對應一個。若甲方的物件早已沒有了，而乙方的物件仍有餘的話，那麼便說乙方的物件比甲方所含的物件為多。反之，若在互相一個對應一個地排列中，乙方的物件早已沒有，而甲方仍有物件未能得到乙方的對應時，則此時說甲方所含的物件比乙方為多了。又若如圖所示，甲方所含的物件



和乙方所含的物件 1 對 1 地對應起來，雙方皆沒有剩餘的話，則說甲方所含的物件和乙方所含的物件數皆相等。

我們的祖先，便是如此把甲乙兩方的物件 1 對 1 地對應起來，看那一方多了多少，或是雙方的物件都相等。例如從前某些民族的酋長記憶其族人人數的方法，是叫每個族人都要給他一塊小石頭，這個酋長收集好石頭後便把這些石頭放入一個袋中儲存起來。這些石頭和人數是 1 個對應 1 個，故石頭數的多少即是人數的多少。

在下次集合中，酋長若想知道這次集合是否全族人皆到齊的話，他可以把儲存起的小石頭逐個發給族人，倘若發完後還有剩餘的小石，這便證明還有人未到，或證明本族的人數比上次集合時減少了（被殺、被俘虜，或病死）。若酋長想再過數天又召集族人，那麼他便在繩上打結，結數和日數相等，一個結代表一天；每個族人均發給如此一條繩，大家每天解開一個結，直至全部繩結都解開那一天，便前來聚集。這亦是利用 1 個對應 1 個的道理。



繩結 我們的祖先，若指示一個數給對方，曾利用繩結的辦法，把兩條繩都打相等的結，交一條給對方，自己則保存其中一條。

1 個對應 1 個，數學可能就從這裏開始。

在沒有歷史記載以前，我們祖先的數學究竟達到什麼程度呢？這是很難研究的。不過，據某些探險家說，一些未開化的民族可以數 1 和 2，若超過 2，例如 3 件或 4 件，則分不清楚了。凡是超過 2 的，統統用「很多」一詞去代表。

原始社會，人的生活雖然很簡單，但因人類社會的不斷進步，生活也逐漸複雜，日常遇到的數目也漸漸多了。例如有一人養了 8 隻家畜，8 這個數目對當時人類來說是太大了，他們就在附近的樹幹上一畫對應一隻家畜地刻了 8 畫，他的家畜究竟夠不夠，只要一畫對應一隻，便知道了。

由以上的方法，若想知道兩種不同的物體，其數目是否相等或是任何一方多過對方，只要1對1地對應起來便立即知道，確是一個很好的方法，原始社會的人便是這樣。數目是要樣品的，而且1件樣品對應1個數。樣品普

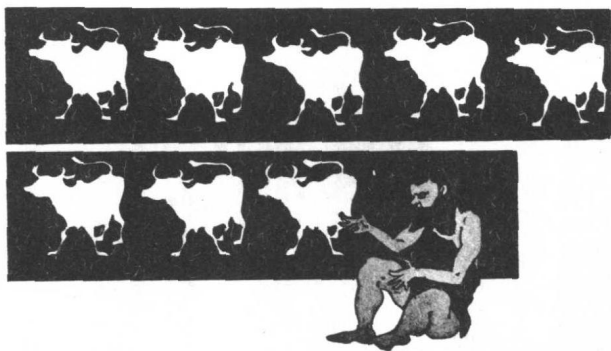


數的樣品 把我們周圍的東西，拿來做數的樣品。

通以樹葉、鳥羽，或自己的手指等，由這樣發展下去，他們大概可以數到五個數了，因為一隻手有五個手指。這些以鳥羽、樹葉等作為數目的樣品，在原始時代的人類未必可以立即發現的，因為那時人類多以自己身體的部份作多數目的樣品，例如手指或腳趾等，如此是很方便的。

5 進法 · 10 進法 · 20 進法

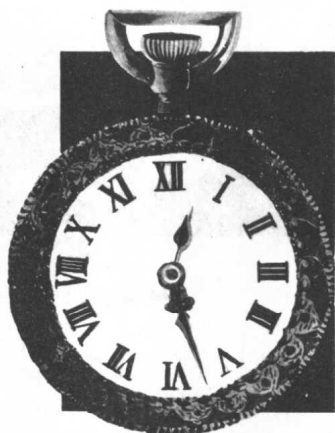
5 進法可能是最初的進位法，因為人的一隻手共有五個手指，一舉手便是五個，這是很



5 進法 古代的原始人是以一隻手代表 5 的，一隻手再加上另一隻手的 3 個手指，是代表 8。

自然的進位法。格陵蘭的土籍民族便是這樣數的：

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5 一隻手數完
- 6 一隻手和另一隻手的 1 個手指
- 7 一隻手和另一隻手的 2 個手指
- 8 一隻手和另一隻手的 3 個手指
- 9 一隻手和另一隻手的 4 個手指
- 10 兩隻手數完



羅馬的數字 古代時鐘鐘面上的羅馬數字，也是 5 進法的一種。

人類的祖先也是如此數法的，這裏有一個證據。例如古代時鐘上的羅馬數字便是很好的例子。如上圖所示，由 1 至 4，是以畫表示的，4 便是劃四畫。輪到 5 的數字時，亦可以劃五畫以表示，如

IIIII

但如此似太笨拙，所以改以 V 的符號代表之。5 以後的數，則以

VI VII VIII VIIII

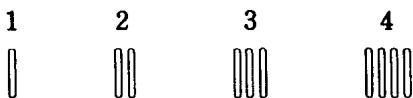
表示，輪到10時，則特別以一符號 X 代表，此符號即 5 字的符號 V 和其倒轉的符號 Λ 相互連接起來的。照如上的數法，輪到 5 時便以一總符號代表之，這稱為五進法。

人有兩隻手，而每隻手皆有五個手指，兩隻手合有十隻手指，利用手指可以數到10。現在使用中的數法便是十進法。

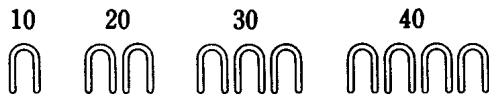
同時，手和足的指共有20，即可以利用全部手指和腳趾，把數數到20，這種數法稱為20進法。人類的祖先曾一度使用這樣的算法的，例如英語的 Score 和法語的 Vingt，便是代表 20 的意思。

各種各樣的數字符號

物件的個數既然可以數出來，那麼當然要有表示數目的符號了，不然是沒法去記錄的。古代埃及記錄數的方法以畫代表，例如一畫代表 1 字，二畫代表 2 等等，即



輪到 10, 20, 30, 40 時，如下圖所表示：



又 100 則以 C 代表之，如

