

变位齿轮

王 铭 勋 著

机械工业出版社

变位齿轮

王 铭 勋 著

机械工业出版社

标准渐开线齿轮是变位齿轮的一类型。有切削(齿形)变位和安装(啮合)变位，前者还可以分为径向变位和切向变位。

本书系统地叙述了直齿圆柱齿轮、内齿轮、斜齿圆柱齿轮、圆锥齿轮和蜗轮蜗杆等变位齿轮的形成、几何尺寸的确定法，啮合条件和指标以及有关切制上的某些问题。为了读者能够理解变位齿轮又能作实际运算，书中对于公式、图表都作了诱导说明或附使用例。对于每一种齿轮都举有较详细的计算例。书末附有齿轮分析实例，参考用变位系数表和正确计算或进一步研究变位齿轮所必需的 $\xi_0-\lambda_0-\sigma_0$ 函数表。

本书可作为高等工业学校机械制造类专业的学生和机械制造设计技术人员在变位齿轮方面的参考书。

文中如有错误之处，请读者们提出并欢迎批评。

变位齿轮

王铭勋著

*

机械工业出版社出版 (北京苏州胡同 141 号)
(北京市书刊出版业营业许可证字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 · 印张 8 5/8 · 插页 1 · 字数 269 千字

1958 年 8 月北京第一版 · 1965 年 11 月北京第三次印刷

印数 10,651—20,150 · 定价(科七) 1.40 元

*

统一书号：15033·981(1506)

目 次

序	4
采用符号的说明	5
I 緒言	7
II 渐开线变位齿轮的理论基础	8
1 渐开线及其渐切法	8
2 渐开线圆柱齿轮的啮合方程	10
3 渐开线圆柱齿轮的干涉和腹切	10
4 变位齿轮的形成和其啮合方程	15
1 变位切削和无腹切变位系数的决定	15
2 变位齿轮的啮合方程	18
3 齿隙 C_n 和啮合方程的计算	20
5 变位齿轮的尺寸	24
1 径向间隙取标准值 $c_0 m_0$	24
2 DIN 的计算法	25
3 比例分配法	25
6 齿厚的检查和啮合性能的计算	25
1 齿顶厚 S_e	26
2 喷合系数 ϵ	28
3 滑动比 η	32
4 压比 ζ	35
5 齿根弦齿厚 S_i	37
7 变位齿轮的类型	41
1 零-齿轮 ($0 - \text{齿轮}$)	41
2 变位-零齿轮 ($V - 0$ 齿轮)	41
3 变位-正齿轮 ($V +$ 齿轮)	44
4 变位-负齿轮 ($V -$ 齿轮)	46
III 变位齿轮的切制和应用设计	47
1 变位齿轮的切制	47
1 滚刀轴斜角 $\omega\xi$	47
2 插齿刀的变位切削	47
3 变位齿轮的尺寸检查	50
4 齿轮分析	52
2 应用设计	53
1 变位齿轮啮合选择表	53
2 齿配中心距离	53
3 等齿高的两对变位齿轮	55
4 所谓不可思議齿轮机构	55
5 相似形齿轮	56
IV 内齿轮	57
1 齿轮的基本尺寸	57
2 内齿轮的干涉	58
1 渐开线干涉	58
2 过渡干涉	59
3 齿顶干涉	59
V 直齿圆柱齿轮和内齿轮的计算例	61
1 直齿圆柱变位-正齿轮 (为改善啮合性能)	61
2 直齿圆柱变位-正齿轮 (为齿配中心距离)	62
3 直齿圆柱变位内齿轮	63
VI 斜齿圆柱齿轮	64
1 端面齿形	64
2 法面齿形	65
3 无腹切最小齿数 $(Z_s)_{\min}$	67
4 公法线齿厚和啮合方程	69
5 啮合方程计算上的问题	71
6 变位斜齿圆柱齿轮的计算例	75
VII 圆锥齿轮	80
1 施别尔 (A.Schiebel) 式的变位计算	81
2 现在的变位计算	84
3 一般变位齿轮	88
1 一般变位齿轮的啮合方程	88
2 一般变位齿轮的类型	90
4 变位圆锥齿轮的计算例	91
1 圆锥变位-零齿轮	91
2 圆锥变位-正齿轮	94
VIII 蝶轮与蝶杆	99
1 蝶轮中央截面的弦齿厚 S_{xsl} 和齿高 h_{xsl}	99
2 蝶轮中央截面的固定弦齿厚 S'_{xsl} 和齿高 h'_{xsl}	99
3 蝶杆齿法面的弦齿厚 S_{xnl} 和齿高 h_{xnl}	101
4 蝶轮齿法面的弦齿厚 S_{xnn} 和齿高 h_{xnn}	101
5 变位蝶轮蝶杆计算例	103
IX 变位系数的选择	104
结束语	105
参考文献	106
问题解答	107
附表 1 $V - 0$ 齿轮 $\xi_1 = -\xi_2$ 变位系数表 (B. A. УМНОВ)	
附表 2 $V +$ 齿轮 ξ_1, ξ_2 变位系数表 (B.A.УМНОВ)	
附录 1	

序

齒輪傳動具有很大的靈敏度，只有當齒形的設計和製造在理論上正確時，才有可能作平穩的運轉。著者從滾切出發來論述漸開線齒形的形成和其嚙合幾何計算。要正確理解嚙合幾何，對於切削過程作進一步的分析是需要的。因此，在某些問題上導入了較複雜的幾何學關係——這是齒形理論難解的原因。對於系統的幾何學的說明是不可缺少的，所以在書中嚴格區別了刀具切削和齒輪嚙合的兩種情況，例如刀具角 α_0 和嚙合角 α ，刀具模數 m_0 和嚙合模數 m 等。在討論變位時，也區別了刀具徑向、切向切削變位，即齒形變位和齒輪安裝變位（嚙合變位）。

書中某些地方（例如齒頂干涉）只有誘導的幾何關係，缺少實用的圖表或數字。為了正確理解滾刀及其切削情況，蝸杆蝸輪一章今後尚須充實。

如果本書對讀者有所幫助，在提高齒輪設計製造的質量上有所參考，那末這是著者所期望的，這是和第一機械工業部第二機器管理局（機床與工具）編輯部同志、已故姚肇怡工程師的帮助和計算 $\xi_0 - \lambda_0 - \sigma_0$ 函數表的戚淑珍同志的勤勞分不開的，特此表示謝意。

朱 羅

采用符号的說明

A	圆柱变位齿輪嚙合中心距(公厘)	m_0	齿条刀模数
A_o	标准齿輪嚙合中心距(公厘)	m_{0n}	齿条刀在法面的模数
A_θ	被切齿輪和插齿刀的中心距(公厘)	m_{0s}	齿条刀在端面的模数
A_{nx}	圆柱变位齿輪無齿隙嚙合中心距(公厘)	S	嚙合节圓上端面齿厚(公厘)
A_s	斜齿圆柱变位齿輪嚙合中心距(公厘)	$S_{a\theta}$	蜗杆分齿圆柱面上軸向齿厚(公厘)
b	齿輪工作齿寬	S_θ	分齿圆上齿厚(公厘)
c_0	标准齿条刀徑向間隙(公厘)	S_e	齿頂齿厚(公厘)
c'_0	标准齿条刀徑向間隙以 m_0 計的系数	S_i	齿根弦齿厚(公厘)
c'_{0n}	标准齿条刀在法面的徑向間隙以 m_{0n} 計的系数	S_n	分齿圆法面齿厚(公厘)
c'_{0s}	标准齿条刀在端面的徑向間隙以 m_{0s} 計的系数	S_x	分齿圆弦齿厚(公厘)
D_c, R_c	齿頂圆直徑,半徑(公厘)	S'_x	固定弦齿厚(公厘)
D_i, R_i	齿根圆直徑,半徑(公厘)	t	标准齿条刀具节距(公厘)
D, R	嚙合节圓直徑,半徑(公厘)	t_a	斜齿圆柱齿輪軸向节距(公厘)
D_θ, R_θ	分齿圆直徑,半徑(公厘)	t_0	标准齿条刀刀齒法面节距或齿輪的基节(公厘)
D_0, R_0	漸开綫基圓直徑,半徑(公厘)	Z	齿輪齿数或蜗杆綫数
f	一般齿輪齿頂高以 m 計的系数或摩擦系数	Z_c	嚙合大、小齿輪的齿数和
f_0	齿条刀直綫刀刃齿頂高以 m_0 計的系数	Z_p	大齿輪和小齿輪的齿数差
f_{0n}	齿条刀直綫刀刃在法面以 m_{0n} 計的齿頂高系数	Z_0	标准冠齿輪齿数
f_{0s}	齿条刀直綫刀刃在端面以 m_{0s} 計的齿頂高系数	Z_s	当量齿数
h	齿高(公厘)	α	齿輪嚙合角
h'	由嚙合节圓算起的齿頂高(公厘)	α_0	齿条刀具角
h'_0	由分齿圆算起的齿頂高(公厘)	α_{0n}	齿条刀在法面上的刀具角
h''	由嚙合节圓算起的齿根高(公厘)	α_{0s}	齿条刀在端面上的刀具角
h''_0	由分齿圆算起的齿根高(公厘)	α_s	齿輪端面嚙合角
h_x	分齿圆齿厚弦到齿頂的高度(公厘)	$\alpha_{s\theta}$	用插齿刀切削齿輪时的端面切削嚙合角
h'_x	固定弦到齿頂的高度(公厘)	β	节圓柱上輪齒綫螺旋角
i	傳动比	β_θ	分齿圆柱上輪齒綫螺旋角
L	圆錐齿輪变位后的錐距(公厘)	β_0	基圓柱上輪齒綫螺旋角
L_0	圆錐齿輪标准錐距(公厘)	Δ'	齿頂圓錐角
L_0^n	測量 n 个标准齿的公法綫齿厚(公厘)	Δ''	齿根圓錐角
L_ξ^n	測量 n 个变位齿的公法綫齿厚(公厘)	δ	变位齿輪漸开綫齿形在基圓的中心角或圓錐齿輪兩軸夾角
L_i	錐頂点到圆錐齿輪根圓中央点的距离(公厘)	φ	圆錐齿輪节圓錐角或損耗系数或腹切量計算角
m	齿輪嚙合模数	φ_e	圆錐齿輪齿頂圓錐角
		ξ	齿条刀徑向切削变位系数
		ξ_c	嚙合大、小齿輪切削变位系数和

ξ_n ——齿条刀法面徑向切削变位系数

ξ_s ——齿条刀端面徑向切削变位系数

ξ_t ——齿条刀切向切削变位系数

λ ——变位齿輪安装变位系数

λ_s ——斜齿变位齿輪端面安装变位系数

σ ——齿高减少系数或反变位系数 $\sigma = \xi_c - \lambda$

ϵ ——啮合大、小齿輪啮合系数, $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2$

ϵ_z ——一个Z齿的齿輪啮合时应有的啮合系数 ϵ_1

或 ϵ_2

η ——滑动比

ζ ——压比

ω_e ——齿頂厚系数 $S_e = \omega_e m_0$

inv——漸开線函数 $\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha$

I 緒 言

標準漸開線齒輪的特點是在設計上比較簡單，並且有互換性。特別是使用了滾切法(Способ обкатки)以後，更加發揮了它的優點。但是齒數少的標準齒輪，由於腹切現象(Подрезание зубьев)的產生，而減弱了齒強，減少了嚙合系數 ϵ ，運轉中會發生噪音，壽命短等因而損害其嚙合性能。許用的最小齒數很有限。當

設計傳動比 $i = \frac{Z_2}{Z_1}$ 較大的齒輪偶時，若使用齒數較多的小齒輪，則會增加大齒輪的尺寸、製造成本和安裝面積。除了降低成本和縮小安裝面積外，在高速的迴轉齒輪，使用節圓小而齒數少的小齒輪也是很需要的。因為我們知道，周節或齒形誤差所產生的動載荷是隨節圓周速的平方成比例而增加。又在非標準中心距的兩軸間，安裝齒輪偶也是時常要遇到的。標準齒輪不能滿足這個要求。

為了克服上面所說的標準齒輪主要缺點，提出的要求是：

(1) 避免腹切現象，改進嚙合性能；

(2) 用有限的標準模數 m_0 ，齒數 Z_1 和 Z_2 的齒輪偶，使能安裝在非標準的一定中心距中，並且能夠正確地嚙合。

第(1)個要求可用較大刀具角 α_0 或較小齒頂系數 f_0 的刀具來解決，或者當滾切齒時，以刀具的徑向變位●來解決。

第(2)個要求需改變齒厚或用變位切削來解決。

由此可知，同時能夠滿足這兩項要求的變位切齒

法——除了切削標準齒輪用機器設備外，不需要增添任何附加設備和刀具的滾切法——是最完善的方法。這種方法的缺點是沒有完全互換性，必需成對製造，計算較複雜。可是，在封閉齒輪箱或其他成對使用齒輪的專用機械日益增多的今天，這個缺點也就不成為主要缺點了。

變位齒輪的發現到現在已有40多年了，有的把它叫做[修正齒輪]●、[V-齒輪]◎或[中心距變化式]◎的齒輪。它不但可以使用在圓柱直齒輪及圓柱斜齒輪上，而且在圓錐齒輪、蝸輪等立體齒輪上也都適用。所以說，它的應用很廣泛。關於變位系數如何選擇，其設計特點是什麼，如何製造，怎樣測量，有什麼嚙合性能，用插齒刀能否作變位切削，和滾刀或齒條刀的變位有何關係等這些問題，都是我們接觸機器圖紙時要遇到的。今將這些有關的問題作些基本理論的解釋或說明供大家參考。

● 此處的變位齒輪僅指刀具徑向變位切削的齒輪而言；至于刀具軸向變位切削的齒輪，請看一般變位齒輪的討論。

● Корректированное зубчатое колесо(Corrected Gears)當變位切削這種齒輪時，變位系數 $\xi_1=0, \xi_2=0$ 的齒輪就是標準齒輪，而不能把它叫做標準齒輪的修正，並且這樣稱呼很容易使人們錯誤地認為，它是為了緩衝而將齒頂齒面作一修改(Фланкирование)的修整齒輪(參看圖6)。

● Fay-колесо, Vau-Getriebe, Vau-Rader.

● Variabe-Center Distance System.

II 漸開線變位齒輪的理論基礎

1 漸開線及其滾切法

無論在製造上或安裝調整上，漸開線齒輪都較擺線齒輪容易並且正確，因此現在單用漸開線作為齒輪的齒形曲線。這樣，曲線的畫法，實際上如何切制就成為重要問題了。如圖1所示，半徑 R_0 的圓和其漸開線GKH之間有着不可分的關係。即，以半徑 R_0 的圓弧為

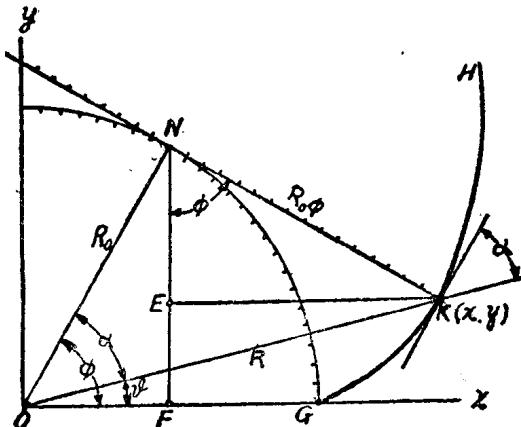


圖1 以半徑 R_0 為基圓的漸開線GKH。

基圓所得的漸開線準是和GKH相同的曲線。漸開線的起點G和曲線上的一點K的中心角 ϑ ，在變位齒輪的計算上要時常應用到。 ϑ 和K點的壓力角 α （一定要指明是那一點的壓力角）之間有如下的關係：

$$\vartheta = \tan \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha. \quad (1)$$

式中 $\vartheta - \alpha$ 的漸開線函數。

K點的半徑R或K點的直角坐標(x, y)，如令 $\phi = \tan \alpha$ ，則可用下式求得：

$$R = \frac{R_0}{\cos \alpha}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = R_0 (\cos \phi + \phi \sin \phi); \\ y = R_0 (\sin \phi - \phi \cos \phi). \end{cases} \quad (3)$$

在實際計算中，常常要用到漸開線的函數表。表1就是介紹已出版的函數表，及其使用範圍。

漸開線可用下面的兩種方法來製造。

(1) 在半徑 R_0 的基圓週上，作無滑動的滾動直線 P 上的一點所畫的軌跡(如圖2)。例如，齒形研磨法就是屬於這種方法；它用卷在基圓柱上的鋼帶來完成滾動直線的運動。

表 1

書名	α 的範圍	度的分割	$\operatorname{inv} \alpha$ 的有效位數
СПРАВОЧНИК ИНСТРУМЕНТАЛЬЩИКА① ТОМ-I 120頁 (1949年)	$0^\circ \sim 60^\circ$	$1'$	5~12
МАШИНОСТРОЕНИЕ② ТОМ-I 97頁 (1947年) Н. С. АЧЕРКАН 檢閱: ДЕТАЛИ МАШИН③ ТОМ-I 217頁 (1953年)	$0^\circ \sim 59^\circ 55'$	$5'$	5~8
М. С. ИЛЬЕНКО 等 РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ④ И ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ И РЕДУКТОРОВ МАШГИЗ 207頁 (1953年)	$15^\circ \sim 30^\circ 59' 50''$	$10''$	6~7
E.Buckingham: MANUAL OF GEAR DESIGN SECTION ONE MATHEMATICAL TABLES 94頁 (1935)	$0^\circ \sim 60^\circ$	0.01°	7~8
WERNER. F. VOGEL: INVOLUTOMETRY AND TRIGONOMETRY J.PETERS: KREIS-UND EVOLVENTEN FUNKTIONEN (1937年)	$0^\circ \sim 90^\circ$	0.01°	6~7 5~6

① 中文譯本已由機械工業出版社出版。

② 同①。

③ 本文主要參考書之一，想盡量用它的符號，圖表說明。同①。

④ 同①。

(2) 直線族 T 所作的包絡線。即通過 $1', 2', 3', \dots$ 等點與其法線 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$ 成直角的所有切線 T 的包絡線(圖 2)。實際上直線 T 是用刨刀的刀刃(圖 2)或用齒條刀及滾刀的等距 t_0 (基節)多刀刃來實現的(如圖 3, 4)。利用有限刀刃數的成漸開線曲線型的插齒刀，同樣可以切出漸開線。上述的切削法就是滾切法。而它必需合乎以下兩點要求：

a) 曲線的法線 N—N 相切於基圓上，並作無滑動的滾動。因此等長的基節 t_0 必等於刀刃間隔 $1' 2', 2' 3', \dots$ 等(圖 3, 4)。

b) 刀刃 T 以相當於滾動的進給速度 V 幷與 V 作平行移動，與這種移動方向 V 成垂直的切線族，正相當

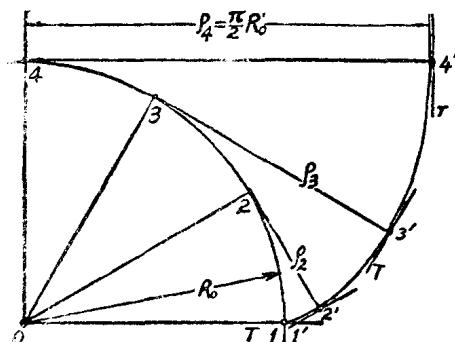


圖 2 作為 1 點漸開線軌迹或切線族 T 的包絡線所得 R_0 基圓的漸開線。

于矩形齒條的齒面(圖 3)；而與 V 方向成 $(90^\circ - \alpha_0)$ 斜角且在 V 方向的間隔為 $t = \frac{t_0}{\cos \alpha}$ 的切線族 T，則相當於梯形齒條的齒面(圖 4)。雖然這兩種方法都能夠正確地切出完全相同的等齒厚漸開線齒形，但齒輪的齒根曲線或刀的厚度和高度却不同。

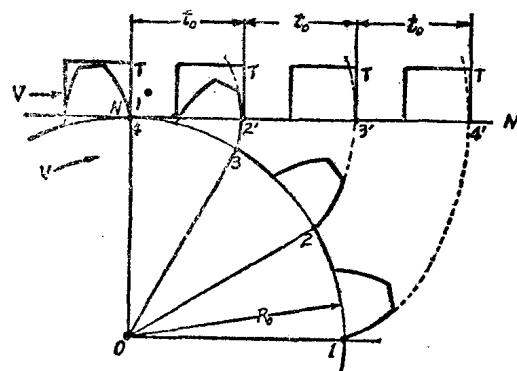


圖 3 與運動方向 V 成直角的切線族所包絡的漸開線族。

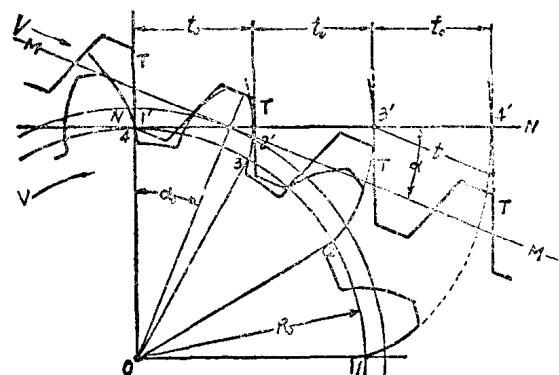


圖 4 與運動方向 V 成 $(90^\circ - \alpha_0)$ 斜角的切線族所包絡的漸開線族。

漸開線齒輪的主要特點是：[兩齒輪的中心距變化後，轉動比仍然不變]，即具有中心距的可分離性。變位齒輪的切削法是基於這個特點來實現的。

為了討論方便起見，規定一定的標準齒輪尺寸以確定所需刀具尺寸是很必要的。今採用蘇聯 ГОСТ 3058-45 的齒條(各部尺寸以符號表示)，如圖 5, 6 所示的具有斷面線的齒條，而切削這種標準齒輪的齒條刀應該是和它能夠無齒隙嚙合的、刀齒根和齒輪齒頂之間具有徑向間隙的齒條。這種標準齒條刀的尺寸如下：齒頂系数 $f_0 = 1$ ，刀具模數或切削槳數 m_0 ，刀具角 $\alpha_0 = 20^\circ$ ，徑向間隙 $c_0 = c'_0 m_0$, $c'_0 = 0.25 (0.2 \sim 0.3)$ ，齒厚為 $\frac{\pi}{2} m_0$ (以後字母下有腳碼 0 者，均表示有關齒條刀具的尺寸)。精度要求高或周速大的齒輪，可用圖 6 的修整工作齒形。因製造誤差或由重載荷所引起的齒形變形，常會使一個齒輪的齒頂和另一個齒輪的齒腹相衝擊，為了緩衝起見，將齒頂齒面以 α_0 角削平的，就是這種工作齒條。此後，均以前者，即基準齒條來討論有關變位切削的問題。

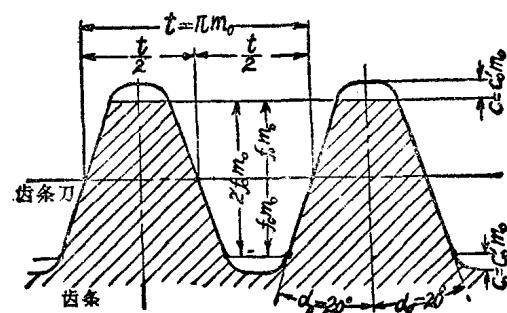


圖 5 漸開線基準齒條的齒形。

2 漸開線圓柱齒輪的嚙合方程

任何漸開線齒輪只要兩側齒形對稱(如圖7)，則齒形就可用齒數Z、基圓半徑 R_0 和基圓齒厚中心角 δ 三種尺寸要素來決定。因此，Z、 R_0 、 δ 三種要素可稱為漸開線圓柱齒輪的基本尺寸。

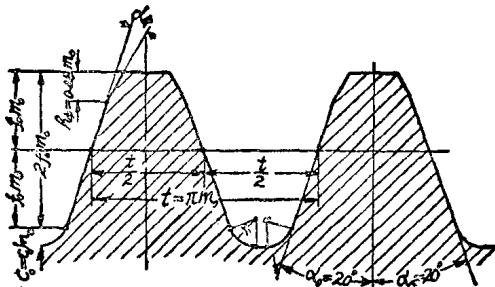


圖6 漸開線修整的工作齒條的齒形。

現在小齒輪的三個基本尺寸為 Z_1 、 R_{01} 、 δ_1 ，大齒輪為 Z_2 、 R_{02} 、 δ_2 ，那末這一对齒輪在無齒隙嚙合時大小齒輪的基節必須相等，而嚙合角 α 和中心距A可用下列方法求得：

$$t_0 = \overline{P_a} + \overline{P_b}$$

在圖7中， $t_0 = \pi m_0 \cos \alpha_0$ ； $\overline{P_a} = R_{01} (\delta_1 - 2 \operatorname{inv} \alpha)$ ；

$\overline{P_b} = R_{02} (\delta_2 - 2 \operatorname{inv} \alpha)$ ， $R_{01} = \frac{Z_1 t_0}{2\pi}$ ， $R_{02} = \frac{Z_2 t_0}{2\pi}$ 。將這些關係代入上式，加以整理後，得

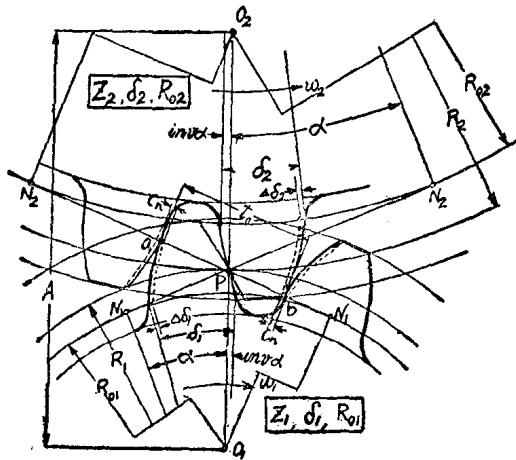


圖7 一般漸開線齒輪的嚙合。

$$\operatorname{inv} \alpha = \frac{Z_1 \delta_1 + Z_2 \delta_2 - 2\pi}{2(Z_1 + Z_2)}; \quad (4)$$

又由圖(7)可知

$$A = R_1 + R_2 = \frac{R_{01}}{\cos \alpha} + \frac{R_{02}}{\cos \alpha};$$

$$A = \frac{R_{01} + R_{02}}{\cos \alpha}. \quad (5)$$

所得(4)、(5)式就是漸開線圓柱齒輪的一般嚙合方程。分析任意漸開線齒輪(包括變位齒輪)時都可用它。

通常齒輪都有齒隙 C_n (Боковой зазор)，它是为了補償齒輪箱和齒輪因溫度引起的變形、重載荷下的變形以及安裝誤差等，或是为了保存滑潤油所必需的間隙。這個時候使(4)、(5)式中的 α 和A仍然保持不变，實際的基圓齒厚中心角，則在小齒輪上減少了 $\Delta \delta_1$ 角，在大齒輪上減少了 $\Delta \delta_2$ 角，齒隙 C_n 即為下式所示：

$$C_n = R_{01} \Delta \delta_1 + R_{02} \Delta \delta_2 = \frac{t_0}{2\pi} (Z_1 \Delta \delta_1 + Z_2 \Delta \delta_2);$$

$$Z_1 \Delta \delta_1 + Z_2 \Delta \delta_2 = 2\pi \frac{C_n}{t_0}. \quad (6)$$

3 漸開線圓柱齒輪的干涉 (Интерференция)和腹切

(1)用插齒刀時：插齒刀在軸垂直面的投影應該和無間隙嚙合的齒輪齒形相同(圖8)。插齒刀的齒頂半徑 R_{ed} 过大， $R_{ed} > \overline{O_d N}$ (N點是由節點P向被切齒輪基圓畫切線時與基圓的相切點)，則當切削時插齒刀

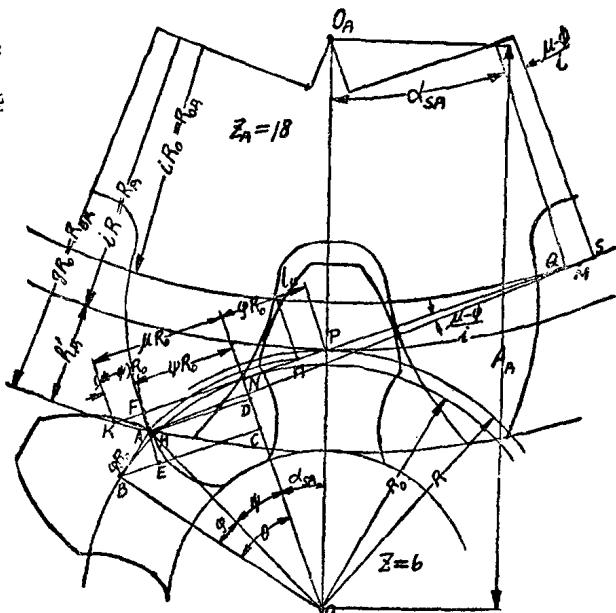


圖8 齒數 Z_d 的插齒刀切削齒數Z的小齒輪所發生的腹切。

的齒頂必將齒輪齒腹漸開線的一部分割去，這種現象叫做齒輪的腹切。这是因为齒形漸開線的最大可能接觸線(Линия зацепления)仅限于 \overline{QN} 範圍的緣故。就是說，齒輪漸開線的起點在N點被切成，與 \overline{QN} 延長

● 著者：科學研究資料，東北工學院 1954, 5。第三輯第 11, 13 頁。

$$\sin\left(\frac{\mu-\psi}{i_d}\right) \approx \frac{\mu-\psi}{i_d}, \cos\left(\frac{\mu-\psi}{i_d}\right) \approx 1, \text{略去} \frac{\mu(\mu-\psi)}{i_d};$$

將(a), (6)兩式加以整理, 則得:

$$\cos(\psi+\varphi)+\varphi\sin(\psi+\varphi)=1-(\mu-\psi)\left(1+\frac{1}{i_d}\right)\operatorname{tg}\alpha_{sd}, \quad (a)'$$

$$\sin(\psi+\varphi)-\varphi\cos(\psi+\varphi)=\psi \quad (6)'$$

在(6)'式中, 設 $\psi+\varphi=\theta$ (以 θ 为參數來表示 ψ 与 φ) 則得:

$$\varphi = \frac{\theta - \sin\theta}{1 - \cos\theta}, \quad \psi = \frac{\sin\theta - \theta \cos\theta}{1 - \cos\theta} \quad (B)$$

將其結果代入(a)'式, 加以整理, 則得:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\theta \sin\theta}{1 - \cos\theta}\right) - \left(\frac{\sin\theta - \theta \cos\theta}{1 - \cos\theta}\right) \left(1 + \frac{1}{i_d}\right) \operatorname{tg}\alpha_{sd} \\ & = 2 - \mu \left(1 + \frac{1}{i_d}\right) \operatorname{tg}\alpha_{sd} \end{aligned} \quad (r)$$

在(B)、(r)兩式中以 θ 为參數後, 虽然可計算 μ 和 ψ 的相應值, 但為了進一步簡化, 則也可適用下列近似式,

$$\sin\theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{6} + \frac{\theta^5}{120}, \cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{24}.$$

計算(B)、(r)兩式中有关 θ 的項, 則得:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\theta - \sin\theta}{1 - \cos\theta} \approx \frac{\theta(20 - \theta^2)}{5(12 - \theta^2)}, \\ \psi &= \frac{\sin\theta - \theta \cos\theta}{1 - \cos\theta} \approx \frac{2\theta(20 - 2\theta^2)}{5(12 - \theta^2)} \approx 2\varphi, \\ \theta \sin\theta &\approx 2 - \frac{\theta^2(10 - \theta^2)}{5(12 - \theta^2)} = 2 - \frac{5(12 - \theta^2)(10 - \theta^2)}{(20 - \theta^2)^2} \\ &\times \left[\frac{\theta(20 - \theta^2)}{5(12 - \theta^2)}\right]^2 \approx 2 - \frac{3}{2}\varphi^2. \end{aligned}$$

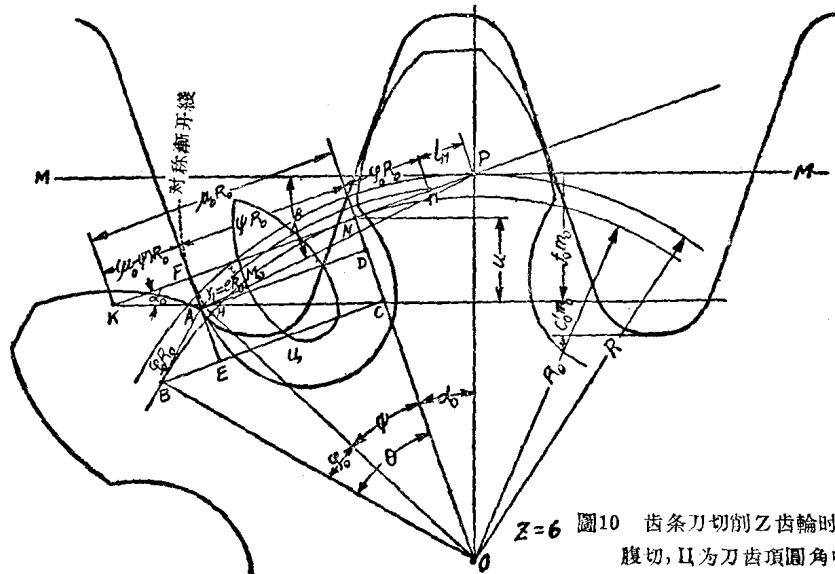
(r)式變為 φ 的二次方程

$$\frac{3}{2}\varphi^2 + 2\varphi \left(1 + \frac{1}{i_d}\right) \operatorname{tg}\alpha_{sd} - \mu \left(1 + \frac{1}{i_d}\right) \operatorname{tg}\alpha_{sd} = 0$$

則解之, 得(8)式。

● 圓角半徑 r_1 由徑向間隙 $c_0 m_0$ 和 α_0 可以求出, 即:

$$r_1 = \frac{c_0 m_0}{1 - \sin\alpha_0}, \text{以 } R_0 \text{ 为單位表示, 則 } r_1 = eR_0 \text{ 或}$$



Z=6 圖10 齒條刀切削乙齒輪時所發生的
腹切, U 为刀齒頂圓角中心軌迹。

$$e = \frac{2c_0}{Z \cos\alpha_0(1 - \sin\alpha_0)}. \text{圓角中心 } M_0 \text{ 在滾切中畫出}$$

長幅擺線(Удлиненная циклоида)。根據齒形原理, 接觸點 A 的法線必通過節點, 即 A, M_0 和 P 要在一直線上。這一直線和節線 M-M 的夾角為 β , 則用和 11 頁注解●相同的方法, 由 A 點的投影, 得

$$\overline{OC} + \overline{CD} = \overline{ON} - \overline{ND}$$

$$\overline{BC} - \overline{BE} = \overline{AD};$$

$$\operatorname{tg}(\beta - \alpha_0) = \frac{\overline{ND}}{\overline{AD} + \overline{NP}} = \frac{\overline{ON} - \overline{OC} - \overline{CD}}{\overline{BC} - \overline{BE} + \overline{NP}},$$

等關係式。又由圖(10)可知, 考慮圓角的腹切量為 φ'_0 , 則

$$\overline{OC} = R_0 \cos(\psi + \varphi'_0), \overline{CD} = \overline{AE} = R_0 \varphi'_0 \sin(\psi + \varphi'_0),$$

$$\overline{ON} = R_0, \overline{ND} = R_0(\mu_0 - \psi) \operatorname{tg}\alpha_0 + R_0 e \sin(\beta - \alpha_0),$$

$$\overline{BC} = R_0 \sin(\psi + \varphi'_0), \overline{BE} = R_0 \varphi'_0 \cos(\psi + \varphi'_0);$$

$$\overline{AD} = R_0 \psi - R_0 e (1 - \cos(\beta - \alpha_0)), \overline{NP} = R_0 \operatorname{tg}\alpha_0;$$

將此代入上列關係式得如下三個基本方程:

$$\cos(\psi + \varphi'_0) + \varphi'_0 \sin(\psi + \varphi'_0) = 1 - (\mu_0 - \psi) \operatorname{tg}\alpha_0$$

$$- e \sin(\beta - \alpha_0);$$

$$\sin(\psi + \varphi'_0) - \varphi'_0 \cos(\psi + \varphi'_0) = \psi - e + e \cos(\beta - \alpha_0)$$

$$\operatorname{tg}(\beta - \alpha_0) = \frac{1 - \cos(\psi + \varphi'_0) - \varphi'_0 \sin(\psi + \varphi'_0)}{\sin(\psi + \varphi'_0) - \varphi'_0 \cos(\psi + \varphi'_0) + \operatorname{tg}\alpha_0};$$

利用 $\sin(\beta - \alpha_0) \approx \operatorname{tg}(\beta - \alpha_0), \cos(\beta - \alpha_0) \approx 1$;

$$\text{設 } \theta = \psi + \varphi'_0,$$

$$\text{則如前得 } \psi \approx 2\varphi'_0, \frac{\theta \sin\theta}{1 - \cos\theta} \approx 2 - \frac{3}{2}\varphi'^2_0.$$

將三基本方程加以整理, 消去 β 得

$$\frac{3}{2}\varphi'^2_0 + 2\varphi'_0 \operatorname{tg}\alpha_0 - \frac{3e\varphi'^2_0}{2(2\varphi'_0 + \operatorname{tg}\alpha_0)} - \mu_0 \operatorname{tg}\alpha_0 = 0.$$

圓角 e 的影響是以 $\frac{3e\varphi'^2_0}{2(\varphi'_0 + \operatorname{tg}\alpha_0)}$ 這項來表示的。就是

說 e 和 φ'_0 愈大或 α_0 愈小, 圓角對腹切的影響愈大。考慮圓角的腹切量 φ'_0 , 利用 $\varphi'_0 \approx \varphi_0$ 和(9)式, 先把 e 的影響項估計出來, 作為修正值 Δ 加在 μ_0 里, 則得:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0' &= K_0 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{\alpha_0 + \Delta}{K_0}} \right]; \\ \Delta &= \frac{c}{K_0} \cdot \frac{\varphi_0^2}{(2\varphi_0 + \operatorname{tg}\alpha_0)}; \\ K_0 &= \frac{2}{3} \operatorname{tg}\alpha_0, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

以 $\alpha_0 = 20^\circ$, $Z = 10$, $c_0 = 0.157$ 的齒輪為例, 則實際 $\varphi_0' = 0.1072$, 由(11)式的計算值得 $\varphi_0' = 0.1074$ 。無圓角時, 由(9)式得 $\varphi_0 = 0.1065$; $c_0 = 0.25$ 時, φ_0 和 φ_0' 相差還要大些。

如圖(10)所示, 有腹切的齒輪齒強減低, 且將齒腹最大可能接觸線 \overline{PN} 減去 $\overline{PN} = \varphi_0 R_0 = \overline{AB}$ 一段, 這樣也就有可能減少嚙合系數 ϵ 。剩余的接觸線長為 $l_n = \overline{PQ}$, 相當于 l_n 的嚙合系數為 ϵ_n , 則 $l_n = \frac{Z}{2} m_0 (\sin \alpha_0 - \varphi_0 \cos \alpha_0)$, $\epsilon_n = \frac{l_n}{t_0} = \frac{Z}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_0 - \varphi_0)$ 。

將(9)式的結果代入上式, 得

$$\epsilon_n = \frac{Z \operatorname{tg} \alpha_0}{3\pi} \left[2.5 - \sqrt{\frac{3(f_0 - \xi)}{Z \sin^2 \alpha_0} - 0.5} \right], \quad (12)$$

在標準齒輪 $f_0 = 1$, $\xi = 0$, $\alpha_0 = 20^\circ$

時, 將(12)式中的 ϵ_n 以 ϵ_{0n} 代之, 則 ϵ_{0n} 可用下列實驗式來計算。

$$\epsilon_{0n} = \frac{(Z+60)(Z-4)}{1000} - 0.01. \quad (12')$$

插齒刀或齒條刀在有腹切的情形下, 滾切齒數為 Z 的齒輪時, 與此相反, 假設 Z 齒的齒輪是完整齒形的插齒刀, 而插齒刀或齒條刀是齒數 Z_n 或 ∞ 的被切齒輪, 那末 Z_n 的齒輪或齒條和 Z 齒的插齒刀必然起干涉, 結果齒輪齒頂齒面被割去一部, 這種切齒面的現象叫做面切(Верхняя насечка)。圖6的齒條就是面切齒條的一例(就是如前面所說為了緩沖的修整)。圖11

是面切的說明圖。如果齒條齒頂系數 f_0 , 面切高 h_ϕ , 這時的齒輪齒數為 Z , 則 h_ϕ 必與齒輪干涉點 N 至齒條齒頂的距離相等。

$$\left. \begin{aligned} R \sin^2 \alpha_0 &= f_0 m_0 - h_\phi, R = \frac{Z}{2} m_0; \\ Z &= \frac{2(f_0 m_0 - h_\phi)}{m_0 \sin^2 \alpha_0}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Z 齒的插齒刀可面切齒條高度 h_ϕ , 反過來說, 具有這樣面切的齒條, 對 Z 齒輪不起干涉, 即這種齒條刀切削 Z 齒輪時不發生腹切。

為了明了修整工作齒形的作用, 分析它的嚙合最小齒數是必要的。面切曲線應該是什麼曲線呢?由圖可知, 面切的極限曲線是 Z 齒輪基圓上的一點 G , 當齒輪

與齒條相滾動, 即節圓 R 和齒條節線 \overline{Px} 滾動時所畫的軌跡線; 即 GBDH 短幅擺線(Укороченная циклоида)。以 P 點為原點的直角座標(x , y)是

$$\left. \begin{aligned} x &= R(\phi - \cos \alpha_0 \sin \phi); \\ y &= R(1 - \cos \alpha_0 \cos \phi). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

為了容易製造面切或修整部分, 可用修整角 α_ϕ 的直線 BD 來代替(圖11, 圖6)。

B 點為短幅擺線和齒條直線部連接點。 D 點為擺線與齒條齒頂的交點。擺線上的 BD 點坐標各用字尾加以區別。 D 點和無修整齒頂 C 的距離為 km_0 , BD 的斜角為 β , 則 k 或 α_ϕ 可求得如下。

$$\left. \begin{aligned} x_B &= R(\phi_B - \cos \alpha_0 \sin \phi_B); \\ y_B &= R(1 - \cos \alpha_0 \cos \phi_B) = f_0 m_0 - h_\phi; \\ x_D &= R(\phi_D - \cos \alpha_0 \sin \phi_D); \\ y_D &= R(1 - \cos \alpha_0 \cos \phi_D) = f_0 m_0. \end{aligned} \right.$$

由此得

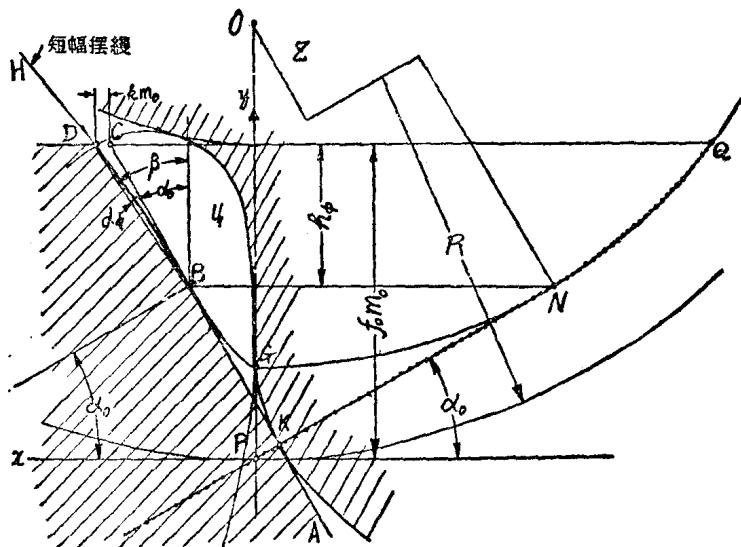


圖11 無干涉齒面的修整或面切。

$$\left. \begin{aligned} \cos \phi_B &= \sec \alpha_0 \left(1 - \frac{f_0 m_0 - h_\phi}{R} \right) \\ &= \cos \alpha_0, \phi_B = \alpha_0; \\ \cos \phi_D &= \sec \alpha_0 \left(1 - \frac{f_0 m_0}{R} \right). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

α_ϕ 和 k 由(16)式計算

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{x_D - x_B}{y_D - y_B} = \frac{R}{h_\phi} [\phi_D \\ &- \alpha_0 - \cos \alpha_0 (\sin \phi_D - \sin \alpha_0)]; \\ km_0 &= h_\phi (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha_0). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

以圖6的修整齒條為例, 則由圖知 $f_0 = 1$, $h_\phi = 0.45$, $m_0, \alpha_0 = 20^\circ$,

由(13)式得

$$Z = \frac{1.1}{\sin^2 20^\circ} = 9.403;$$

又由(15)式 $f_0=1$, $R=\frac{Z}{2}m_0$, 故得

$$\phi_D = \cos^{-1} \left(\frac{Z - 2}{Z \cos \alpha_0} \right) = 33.087^\circ.$$

將 ϕ_D 代入(16)式得

$$\operatorname{tg} \beta = 0,384668;$$

$$\beta = 21.04^\circ;$$

$$k = 0.00931;$$

$$\alpha_\phi = 1.04^\circ$$

ГОСТ 3058-45 规定, 模数为 4~10 的 1 级精度齿轮, 其 α_6 最小值是 1° 。由此可知, 修整的角度几乎相等。

实际上 $Z = 9.403$ 应改为 $Z = 10$ ，这齿数的 $k_\phi = m_0(f_0 - \frac{Z}{2} \sin^2 \alpha_0) = 0.414m_0$ ，比规定的要小。 $\beta = 20.91^\circ$, $\alpha_3 = 0.91^\circ$, $k = 0.00751$ ，这样修整直线完全在短幅摆线内。因此可以肯定，所规定的修整齿条齿形与 $Z = 10$ 的齿轮啮合时，没有干涉，即 $Z_{\min} = 10$ 。

(3)用插齒刀和齒條刀切制的齒輪：上面所講的干涉是齒輪齒頂超過干涉點N時，所發生的不可避免的几何学的干涉現象。在这里所要討論的是切齒上因使用插齒刀而嚙合时所引起的干涉問題。有人說用插齒刀切制的 Z_1 小齒輪不能够和标准齿条

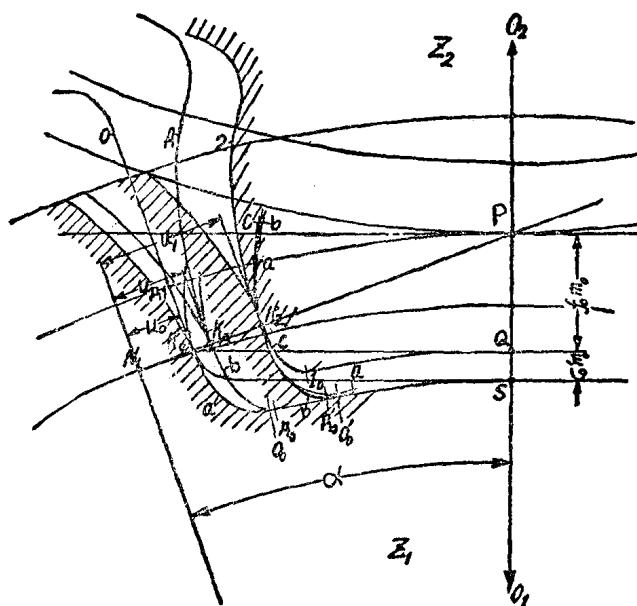


圖12 用齒條刀和插齒刀切制的標準齒輪嚙合情形。

啮合，而只能和有界限齿数的 Z_2 大齿轮啮合。

如圖 12 所示，問題在於 Z_1 齒輪齒根曲線的大小。就是說插齒刀 A 的齒頂所畫軌迹線 b 和齒條刀 O 及大齒輪 2 的齒頂所畫軌迹線 a 及 c （ b 、 a 和 c 均是不同大小的長幅擺線）的大小如何。為了使 c 曲線能够在 b 曲線內部，一般規定插齒刀齒頂系數 f_A 為 $1.25 \sim 1.30$ ，而所切齒輪具有較大徑向間隙（ $0.25 \sim 0.30$ ） m_0 。

如果 Z_2 齿輪較大， c 曲線在 b 曲線外面，那末大齒輪齒頂和小齒輪齒根必然要起干涉，这种干涉叫做

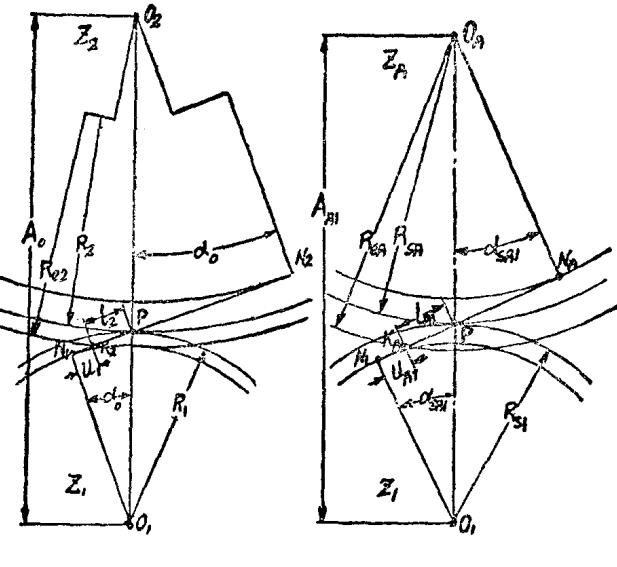


图13 拉萨市拉林河综合治理

过渡干涉 (Интерференции с переходными кривыми). 本来加大插齿刀齿顶高还可以切出齿腹渐开线来和大齿輪齿顶啮合以避免这种干涉; 但这是不能作到的, 实际上插齿刀齿数 Z_d , 其齿顶高和插齿頂本身的变位都有限, 当作为齿根曲线的長幅摆线和齿腹渐开线相連接的过渡点 K_d 距基圆較远时就要發生这种过渡干涉。这样我們就可以知道, 应以齿腹漸开線和齿根摆線的連接点是否距基圆較远来判別有無干涉。基圓至連接点的距离可用連接点漸开線曲率半徑來表示。如圖 12 中, 齒条刀切削的連接点在 K_0 , 曲率半徑 $\overline{N_1 K_0} = u_0$ 为最小; 插齿时齿輪的連接点在 K_d , 曲率半徑 $\overline{N_1 K_d} = u_{d1}$ 为較大; 大齿輪与小齿輪啮合时的連接点在 K_2 , 曲率半徑 $\overline{N_1 K_2} = u_1$ 为最大。

因此为避免这种干涉，必须

$$u_1 \geq u_{d1} \quad \text{或} \quad u_2 \geq u_{d2} \quad (17)$$

在插齿刀切制的 20° 标准齿轮用于检查小齿轮。

齒根與大齒輪齒頂干涉(如圖13)的公式誘導如下。

$$\text{由圖 13, a } u_1 = R_1 \sin \alpha_0 - l_2;$$

$$\text{由圖 13, b } u_{\Delta 1} = \frac{A_{\Delta 1} \sin \alpha_{SA1}}{Z_A + 1} - l_{\Delta 1};$$

故為避免干涉, $u_1 \geq u_{\Delta 1}$, 即

$$R_1 \sin \alpha_0 - l_2 \geq \frac{A_{\Delta 1} \sin \alpha_{SA1}}{Z_A + 1} - l_{\Delta 1}. \quad (18)$$

上式中 l_2 是大齒輪齒頂至節點 P 的接觸線長(可用 R_{EP} 和 α_0 來求之)。用插齒刀切小齒輪時, 齒頂至節點 P 的接觸線長為 $l_{\Delta 1}$; 切削壓力角為 α_{SA1} 。 $l_{\Delta 1}$ 可用 R_{EP} 和 α_{SA1} 來計算。

$f_0=0.8$ 的短齒當 $Z_2 > 200$ 時, 進行這種干涉的檢查。用齒頂系數 $f_A = f_0 + c'_0 = 1.25$ 的插齒刀, 據著者的了解, 當 $Z_A \approx 30$ 以上時, $u_0 > u_{\Delta 1}$, 即所切齒輪完全可以和標準齒輪嚙合, 不必檢查這種干涉。 $Z_A = 20$ 的, 在 $Z_2 = 120$ 以上時, 則需要檢查這種干涉。

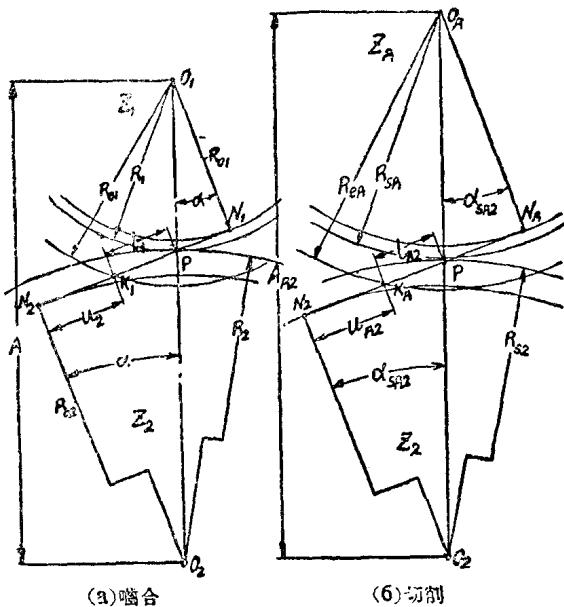


圖14 變位齒輪的干涉檢查。

在小齒輪變位較小而大齒輪變位較大的變位齒輪, 有可能發生小齒輪齒頂和大齒輪齒根的干涉(圖14)。

這種干涉發生於 K_1 點, 把它叫做 K_1 減渡干涉。

$$u_2 = R_2 \sin \alpha - l_1;$$

$$u_{\Delta 2} = \frac{A_{\Delta 2} \sin \alpha_{SA2}}{Z_A + 1} - l_{\Delta 2}.$$

故為避免干涉,

$$R_2 \sin \alpha - l_1 \geq \frac{A_{\Delta 2} \sin \alpha_{SA2}}{Z_A + 1} - l_{\Delta 2}; \quad (19)$$

式中 α —— 變位齒輪嚙合角,

α_{SA2} —— 切削大齒輪時的切削壓力角。

同理, 在小齒輪變位較大而大齒輪變位較小的變位齒輪, 有可能發生大齒輪齒頂和小齒輪齒根的干涉。

這種干涉發生於 K_2 點(圖12), 把它叫做 K_2 減渡干涉。

檢查公式變(19)式的符號 1, 2 就可以得到。

$$R_1 \sin \alpha - l_2 \geq \frac{A_{\Delta 1} \sin \alpha_{SA1}}{Z_A + 1} - l_{\Delta 1}; \quad (19)'$$

減渡干涉還可以參看III. 1 (2) 节: [插齒刀的變位切削], 和 [著者“變位齒輪減渡干涉”機械譯述 4, 東北工學院 1957. 1 頁]。

4 變位齒輪的形成和其嚙合方程

當用滾刀或齒條刀滾切普通標準齒輪而切削深度還沒有達到標準時, 常發現該齒輪齒厚較標準的大。又當我們測量以精確標準銑刀切削的標準齒輪時, 虽是多數在公差尺寸內, 但齒厚還是有大有小的, 這因為吃刀量有小有大的緣故。與標準的比較, 吃刀量較小或較大的齒輪, 幾乎都是變位齒輪。如上所舉的, 吃刀量小而齒厚較標準為大的齒輪, 叫做正變位的齒輪, 與此相反, 吃刀量過大而齒厚較標準為小的齒輪, 叫做負變位的齒輪。這種齒輪能否嚙合, 主要幾何尺寸如何確定, 有何嚙合性能, 制造或檢查上有什么特點等就是本文的課題。

1. 變位切削和無腹切變位系數的決定

在圖15中, 齒條刀中心線以具有字尾的M—M表示, 所切齒輪齒根圓半徑為 R_i , 則M—M在不同位置的齒條刀0、1、2等滾切不同齒根圓 $R_i'、R_i''、R_i'''$ 等齒形。用同一尺寸的齒條刀製造出來的變位齒輪, 其齒根圓半徑與標準齒輪齒根圓半徑的差值完全等於變位的大小, 即變位量。變位量又能夠以M—M線與標準切削節線 $M_0—M_0$ 間的距離 ξ_m 來表示。 ξ 叫做切削變位系數(Коэффициент смещения)或簡稱變位系數, 差別

(1) α_{SA1} 或 α_{SA2} 的計算法以後有介紹, 因插齒刀本身是變位齒輪, 需用變位齒輪基本公式來計算。

(2) 新的或用舊的插齒刀 $f_A = f_0 + \xi_a + c'_A$ 都具有變位系數 ξ_a , 但為了方便起見, 只舉 $\xi_a = 0$ 的插齒刀標準尺寸。

(3) Коэффициент сдвига, Коэффициент Коррекции, Profilverschiebungsfaktor.

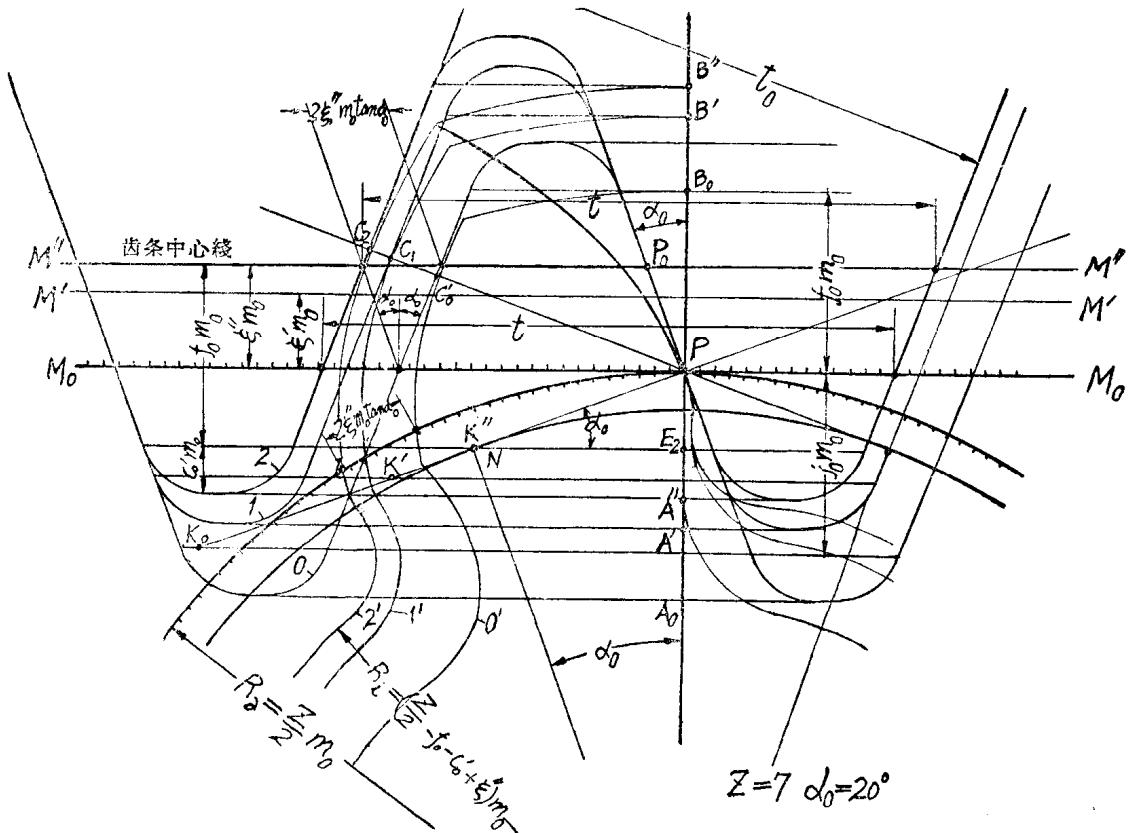


圖15 變位切削對於齒形的影響(齒數少時)。

于齒輪嚙合時的安裝變位系數 λ 。圖 15 中的 $0'$ 、 $1'$ 、 $2'$ 就是變位系數各為零、 ξ' 和 ξ'' 的變位齒形。 $\xi=0$ 的標準齒輪 $0'$ 具有較大的腹切和齒頂厚度; ξ' 的變位齒輪 $1'$ 有輕微的腹切、較大的齒厚和較小的齒頂厚度; ξ'' 的齒輪 $2'$ 具有大的齒厚，齒頂成尖點。

齒條刀上的任何一點在 $M-M'$ 方向的速度都等於 V (參看圖 3、4)，當滾切齒數為 Z 而切削模數或刀具模數為 m_0 的齒輪時，輪坯上總有一個圓，其周速與 V 相等，這個圓叫做分齒圓 (Делительной окружностью) 其半徑以 R_θ 表示，區別於變位齒輪嚙合時的節圓半徑 R 。在齒條刀上與中心線平行且和分齒圓相切的直線，該線與標準節線 M_0-M_0 重合，成為切削節線。分齒圓就是切削運動中與切削節線相滾動的節圓，其大小和標準齒輪的節圓相等；也就是和標準齒條嚙合的節圓。任何切削節線上的周節均等於 t ，因此 $Zt = 2\pi R_\theta$ ， $R_\theta = \frac{Zt}{2\pi} = \frac{Z}{2}m_0$ ， R_θ 成為常數；但是用插齒刀切削的齒輪，其分齒圓與上面所說的 R_θ 不等，即成為變數(不常用)。

由圖可知變位齒輪的齒形特徵完全決定於變位系

數 ξ 的大小，在分齒圓的齒厚 S_θ 大於(在負變位時為小於)標準齒厚 $S_0 = \frac{\pi}{2}m_0$ ，即

$$S_\theta = \left(\frac{\pi}{2} + 2\xi \tan \alpha_0\right)m_0; \quad (20)$$

齒根圓半徑 R_i

$$R_i = \left(\frac{Z}{2} - f_0 - c'_0 + \xi\right)m_0. \quad (21)$$

齒數多的變位齒輪齒形(如圖 16 所示)， $0'$ 為標準齒輪； $1'$ 為負變位齒輪($\xi' = -0.75$)，但無腹切，非漸開線齒形部分占多半； $2'$ 為變位系數($\xi'' = +1.7$)較大的正變位齒輪，齒強很大，漸開線和擺線的連接點(接觸線上的 K'' 點)距基圓很遠。變位齒輪的主要特點之一是在於能夠避免腹切。那麼，無腹切的變位系數該有多大呢？在腹切部分已講過，要避免腹切(或嚙合上的干涉)，必須使銑刀齒頂不超過干涉點 N 。通過干涉點 N 画一條與節線平行的直線，該線與齒輪中心線相交於 E_2 點(圖 15)或 E_1 點(圖 16)。在 $\triangle PNE_2$ 或 $\triangle PNE_1$ 中， $\angle PNE_2 = \alpha_0 = \angle PNE_1$ 。由節線量的齒頂高 ($f_0 - \xi$) m_0 ，必須小於 \overline{PE}_2 或 \overline{PE}_1 ，即